

**Transporte Radiativo em Envelopes de
Estrelas Quentes usando o Método de Monte
Carlo**

Cláudia Vilega Rodrigues

Tese de doutorado, sob orientação de:
Prof. Dr. Antonio Mário Magalhães

Instituto Astronômico e Geofísico
Universidade de São Paulo
Novembro de 1997

Ao Guilherme adorado,
e ao adorável Heyder.

Agradecimentos

Agradeço a orientação do Prof. Dr. A. M. Magalhães ao longo de todos esses anos de pesquisa científica;

Agradeço também à FAPESP pela bolsa concedida nos primeiros anos deste trabalho (Processo: 92/1812-0) e pelos auxílios ao grupo de polarimetria óptica do IAG-USP que tornaram possível grande parte do resultados aqui apresentados (Proc: 92/3345-0 e 94/0033-3);

Agradeço aos amigos e colegas do IAG-USP e do INPE pela ajuda nos mais diferentes aspectos de nosso trabalho;

Particularmente, agradeço aos meus pais pelo apoio de todas as horas.

Resumo

O nosso objetivo foi desenvolver uma ferramenta teórica para interpretar a polarização (linear e circular) observada em objetos astrofísicos com envelopes extensos. Assim, elaboramos um código baseado no Método de Monte Carlo que simula o transporte radiativo dos parâmetros de Stokes. A maior parte dos resultados aqui apresentados se refere a estrelas quentes com envelopes de elétrons, mas o nosso código também possibilita o estudo de envelopes de poeira. Apresentamos nesta tese a aplicação a duas situações particulares. Em primeiro lugar, estudamos envelopes não-homogêneos de estrelas Wolf-Rayet. Neste caso, verificamos quais as características físicas das condensações necessárias para se explicar as variações aleatórias observadas em polarização e fluxo no contínuo dessas estrelas. Obtivemos que as inomogeneidades devem possuir um tamanho comparável ao tamanho da estrela e estarem relativamente próximas à base do envelope. Isso descarta que sejam produzidas por instabilidades de pequena escala. Possivelmente, essas flutuações tenham a mesma origem das *it discrete absorption components* observadas nos espectros de estrelas quentes. O nosso código foi também utilizado para o estudo de estrelas binárias onde uma delas apresenta um envelope. Nesse caso, podemos ajustar simultaneamente a curva de luz e a polarização de um dado sistema. Foram estudados dois sistemas eclipsantes: V444 Cygni e HD5980.

Abstract

We have developed a Monte Carlo code in order to study the radiative transfer in stellar envelopes. By treating all Stokes parameters of the radiation bundle, we are able to model both linear and circular polarization of the emerging light, in addition to its intensity. The scatterers may be dust grains or electrons; the applications discussed here have been restricted to electron scattering situations, however.

This work focuses on two problems. First, we have modelled the observed random variation in intensity and polarization of some isolated Wolf-Rayet (WR) stars, assuming that their winds have localized, enhanced density regions called blobs. Our study indicates that these blobs must have sizes comparable to the stellar radius and be near the base of the envelope. These sizes are in contrast to the much smaller size scales of the instabilities expected from line driven winds, but may be identified with the so called spectroscopic discrete absorption components.

A second problem we discuss is the intensity and polarization light curves from binary systems in which one of the components has a circumstellar envelope. Two eclipsing binaries have been studied in detail: V444 Cyg and HD 5980. We were able to fit their detailed light and polarization variabilities simultaneously and derive several parameters of interest for these systems.

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Envelopes de estrelas quentes	2
1.1.1	Teoria de vento radiativo	3
1.1.2	Algumas classes de estrelas quentes com envelopes . . .	4
1.2	Polarização em estrelas quentes	7
1.2.1	Estrelas isoladas: Discos	7
1.2.2	Estrelas isoladas: Inomogeneidades no vento	10
1.2.3	Estrelas binárias	10
1.3	Organização desta tese	10
2	Código de Monte Carlo	13
2.1	O Método de Monte Carlo	14
2.1.1	Amostragem de variáveis	14
2.1.1.1	Método da rejeição	15
2.2	Gerador de números pseudo-randômicos	16
2.2.1	Teste de Equidistribuição e Teste do χ^2	17
2.2.2	Teste Serial	18
2.2.3	Teste de Sequências Crescentes e Decrescentes	18
2.3	Descrição do código	19
2.3.1	Transporte de luz polarizada	22

2.3.2	Características da fonte	24
2.3.2.1	Emissão não-isotrópica: Escurecimento e polarização de bordo	25
2.3.2.2	Emissão não-uniforme: Manchas fotosféricas	27
2.3.3	Definindo a região de interação	28
2.3.3.1	Espalhamento Thomson	29
2.3.3.2	Interação com grãos de poeira	31
2.3.4	Cálculo do ponto de interação	32
2.3.4.1	Ponto de interação calculado analiticamente	33
2.3.4.2	Ponto de interação calculado numericamente	34
2.3.5	Classificação dos fótons emergentes	36
2.4	Testes	37
2.4.1	Polarização integrada	38
2.4.2	Atmosfera plano-paralela infinita	38
2.4.3	Envelope de poeira	40
3	Envelopes Inomogêneos	41
3.1	Introdução	41
3.1.1	Observações de variação aleatória em WRs	42
3.1.1.1	Polarização	42
3.1.1.2	Fotometria	43
3.1.1.3	Espectroscopia	43
3.1.2	Teoria e modelos de ventos inomogêneos	45
3.2	Modelos de polarização anteriores	46
3.2.1	Hipótese de espalhamento único	46
3.2.2	Iluminação plano-paralela	49
3.3	Descrição do nosso modelo	49

3.3.1	Incerteza dos resultados	56
3.3.1.1	Erro poissônico	56
3.3.1.2	Erros devidos à resolução angular finita	57
3.3.2	Testando o código	59
3.4	Comparações com modelos da literatura	60
3.4.1	Comparação com espalhamento único	60
3.4.2	Comparação com iluminação plano-paralela	62
3.5	Resultados gerais	63
3.6	Aplicação para estrelas Wolf-Rayet	71
3.6.1	Resultados dos modelos	71
3.6.2	Discussão	73
4	Sistemas Binários	77
4.1	Introdução	77
4.1.1	Estrelas Wolf-Rayet binárias	77
4.1.2	Caracterização de sistemas binários	78
4.1.3	Dependência da polarização com a fase	79
4.1.3.1	Determinação da inclinação orbital	82
4.1.3.2	Determinação da taxa de perda de massa	83
4.2	Modelo	83
4.2.1	Efeitos devidos a fontes extensas	85
4.2.2	Efeitos devidos a órbitas excêntricas	86
4.3	Resultados gerais	87
4.3.1	Órbitas circulares	87
4.3.2	Órbitas excêntricas	90
4.4	V444 Cygni	93
4.5	HD5980	97

5 Conclusões e Perspectivas Futuras	105
Referências	107

Lista de Tabelas

2.1	Teste do χ^2 (uni-dimensional) aplicado ao gerador de números pseudo-randômicos utilizado em nossas simulações.	17
2.2	Resultados do Teste Serial aplicado ao gerador de números pseudo-randômicos.	18
2.3	Resultados do Teste de Sequências aplicado ao gerador de números pseudo-randômicos.	19
2.4	Eficiência do Método da Rejeição para amostragem do ângulo de espalhamento.	32
2.5	Polarização integrada obtida com o MMC para modelos cuja polarização deve ser nula.	38
3.1	Profundidade óptica como função do tamanho do adensamento dentro do modelo de Fox & Henrichs (1994)	48
3.2	Incertezas da intensidade e polarização do código de Monte Carlo a partir do desvio padrão e estatística de Poisson.	57
3.3	Comparação entre a polarização obtida pela simulação de Monte Carlo e sua estimativa semi-analítica.	60
3.4	Comparação da intensidade espalhada e polarização obtidas com o Método de Monte Carlo e supondo espalhamento único (Brown 1994).	61
3.5	Comparação entre os resultados de nossas simulações de MC com as de Code & Whitney (1995)	63
3.6	Espaço de parâmetros coberto para investigar as variações em fotometria e polarização observadas em WRs.	72

3.7	Modelos que melhor reproduzem as variações em fotometria e polarização observadas em WR.	73
4.1	Parâmetros orbitais de V444 Cygni	94
4.2	Parâmetros orbitais de HD5980	100

Lista de Figuras

2.1	Diagrama de fluxo do nosso código de Monte Carlo.	20
2.2	Comparação entre os cálculos de Chandrasekhar (1950) e Collins (1988) para a polarização de limbo.	26
2.3	Comparação entre nossos resultados e os de Lefevre & Daniel (1988) referentes a uma fonte com mancha em sua superfície.	28
2.4	Comparação de nosso código com resultados analíticos de um atmosfera plano-paralela opticamente espessa (Chandrasekhar 1950).	39
2.5	Comparação entre os resultados obtidos com o nosso código e com o código de Monte Carlo de Lefevre para um envelope de poeira.	40
3.1	Representação pictórica do nosso modelo para um vento inhomogêneo.	50
3.2	Representação gráfica da variação da densidade de partículas no adensamento em unidades arbitrárias.	50
3.3	Diagrama de contorno para a intensidade obtida a partir uma simulação de MC	53
3.4	Diagrama de contorno para a polarização obtida a partir uma simulação de MC	54
3.5	Média em μ da polarização apresentada na figura anterior.	55
3.6	Comparação entre dois modelos de vento inhomogêneo com amostragens angulares diferentes	58
3.7	Variação da intensidade e polarização de um envelope circumstelar com a presença de um adensamento de matéria.	65

3.8	Varição da intensidade e polarização em um envelope inhomogêneo para adensamentos de diferentes tamanhos.	67
3.9	Varição da intensidade e polarização em um envelope inhomogêneo com mais de um adensamento a diferentes direções.	69
3.10	Varição da intensidade e polarização em envelopes inhomogêneos com diferentes leis de densidades.	70
4.1	Varição da intensidade e polarização com a fase em sistemas binários circulares vistos com diferentes ângulos de inclinação	88
4.2	Dependência da intensidade e polarização com a fase em sistemas com envelopes de diferentes profundidades ópticas ao redor da WR.	91
4.3	Variações na curva de luz e polarização de sistemas binários devidas a diferentes excentricidades.	92
4.4	Ajuste da curva de luz e polarização dependente da fase orbital para a binária V444 Cyg	95
4.5	Ajuste da curva de luz e polarização dependente da fase orbital para a binária HD5980 Cyg. Consideramos que a fase 0.0 corresponde ao eclipse da estrela WR pela estrela O.	101
4.6	Ajuste da curva de luz e polarização dependente da fase orbital para a binária HD5980 Cyg. Consideramos que a fase 0.0 corresponde ao eclipse da estrela O pela estrela WR.	103

Capítulo 1

Introdução

A radiação eletromagnética é a principal, e na maior parte das vezes a única, fonte de informações dos objetos celestes. A teoria de transporte radiativo é, por isso, uma das ferramentas fundamentais na interpretação dos dados astrofísicos. Ela trata das alterações que ocorrem em um feixe de luz ao atravessar um meio, que podem ser sintetizadas em três processos: o espalhamento, a absorção e a emissão. Um exemplo clássico desse tipo de mecanismo é a formação de linhas em atmosferas estelares.

A transferência radiativa pode ser resolvida analiticamente em alguns casos simples. Porém, com o aumento da complexidade da geometria e/ou dos processos físicos envolvidos, esse tipo de resolução pode apresentar dificuldades, levando ao emprego de métodos numéricos. Um dos mais poderosos para esse fim é o chamado método de Monte Carlo (MMC). Esse método aborda o problema através de uma visão estatística, onde as leis e condições físicas são descritas por distribuições de probabilidade. Ele envolve a simulação do caminho óptico de um fóton atravessando um meio definido de acordo com um modelo. A solução analítica do problema é aproximada por uma simulação que envolva um grande número de fótons. Assim, historicamente, o método somente era eficiente para profundidades ópticas moderadas, pois a simulação em meios que possuem grande absorção resulta em um pequeno número de fótons emergentes. Essa dificuldade, porém, torna-se cada dia mais irrelevante com a crescente velocidade de processamento dos computadores.

Esta tese possui como objetivo principal o desenvolvimento de um código de Monte Carlo para tratar o transporte radiativo em envelopes estelares que considere não apenas a intensidade, mas todos os parâmetros de Stokes.

Assim os modelos fornecem também a polarização da luz emergente.

Apesar do grande número de situações astrofísicas passíveis de estudo, decidimos focalizar este trabalho em envelopes de estrelas quentes. Apresentamos a seguir uma breve introdução a envelopes nesse tipo de estrelas e sua polarização. Na última seção deste capítulo, é apresentada a organização deste trabalho.

1.1 Envelopes de estrelas quentes

A temperatura elevada na fotosfera de *estrelas quentes* é associada a um alto fluxo de energia radiativa. Isso ocorre pois em corpos negros, que são uma boa aproximação para as estrelas, a emissão é proporcional a T^4 . Assim a existência de perda de massa impelida pelo momento dos fótons é bastante plausível. Revisões sobre vários aspectos de estrelas quentes, inclusive seus envelopes, podem ser encontradas em Conti & Underhill (1988).

Ventos estelares possuem um papel importante em vários contextos astrofísicos. Eles são os responsáveis por grande parte do enriquecimento em elementos pesados (número atômico maior que 2) do meio interestelar. Também transferem-lhe uma quantidade apreciável de energia cinética. Por outro lado, a perda de massa ao longo da evolução estelar pode ser um fator importante na determinação dos estágios finais de uma estrela (Chiosi & Maeder 1986). A presença de um vento pode também perturbar as camadas fotosféricas mais externas devido à absorção de luz espalhada pelo vento na direção da estrela (Abbott & Hummer 1985).

A existência de uma envoltória estelar pode modificar bastante a emissão de uma estrela. Sua presença pode ser diagnosticada observacionalmente de diferentes modos (Lamers & Cassinelli 1995). Espectroscopia de estrelas quentes mostra a presença de linhas com larguras de milhares de km s^{-1} , que não podem ser formadas na fotosfera, mas sim em um envelope em expansão. Linhas em emissão e com perfil P Cygni¹ devem ser formadas por um gás quente em torno da estrela. A emissão livre-livre dos elétrons presentes em um envelope ionizado dá origem ao excesso de infravermelho e a emissão rádio. Estrelas frias também pode exibir um envelope circunstelar que é inferido a partir da emissão de poeira e linhas moleculares.

De modo geral, os envelopes de estrelas quentes são variáveis (Cap. 3) e

¹O perfil P Cygni é caracterizado por emissão no lado vermelho e absorção no lado azul da linha espectral.

ininhomogeneidades no vento devem ser responsáveis pela emissão em raios-X e pela presença de linhas de alto grau de ionização (Blomme & Runnacles 1997). A variabilidade nos perfis das linhas espectrais também aponta para um vento não homogêneo (Lamers 1994). Instabilidades no vento podem surgir por perturbações externas ou mesmo serem inerentes ao mecanismo de formação do vento (Owocki 1994).

1.1.1 Teoria de vento radiativo

As bases da teoria de um vento impelido pela pressão da radiação estelar está no trabalho de Lucy & Solomon (1970), mas foi em 1975 (Castor, Abbott & Klein - CAK) que o modelo, como considerado hoje, foi apresentado. Vários aprimoramentos à teoria básica foram realizados (Abbott 1982; Friend & Abbott 1986; Pauldrach, Puls & Kudritzki 1986 e Kudritzki, Pauldrach & Puls 1989). Revisões sobre ventos radiativos podem ser encontradas em Conti (1988), Kudritzki (1988) e Lamers (1997). Um pequeno resumo é apresentado a seguir.

Adota-se a hipótese de um fluxo estacionário, laminar e esfericamente simétrico e três forças são consideradas: a pressão de radiação das linhas e do contínuo, a pressão do gás e a gravidade. A pressão de radiação produzida apenas pelo contínuo está muito aquém da necessária para a existência do vento. Por isso as linhas devem ser incluídas e sua contribuição é normalmente representada por três parâmetros:

- k : número de linhas que produzem a pressão de radiação;
- α : profundidade óptica das linhas (1 para linhas espessas e 0 para finas);
- δ : índice da lei de potência que rege a dependência entre a densidade, ρ , e o parâmetro k ($\propto \rho^\delta$).

Esses valores para diferentes classes de estrelas estão tabulados em Abbott (1982). O modelo padrão assume que a maior parte do momento dos fótons é transferido ao vento pelas linhas ressonantes de elementos ionizados presentes no ultravioleta. Essas linhas são formadas pela absorção e posterior emissão de fótons de energia equivalente a diferença de energia entre o estado fundamental e o primeiro estado excitado. A profundidade óptica dessas linhas é bastante alta, de modo que os modelos consideram valores de α próximos a 1.

A suposição que a pressão de radiação é o mecanismo principal que impulsiona o vento é corroborada pela confirmação observacional de duas predições bastante imediatas do modelo. São elas as correlações entre:

1. a perda de massa, \dot{M} , e a luminosidade, L (Garmany & Conti 1984);
2. entre a velocidade terminal, v_∞ , e a , de escape (Abbott 1982).

Esse modelo também prediz uma dependência da velocidade radial do gás dada por:

$$v(r) \propto \left(1 - \frac{R_\star}{r}\right)^\beta, \quad (1.1)$$

onde β é o chamado parâmetro de aceleração. A teoria inicial (CAK) prevê um valor de β igual a 0.5, porém cálculos considerando o tamanho finito da fonte indicam um valor um pouco maior, da ordem de 0.8 (Kudritzki et al. 1989).

De modo geral, os ventos estelares são considerados estacionários. Assim é a válida a suposição da conservação de matéria que implica na seguinte expressão para a perda de massa:

$$\dot{M} = 4\pi r^2 \rho(r) v(r). \quad (1.2)$$

Isso permite determinar a lei de densidade do vento a partir da dependência da velocidade conhecida *a priori* no modelo acima. Isso é importante na modelagem desses envelopes.

1.1.2 Algumas classes de estrelas quentes com envelopes

O modelo acima prediz que estrelas com temperaturas maiores que 10^4K reúnem condições necessárias para a existência de um vento impelido pela pressão de radiação (Abbott 1982). Do ponto de vista observacional, poderíamos dizer que todas as estrelas O possuem vento independentemente de sua classe de luminosidade. Nas estrelas B ventos seriam vistos com mais frequência em supergigantes e mesmo algumas estrelas A supergigantes

parecem possuir vento. Existem, porém, alguns objetos que por suas características especiais merecem uma classificação particular. Alguns deles são apresentados abaixo.

Estrelas Be As estrelas Be são estrelas B evoluídas, mas ainda relativamente próximas da sequência principal, com linhas de Balmer em emissão. Provavelmente, possuem alta velocidade de rotação como evidenciado pelos altos valores de $v \sin(i)$, que em média são maiores que em estrelas B normais. Sua polarização pode atingir 1.5%, o que indica alguma assimetria no sistema. Conseqüentemente, atribuem-nas um vento com concentração equatorial de matéria. A primeira sugestão da existência de discos em torno dessas estrelas remonta às primeiras décadas deste século (Struve 1931). Ele sugeriu que o alargamento observado das linhas era devido à rotação estelar que, por sua vez, poderia produzir uma concentração de material no equador estelar formando, então, um disco. Apesar de um pouco antiga, uma revisão bastante extensa sobre estrelas Be é a de Doazan (1982).

É bastante provável que o mecanismo principal de formação de vento seja devido à pressão de radiação. Porém, o modelo padrão não consegue reproduzir a velocidade terminal do vento (100 km s^{-1}) e a taxa de perda de massa ($\dot{M} \approx 10^{-8} M_{\odot} \text{ ano}^{-1}$) simultaneamente. Assim, são sugeridos vários mecanismos que, em conjunto com a pressão de radiação, levariam a um vento com essas características:

- de Araújo (1995) resolve o problema de um vento equatorial impelido por linhas opticamente finas e sugere que isso possa resolver o problema do vento das estrelas Be;
- Bjorkman & Cassinelli (1993) sugerem que a pressão de arraste em um vento em rotação pode produzir um envelope similar ao de uma Be (*Wind compressed model*). Porém, cálculos posteriores incluindo forças não-radiais mostram que a formação de discos é inibida (Owocki, Cranmer & Gayley 1996);
- Lamers & Pauldrach (1991) propõem que a rotação induz uma variação na profundidade óptica do vento com a latitude que pode criar um vento concentrado equatorialmente. Esse mecanismo, entretanto, ocorre mais possivelmente em estrelas B[e].

Estrelas B[e] As estrelas B[e] são supergigantes do tipo espectral B. Possuem um excesso de emissão no infravermelho devido à poeira. Supõe-se que

também possuam um envelope com adensamento equatorial, tal qual as estrelas Be, mas seu vento equatorial é mais denso e frio e responsável não apenas pela emissão devida à poeira, mas também pelas linhas estreitas de baixa ionização observadas em seus espectros. Também apresentam em seu espectro linhas largas de maior excitação. O modelo proposto para essas estrelas considera um vento bimodal (Zickgraf et al. 1985, 1986, 1996): polar + equatorial. Parecem existir dois tipos de estrelas dessa classe, cuja diferença deve estar associada à direção pela qual o objeto é observado. Também apresentam polarização considerável (Magalhães 1992), cujo comportamento corrobora a sugestão que seus discos sejam observados a diferentes inclinações.

Luminous Blue Variables As estrelas variáveis azuis luminosas (*Luminous Blue Variables* - LBV) são estrelas altamente variáveis em diferentes escalas temporais e amplitudes (Nota et al. 1995). Provavelmente encontram-se em um estágio evolutivo bastante próximo ao das estrelas B[e]. Situam-se próximas ao limite de Eddington, quando a gravidade não é suficiente para contrabalançar a luminosidade que é muito alta. Parecem também apresentar instabilidades pulsacionais. São geralmente polarizadas devido a não esfericidade dos envelopes (Taylor et al. 1991 e Meaburn, Walsh & Wolstencroft 1993, por exemplo). Estudos coronográficos permitiram obter imagens das nebulosas em torno dessas estrelas (Nota et al. 1995 e Clampin et al. 1995) que se mostraram realmente assimétricas. Muitas apresentam uma geometria bipolar, mas não possuem uma morfologia comum. Para explicar as bipolares, Nota et al. (1995) sugerem um cenário onde um vento radiativo interage com um contraste de densidade pré-existente. Trabalhos sobre LBVs podem ser encontrados em Davidson, Moffat & Lamers (1988) e mais recentes em Nota & Lamers (1997).

Estrelas Wolf-Rayet As estrelas Wolf-Rayet (WRs) foram descobertas em 1867 (Wolf & Rayet). Seu espectro é caracterizado por linhas de emissão muito alargadas superpostas a um contínuo fraco, provavelmente devido à existência de um envelope opticamente espesso, que bloqueia a luz direta de sua fotosfera. Assim, o vento determina seu espectro. Sua perda de massa é bastante alta, da ordem de $10^{-5} M_{\odot} \text{ ano}^{-1}$. Apesar de sua alta temperatura, o momento da matéria parece ser maior que momento de fótons, o que é ainda um dos problemas em aberto relativos a ventos de estrelas quentes. Revisões sobre essa classe de estrelas podem ser encontradas em van der Hucht (1992) e Conti & Underhill (1988). Referências recentes são também encontradas em Vreux et al. (1996). Ainda neste trabalho, mais sobre essas estrelas pode

ser encontrado nos Cap. 3 e 4.

1.2 Polarização em estrelas quentes

A presença de polarização na luz integrada de estrelas quentes é um fato conhecido desde os trabalhos de Serkowski (1968), onde ele mostra que a dependência espectral da polarização de estrelas Be é diferente daquela observada em estrelas polarizadas pelo meio interestelar. Nesse caso, a polarização intrínseca surge pela assimetria no envelope, provavelmente com uma concentração equatorial de matéria. Envelopes esféricos também podem polarizar a luz da fotosfera, caso instabilidades induzam a formação de inhomogeneidades na distribuição de matéria (vide Cap. 3). Ela pode existir também em estrelas binárias, onde a iluminação do envelope pela estrela companheira é assimétrica (por exemplo, estrelas Wolf-Rayet (WR) binárias - Cap. 4). Neste último caso, a polarização é modulada de acordo com a fase do sistema.

1.2.1 Estrelas isoladas: Discos

A descoberta de emissão polarizada em estrelas quentes isoladas deu origem a diferentes modelos teóricos. Em um deles os efeitos provinham do espalhamento da luz na fotosfera estelar (Harrington & Collins 1968). Porém, cálculos detalhados mostraram que o grau de polarização obtido nesse caso era muito menor que o observado em estrelas Be (Collins 1970). Cassinelli & Haisch (1974) e Haisch & Cassinelli (1976) estudaram a polarização, em módulo e dependência espectral, originada de uma atmosfera estendida e concluíram que o nível de polarização observado somente pode ser alcançado quando a atmosfera possui a forma de disco. Capps, Coyne & Dick (1973) apresentaram um modelo de disco circunstelar de elétrons usado para explicar a dependência espectral da polarização de ζ Tau. Eles incluíram, além do espalhamento eletrônico, as emissões livre-livre e da recombinação do Hidrogênio.

Brown & McLean (1977, BM77) reconsideraram o trabalho de Capps et al. (1973), generalizando seus resultados para diferentes geometrias do envelope, mas desprezando a emissão e absorção. Assim, esse modelo permite uma estimativa apenas do grau de polarização, não de sua dependência espectral. O modelo de BM77 consiste na resolução analítica do problema

do espalhamento da luz proveniente de uma fonte puntiforme em um envelope axissimétrico e opticamente fino. Como resultado, expressões analíticas são obtidas para a polarização como função da geometria do envelope e do ângulo de inclinação pelo qual é visto o sistema. Essas relações permitem uma estimativa do intervalo de formas capazes de produzir um dado grau de polarização observado. Recentemente, Fox (1994) resolveu o problema do espalhamento eletrônico em um envelope axissimétrico usando a aproximação de feixe radial (Sobolev 1963) para o transporte radiativo. Ele considera apenas o espalhamento simples, mas a extinção devida ao espalhamento para outras direções é incluída.

O modelo de BM77, porém, não é completo e muitos efeitos foram desprezados como, por exemplo, aqueles advindos do tamanho finito da fonte. A luz proveniente de uma fonte finita atinge um dado ponto no envelope a diferentes ângulos, de acordo com a região da fonte de onde ela provém. Como a polarização é basicamente uma função do ângulo de espalhamento, essa dispersão resulta numa polarização diferente da obtida para uma fonte puntiforme. Tomemos como exemplo um observador vendo um disco estelar lateralmente. Consideremos, então, os fótons emitidos pela fonte na direção perpendicular à linha de visada e no equador estelar, e que sejam espalhados na direção do observador. Os fótons que atingem o observador considerando uma fonte puntiforme são espalhados a exatamente 90° (ângulo de espalhamento que produz o máximo de polarização), considerando apenas o espalhamento simples. Porém, no caso de uma fonte finita os ângulos de espalhamento estão distribuídos dentro de um intervalo dependente da relação entre o tamanho da fonte e da distância ao ponto de espalhamento. Nesse caso, a polarização de uma fonte finita é menor. A correção a esse efeito pode ser feita pela inclusão de um fator de depolarização nas expressões de BM77, como demonstrado por Cassinelli, Nordsieck & Murison (1987) e Brown, Carlaw & Cassinelli (1989). Um outro efeito, também de caráter geométrico, é a ocultação de parte do envelope pela própria estrela (Fox 1991 e referências citadas).

Como citado anteriormente, o espalhamento eletrônico não é o único processo que ocorre nos envelopes dessas estrelas. A emissão e a absorção atômicas no envelope introduzem uma dependência espectral não só na intensidade, mas também na polarização (Capps et al. 1973, Poeckert & Marlborough 1978), em contraste com o espalhamento eletrônico que possui uma seção de choque independente do comprimento de onda. Poeckert & Marlborough (1978) estudaram a polarização nas linhas de emissão e absorção como função das características do envelope.

Outros trabalhos dentro dessa linha de modelos analíticos abrangem fontes polarizadas (Fox 1993a) e envelopes de profundidade óptica constante (Fox 1993b). Nesse último trabalho, o envelope possui uma única profundidade óptica independente da direção, o que seria equivalente a um envelope opticamente espesso. A máxima polarização que pode ser assim obtida é inferior àquelas observadas em estrelas Be, de modo a excluir esse modelo para tais estrelas. É interessante notar, entretanto, que a polarização é compatível com os níveis observados em WR, de modo que podemos considerar que os envelopes dessas estrelas são opacos o suficiente para que vejamos apenas os fótons originários de uma mesma profundidade óptica. Todos os trabalhos acima limitam-se ao caso de envelope opticamente fino, i.e., apresentam bons resultados quando a profundidade óptica se restringe a valores menores que 0,1 (Daniel 1980).

Devemos ressaltar também um trabalho de Hillier (1994) onde é apresentado um novo método de solução analítica para o transporte radiativo em um envelope eletrônico sem a restrição de espalhamento único. Esse método, porém, é também custoso computacionalmente, similarmente ao Método de Monte Carlo.

Recentemente, Bjorkman & Bjorkman (1994) estudaram a polarização produzida por um disco axissimétrico e opticamente fino que envolve uma estrela em alta rotação. O artigo concentra-se no estudo do escurecimento pela gravidade: uma estrela em rotação muito rápida possui uma temperatura efetiva no equador menor que na região dos pólos (von Zeipel 1924). Eles concluíram que esse efeito não deve ser o responsável pela depolarização observada na radiação ultravioleta de estrelas Be (Bjorkman et al. 1993) e sugeriram o *line blanketing* devido às linhas do ferro como mecanismo mais provável.

Com o advento de computadores cada vez mais rápidos, o MMC tem-se apresentado com uma alternativa viável para a resolução de problemas relacionados ao transporte radiativo em envelopes estelares. Wood et al. (1996a) consideram o espalhamento eletrônico em envelopes estelares opticamente espessos. Em uma abordagem bastante similar àquela desenvolvida por nós, eles concluem que a polarização produzida por envelopes opticamente espessos, portanto sujeitos ao espalhamento múltiplo, pode ser maior que em envelopes opticamente finos. Desse modo, o espalhamento eletrônico em discos circunstelares pode produzir uma polarização de 4% ou mesmo maior. Em um segundo trabalho (Wood et al. 1996b), são apresentados os resultados com a inclusão de absorção no envelope. A absorção diminui a polarização e torna o resultado do espalhamento múltiplo em envelopes mais próximo

daquele obtido com a inclusão apenas do espalhamento único. Assim, em regiões espectrais onde o albedo muda de maneira abrupta (por ex., a região do salto de Balmer - *Balmer jump*), a variação dos níveis de polarização é muito maior a que anteriormente prevista sem considerar o espalhamento múltiplo. Para envelopes geometricamente espessos vistos lateralmente, eles encontram que a polarização pode ser paralela ao disco devido a absorção na linha de visada. O MMC foi também usado para o estudo da polarização do espectro de estrelas simbióticas (Harries 1995).

1.2.2 Estrelas isoladas: Inomogeneidades no vento

Algumas estrelas quentes apresentam polarização variável de maneira aleatória. Supõe-se que essas variações reflitam alterações no vento, provavelmente a quebra de simetria pelo surgimento de regiões de maior densidade. Essa tipo de polarização observada em WRs é estudada no Cap. 3, onde apresentamos uma pequena revisão bibliográfica sobre o tema.

1.2.3 Estrelas binárias

Estrelas binárias podem também apresentar polarização, caso uma das estrelas possua um envelope. Nesse caso, ele é iluminado pela companheira de maneira diferente ao longo da órbita produzindo um polarização observável e dependente da fase. Esse problema é investigado no Cap. 4.

1.3 Organização desta tese

Não seria um exagero dizer que qualquer das classes de estrelas descritas acima poderia ser estudada com nosso código. Porém, até o momento, a aplicação de nosso código restringe-se a duas situações em particular: envelopes não-homogêneos e estrelas binárias.

O nosso trabalho é apresentado conforme a seguinte organização. No Cap. 2, descrevemos o código em seu método e capacidades. Alguns testes gerais são também apresentados. No Cap. 3, apresentamos o problema das variações randômicas de intensidade e polarização observadas em algumas estrelas Wolf-Rayet. A partir de um modelo de vento com condensações, discutimos quais suas características para se explicar as observações. O estudo

de sistemas binários é feito no Cap. 4, onde apresentamos um modelo bastante refinado para o cálculo da variação em fase da intensidade e polarização observadas em sistemas onde uma das estrelas possui material circunstelar. Dois sistemas são estudados: V444 Cygni e HD5980.

Capítulo 2

Um Código de Monte Carlo para o Transporte Radiativo

Neste capítulo descrevemos as capacidades do nosso código de Monte Carlo e detalhes da implementação deste método para a simulação do transporte radiativo em envelopes estelares e nuvens interestelares. Os casos em que o transporte radiativo pode ser resolvido analiticamente incluem basicamente situações geométricas simples e de profundidades ópticas extremas (ou muito pequenas, ou muito grandes). Porém, mesmo modelos simplificados de alguns objetos astrofísicos não podem ser enquadrados nessa categoria. Assim, nosso objetivo foi desenvolver uma ferramenta teórica sem essas restrições. Estamos interessados não somente na intensidade, mas também na polarização, por isso o nosso código inclui todos os parâmetros de Stokes. Apesar de grande parte das aplicações apresentadas neste trabalho referirem-se a envelopes estelares (isto é, a região onde ocorre o espalhamento circunda a fonte de iluminação), o código permite o estudo de situações onde a fonte é externa, o que pode ocorrer no meio interestelar ou em sistemas binários (veja Cap. 4).

2.1 O Método de Monte Carlo

O Método de Monte Carlo (MMC) é basicamente um método estatístico e baseia-se na representação (ou interpretação) de um modelo dentro de um contexto de probabilidades. O seu uso é bastante amplo, abrangendo aplicações tão distintas quanto o cálculo de uma integral ou a simulação de uma linha de produção industrial. Alguns livros que tratam do método de Monte Carlo são Cashwell & Everett (1959), Rubinstein (1981) e Kalos & Whitlock (1986).

No caso específico do transporte radiativo, o método consiste em simular o caminho óptico de um grande número de fótons. É necessário muitos fótons para que se possa cobrir todas as possibilidades de um dado modelo. Além disso, a incerteza em um dado resultado segue uma estatística de Poisson, e assim é limitada pelo número de fótons que a determina (veja Sec. 3.3.1).

De maneira geral, os fótons não são emitidos de um mesmo ponto e com as mesmas características espectrais, de polarização, direção, etc. A propagação em si também possui diferentes possibilidades. Assim, se a nossa simulação considera que cada fóton é emitido e propagado de um modo particular, mas de acordo com certas leis físicas e condições iniciais e de contorno, o resultado da simulação deve representar a emissão proveniente do modelo suposto. Desse modo, o modelo que o código simula deve ser todo representado em termos de funções de probabilidades: condições iniciais e de contorno e leis físicas que descrevem a emissão e propagação. Por exemplo, se a superfície de uma fonte plana emite uniformemente, a probabilidade de um fóton ser emitido de qualquer ponto é sempre a mesma. Isto é, um fóton é emitido de um ponto definido, mas quando se considera todo o conjunto, um mesmo número de fótons foi lançado de cada posição. O ponto de emissão de cada fóton (assim como muitas outras variáveis do problema) deve ser *amostrado* de acordo com uma propriedade pré-definida que deve ser representada matematicamente. Consequentemente, um ponto fundamental do MMC é a amostragem de uma variável a partir de uma dada função de probabilidades. Abordaremos esse ponto na seção seguinte.

2.1.1 Amostragem de variáveis a partir de uma função de distribuição de probabilidade

No MMC, o problema fundamental é a representação do comportamento de uma variável ou de um mecanismo físico por uma função de distribuição

de probabilidade. Por isso, deve-se saber como amostrar uma variável a partir de uma dada distribuição (por exemplo, Kalos & Whitlock 1986). Para compreender melhor essa questão, vamos definir algumas funções de interesse. Sendo x a variável que se pretende amostrar, temos:

- $p(x)$: a função de distribuição de probabilidade definida entre $x = a$ e $x = b$;

- $P(x)$: a função cumulativa de probabilidade, dada por:

$$P(x) = \int_a^x p(y)dy, \quad (2.1)$$

que pode assumir valores entre 0 ($x = a$) e 1 ($x = b$). Note que a função $P(x)$ representa a probabilidade da variável em questão assumir um valor menor ou igual a x .

O procedimento usual para se amostrar um dado valor de x baseia-se na função cumulativa de probabilidades e em um número aleatório uniformemente distribuído entre 0 e 1, ξ . Como notado acima, $P(x)$ pode assumir valores entre 0 e 1; assim um dado número, ξ , dentro desse intervalo equivale a um valor de x dentro do domínio da função $p(x)$:

$$P(x) = \xi \implies x = P'(\xi). \quad (2.2)$$

O *princípio fundamental* consiste na associação, e conseqüente determinação, de um evento x a um número, ξ , entre 0 e 1. Acima, apresentamos o caso contínuo, mas o mesmo raciocínio aplica-se para probabilidades de eventos discretos.

Nos casos em que $P'(x)$ não é uma função transcendental, ela possui uma expressão algébrica e x pode ser facilmente obtido. Porém, isso nem sempre é verdade. Nesses casos, podemos resolver a equação numericamente ou recorrer a outros métodos de amostragem. Um dos métodos alternativos é o chamado *método da rejeição* (Sobol 1975; Rubinstein 1981 e Whitney 1993).

2.1.1.1 Método da rejeição

O método da rejeição foi originalmente proposto por von Neumann (1951). Uma apresentação teórica pode ser encontrada em Rubinstein (1981), enquanto Sobol (1975) deixa bem clara sua aplicação e interpretação geomé-

trica. Esse método consiste em se sortear a variável que se deseja amostrar e então submetê-la a um teste, de modo que possa ser aceita ou rejeitada (daí o nome). Esse é o método que utilizamos para determinar o ângulo de espalhamento de elétrons ou grãos de poeira (Sec. 2.3.3.2).

De modo mais específico, o procedimento para se amostrar uma variável através desse método é o seguinte. A função a ser amostrada, $p(x)$, é definida no domínio entre a e b e pode assumir valores entre p_{min} e p_{max} . Note que os valores extremos não se referem necessariamente ao limites do domínio. Sorteia-se, portanto, uma variáveis aleatória uniformemente distribuída entre a e b , ξ_1 , e outra entre, p_{min} e p_{max} , a que chamaremos por ξ_2 . **Se ξ_2 é menor que $p(\xi_1)$, ξ_1 é aceita.** Esse método é de preferência aplicado nas situações de alta eficiência, E , que é definida como (Sobol 1975):

$$E = \frac{\int_a^b p(x)dx}{(b-a)(p_{max} - p_{min})}. \quad (2.3)$$

2.2 Gerador de números pseudo-randômicos

Como visto acima, o cerne do MMC está em se amostrar variáveis a partir de um número aleatório dentro de uma sequência uniforme entre 0 e 1. Eles são normalmente representados por números pseudo-randômicos fornecidos por um gerador. Uma excelente revisão sobre números aleatórios pode ser encontrada em Knuth (1971). Utilizamos em nossos cálculos uma função intrínseca da linguagem C (disponível em todas as máquinas utilizadas) baseada em uma fórmula linear congruencial do tipo:

$$x_{n+1} = (ax_n + c) \text{ mod } m, \quad (2.4)$$

onde a , c e m são constantes. Essa função utiliza uma aritmética de 48 bits que permite a manipulação de números com muitos algarismos de modo que o período de repetibilidade da série é muito grande. Assim a sequência pode ser considerada aleatória dentro de limites bastante confortáveis. Um gerador que forneça sequências pouco aleatórias pode comprometer o resultado da simulação pela introdução de algum tipo de viés (*bias*). Por isso aplicamos alguns testes estatísticos (Knuth 1971 e Kalos & Whitlock 1986) a esse gerador, descritos a seguir.

2.2.1 Teste de Equidistribuição e Teste do χ^2

O teste de equidistribuição é possivelmente o mais simples dos possíveis de aplicação a um gerador de números aleatórios. Os números fornecidos pelo gerador (Eq. 2.4) devem se distribuir igualmente ao longo do intervalo entre 0 e 1. Assim, subintervalos de mesmo tamanho devem ser preenchidos de maneira uniforme. Podemos, então, comparar a população de cada subintervalo com o número esperado e, assim, calcular o χ^2 . Esse procedimento pode ser repetido várias vezes, de modo a fornecer um conjunto de valores de χ^2 que também possui sua estatística determinada. Conseqüentemente, podemos calcular o χ^2 dessa segunda distribuição. Este é o chamado teste do χ^2 que foi aplicado ao gerador utilizado. Resultados típicos são apresentados na Tab. 2.1.

Tabela 2.1: Teste do χ^2 (uni-dimensional) aplicado ao gerador de números pseudo-aleatórios utilizado em nossas simulações.

N	N_{sub}	N_{χ^2}	N_{sub}	χ^2	$P(\chi^2 / \nu)$
10^4	100	10^3	100	81.4	0.900
10^4	100	10^3	100	90.4	0.720
10^4	100	10^3	100	95.6	0.578
10^5	100	10^3	100	81.4	0.901

Nesta tabela, N representa a quantidade de números sorteados para o cálculo do valor de um χ^2 , que são distribuídos em N_{sub} intervalos. Essa operação foi feita N_{χ^2} vezes. O χ^2 resultante e a probabilidade associada a esse valor são dados nas duas últimas colunas, respectivamente. Linhas com os mesmos parâmetros representam simulações com diferentes sementes (x_1 da Eq. 2.4).

Os valores de χ^2 obtidos são bastante próximos do grau de liberdade da distribuição, no caso igual a 99. Isto está de acordo com o esperado para um gerador bom. O valor que aparece na última coluna representa a probabilidade de um dado valor de χ^2 ser maior que o obtido por acaso, mesmo para um modelo correto. O seu complemento (1 - valor) representa a probabilidade do χ^2 observado de um modelo correto seja menor que o valor conseguido. Assim, um bom gerador não deve possuir a probabilidade tabelada nem muito grande (definitivamente os números não se distribuem aleatoriamente), nem muito pequena (valores muito próximos dos esperados e portanto não aleatórios). Considerando um grau de confiança de 10%, temos que valores aceitáveis dessa probabilidade situam dentro do intervalo entre 10 e 90%. Conseqüentemente, os valores encontrados corroboram a hipótese de que o gerador é bom.

2.2.2 Teste Serial

O teste serial é o equivalente ao teste de equidistribuição em 2 ou mais dimensões. Uma sequência de N números corresponde a um ponto em um volume unitário em N dimensões. Esse volume pode ser dividido em sub-volumes iguais que devem ser populados de maneira uniforme caso gerador produza números aleatórios. Podemos aplicar o teste de χ^2 também neste caso. A Tab. 2.2 apresenta os resultados para algumas sequências. Para uma delas, a probabilidade é bastante alta (98%), mas ainda dentro do intervalo aceitável. Geradores definitivamente ruins possuem probabilidade maior que 99% (Knuth 1971). As demais estão dentro dos limites impostos. Esse resultado deve ser analisado considerando os demais testes realizados.

Tabela 2.2: Resultados do Teste Serial aplicado ao gerador de números pseudo-aleatórios.

Dim.	N	N_{sub}	N_{χ^2}	N_{sub}	χ^2	$P(\chi^2 / \nu)$
2	10^4	100	10^3	100	72.0	0.981
2	10^4	100	10^3	100	92.2	0.672
3	10^5	100	10^3	100	103.8	0.351
3	$8 \cdot 10^4$	400	10^4	100	113.14	0.157

Nomenclatura idêntica à Tab. 2.1. A primeira coluna representa a dimensão.

2.2.3 Teste de Sequências Crescentes e Decrescentes

O teste de sequências resume-se a registrar o número de sequências crescentes (ou decrescentes) de cada tamanho que ocorrem ao longo da geração dos números. Por exemplo, a série

$$0,1 - 0,3 - 0,7 - 0,2 - 0,1 - 0,3 - \dots ,$$

pode ser dividida em três sequências crescentes :

$$0,1 - 0,3 - 0,7 ,$$

$$0,2 \text{ e}$$

$$0,1 - 0,3 ,$$

de comprimento 3, 1 e 2, respectivamente. Se os números distribuem-se de maneira uniforme é possível determinar o número provável de ocorrências de

sequências de um dado tamanho. Como nos testes anteriores, esses valores podem ser comparados aos realmente obtidos, mas nesse caso não podemos usar a estatística do χ^2 (Knuth 1971). O parâmetro de interesse, que substitui o χ^2 , é dado por:

$$V = \sum_{1 < j, j < i} (O_i - E_i)(O_j - E_j)a_{ij}, \quad (2.5)$$

onde O_i é o número observado de sequências de tamanho i , E_i é o valor esperado de sequências de tamanho i e a_{ij} são os elementos do inverso da matriz de covariância (Knuth 1971). E_i e a_{ij} são iguais para sequências crescentes e decrescentes. As probabilidades dos valores de V (Tab. 2.3) sugerem que o gerador fornece números com as características desejadas - note-se que as terceira e quinta coluna apresentam os resultados para sequências crescentes e decrescentes, respectivamente.

Tabela 2.3: Resultados do Teste de Sequências aplicado ao gerador de números pseudo-randômicos.

N	V_+	$P(V_+)$	V_-	$P(V_-)$
10^7	6.66	0.35	3.84	0.70
10^7	7.48	0.28	6.07	0.42
10^7	2.29	0.89	8.35	0.21

Considerando todos os testes acima (totalizando 14 testes), em apenas um caso obtivemos um resultado suspeito, mas fora do limite de exclusão. Assim, consideramos que o gerador pode ser utilizado em nossas simulações sem introdução de erros.

2.3 Descrição do código

Nesta seção, vamos descrever nosso código no sentido de tornar claras as situações em que ele pode ser utilizado e a maneira como os diversos problemas advindos do transporte radiativo foram resolvidos. A linguagem de programação utilizada foi o FORTRAN.

O nosso código simula o transporte radiativo dos parâmetros de Stokes em uma nuvem ou envelope dentro de um espaço tridimensional. Por nuvem denominamos uma região que não contém a fonte e por envelope, uma

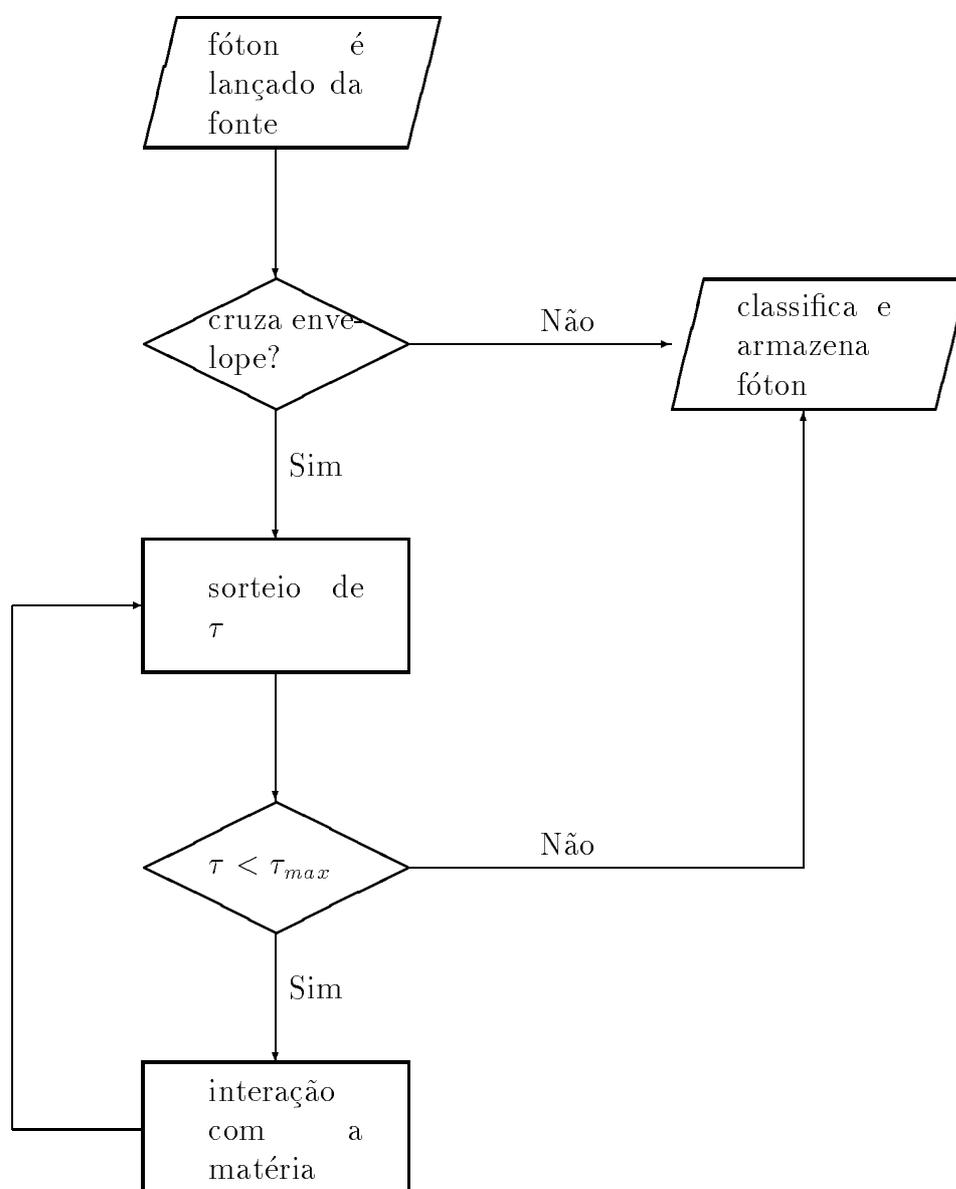


Figura 2.1: Diagrama de fluxo do nosso código de Monte Carlo.

região que contém a fonte. De maneira geral, vamos chamá-las de *regiões de interação*. Assim, temos dois elementos básicos: a fonte e a região de interação. Esses dois elementos podem ser escolhidos dentro de uma variedade de opções as quais descrevemos ao longo desta seção. Note-se que eles estão imersos em um "vácuo", isto é, a radiação somente pode ser alterada na região de interação. O observador situa-se em algum ponto desse espaço e o problema é resolvido sem considerar nenhuma direção como privilegiada. É importante ressaltar que o programa considera apenas espalhamento e absorção (neste último caso, apenas proveniente de grãos de poeira). Se durante a propagação o fóton cruza a fonte, ele é considerado como absorvido. A emissão de um fóton pode ocorrer apenas na fonte, pois não existe emissão na região de interação. O código também não inclui a formação de linhas, isto é, ele restringe-se ao contínuo da radiação.

A lógica do programa é bastante simples. Veja, por exemplo, o diagrama de fluxo simplificado na Fig. 2.1. Um fóton é emitido pela fonte e pode ou não cruzar a região de interação. Caso ele não encontre a região de interação, suas características não são alteradas. Caso ele atravesse a região de interação, é sorteada a profundidade óptica que o fóton irá percorrer, τ , e que define se haverá uma interação. Ela só ocorre caso a profundidade óptica sorteada seja menor que a profundidade óptica total da região de interação como vista pelo fóton em sua direção de propagação, τ_{max} . Caso ele se propague sem interação, ele escapa com as mesmas características com que foi emitido. Caso ocorra interação, ele terá suas propriedades mudadas de acordo com o processo em questão (espalhamento eletrônico, por exemplo) e novamente será sorteada uma profundidade óptica para definir se haverá ou não uma segunda interação. Esse processo repete-se até que o fóton escape da região de interação. Mesmos nos casos em que não existe absorção na região de interação, o fóton pode ser absorvido, caso o seu caminho óptico cruze a fonte. Por isso, o número final de fótons pode ser diferente (menor) que os lançados da fonte. Os fótons são armazenados de acordo com suas características para posterior análise (vide Sec. 2.3.5).

A seguir, vamos detalhar os aspectos que consideramos mais importantes do código, além de apresentar algumas considerações teóricas relevantes ao nosso problema.

2.3.1 Transporte de luz polarizada

O transporte radiativo em astrofísica é, muitas vezes, abordado apenas dentro do ponto de vista da intensidade. Porém, a luz somente é completamente descrita quando consideramos também sua polarização. Um feixe luminoso é usualmente descrito pelo vetor de Stokes (Stokes 1852; referências mais recentes são Chandrasekhar 1950; Bohren & Huffman 1983 ou Rybicki & Lightman 1979). Podemos encontrar na literatura duas representações para esse vetor. A mais utilizada em astrofísica observacional é dada por:

$$S_1 = [I, Q, U, V], \quad (2.6)$$

onde I representa a intensidade, Q e U fornecem a polarização linear e V , a polarização circular (por exemplo, Bohren & Huffman 1983). Nessa representação os parâmetros de Stokes são também intensidades e quantificam a fração da do feixe que possui determinada propriedade de polarização. Por isso, vale a relação:

$$I^2 \geq Q^2 + U^2 + V^2. \quad (2.7)$$

Se para um feixe a expressão acima é válida com o sinal de igualdade, diz-se que o feixe é totalmente polarizado. Nos outros casos, a luz é parcialmente polarizada.

A polarização linear é definida por seu módulo, P , e direção, θ , que podem ser obtidos, a partir dos parâmetros de Stokes, através das expressões:

$$\begin{aligned} P &= \frac{\sqrt{Q^2 + U^2}}{I}, \\ \theta &= 0.5 \arctan\left(\frac{U}{Q}\right). \end{aligned} \quad (2.8)$$

de modo que P é um valor entre 0 e 1, isto é, ele representa a fração da intensidade total que está linearmente polarizada. O mesmo é válido para V .

Uma segunda representação pode ser encontrada em Chandrasekhar (1950) (Eq. 2.9), que é mais conveniente para o estudo do espalhamento. Nesse contexto é comum considerar um plano de espalhamento definido pelas direções

das radiações incidente e espalhada. Assim, I_{\parallel} representa a intensidade paralela ao plano de espalhamento e I_{\perp} , a intensidade perpendicular a esse mesmo plano.

$$S_2 = [I_{\parallel}, I_{\perp}, U, V]. \quad (2.9)$$

A relação entre os parâmetros de Stokes nas duas representações é:

$$\begin{aligned} I &= I_{\parallel} + I_{\perp}, \quad e \\ Q &= I_{\parallel} - I_{\perp}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Ao se proceder a uma simulação, um dos primeiros passos é a definição de um sistema de referência fixo ao qual todas as quantidades calculadas ao longo da simulação devem se referir. Por outro lado, a transformação dos parâmetros de Stokes devida a um espalhamento é descrita através de matrizes que se referem a um referencial onde dois dos eixos estão no plano de espalhamento, sendo o terceiro, obviamente, perpendicular a este plano, completando um referencial cartesiano (a este referencial denominamos referencial de espalhamento). Assim, a cada espalhamento é necessário representar o vetor de Stokes no referencial de espalhamento, transformá-lo de acordo a interação adequada, e retornar ao referencial principal. A seguir, apresentamos as matrizes que representam a transformação do vetor de Stokes entre dois referenciais, o final sofrendo uma rotação de um ângulo ϕ no sentido horário com relação ao inicial. As duas matrizes referem-se às duas representações dos parâmetros de Stokes (Eqs. 2.6 e 2.9), e estão indexadas de acordo.

$$R_1(\phi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\phi & \sin 2\phi & 0 \\ 0 & -\sin 2\phi & \cos 2\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

e

$$R_2(\phi) = \begin{pmatrix} \cos^2 \phi & \sin^2 \phi & \frac{\sin 2\phi}{2} & 0 \\ \sin^2 \phi & \cos^2 \phi & -\frac{\sin 2\phi}{2} & 0 \\ \sin 2\phi & \sin 2\phi & \cos 2\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.12)$$

Notem que a intensidade e a polarização circular não são alteradas por essa rotação, apenas o ângulo de posição da polarização linear sofre alteração. As matrizes referentes a interação com a matéria são descritas nas Seções 2.3.3.1 e 2.3.3.2.

Durante o desenvolvimento dessa parte do código, implementamos ambas representações a fim de se detectar possíveis falhas do código. Os dois casos forneceram o mesmo resultado e optamos, então, por manter a primeira representação. Essa escolha foi arbitrária e guiada pela maior facilidade na comparação com os dados observacionais.

2.3.2 Características da fonte

Do ponto de vista geométrico, a fonte pode ser puntiforme ou extensa. Esses dois casos podem ser tratados pelo programa, mas, para fontes extensas, a única forma considerada é a esférica. A direção da luz emergente da fonte é sempre radial para fontes puntiformes. Para uma fonte extensa, porém, existem várias possibilidades. No caso de emissão isotrópica, a dependência da intensidade com a direção é simples:

$$\begin{aligned} I_\theta(\theta) &= I_\theta(0), \text{ ou} \\ I_\mu(\mu) &= I_\mu(1), \end{aligned} \quad (2.13)$$

onde θ representa o ângulo entre a direção da emissão e a normal à superfície e μ , o seu cosseno. Assim, $I_\theta(0)$ (equivalente a $I_\mu(1)$) é a intensidade na direção normal.

Na opção *default*, a polarização inicial é arbitrária e constante. Isto é, escolhida uma polarização qualquer, todos os fótons emitidos possuem o mesmo vetor de Stokes - usualmente a fonte é considerada não-polarizada. Entretanto, isso não é necessariamente válido caso se suponha escurecimento de bordo (Sec. 2.3.2.1).

O programa possui três opções para a configuração entre fonte e região de interação:

- fonte interna (puntiforme ou extensa) à região de interação. É a configuração referente a uma estrela mais um envelope;
- fonte externa (puntiforme ou extensa) à região de interação. É a configuração de uma estrela iluminando o envelope de outra estrela. É utilizada para tratar sistemas binários (vide Cap. 4);

- fonte plano-paralela incidindo sobre a região de interação. Essa opção poderia ser utilizado para estudar nuvens interestelares. Entretanto, não apresentamos nenhuma aplicação dessa opção.

2.3.2.1 Emissão não-isotrópica: Escurecimento e polarização de bordo

Uma superfície estelar não emite isotropicamente, ao contrário, a fotosfera estelar emite preferencialmente na direção radial. Por isso, a borda da estrela é mais escura que seu centro (efeito visível no Sol, por exemplo). Esse efeito é normalmente conhecido por escurecimento de bordo (*limb darkening*). Ele existe pois a profundidade máxima observada de uma fotosfera estelar depende do ângulo como esta é vista. Isso acontece pois uma mesma profundidade óptica é alcançada a diferentes raios, de acordo com o ângulo com a normal. Radialmente vemos uma profundidade maior, logo mais quente e mais emissiva. A polarização também pode variar com a direção. No caso de uma atmosfera radiativa (em oposição a uma convectiva), o espalhamento eletrônico é o mecanismo dominante e determina a *polarização de limbo*.

Há várias propostas de leis para descrever o escurecimento de bordo em estrelas. Normalmente, considera-se uma expressão linear que é, entretanto, inadequada, especialmente para estrelas quentes. Diaz-Cordovez, Claret & Gimenez (1995) tentam encontrar a melhor expressão analítica para o escurecimento de bordo proveniente dos modelos de Kurucz (1991). De acordo com esse trabalho, o nosso código considera a forma mais geral da lei de escurecimento com parâmetros livres:

$$I(\mu) = 1 - a(1 - \mu) - b(1 - \mu^2) - c(1 - \sqrt{\mu}) - d\mu \ln \mu. \quad (2.14)$$

Quaisquer dos parâmetros acima (a , b , c ou d) podem ser considerados nulos, de modo que podemos estudar, entre outros, o efeito de escurecimento de bordo clássico (linear). Essa expressão pode ser considerada como uma densidade de probabilidade (vide Sec. 2.1.1). Assim, sua integração fornece a função cumulativa de probabilidade, $P_I(\mu)$ (Eq. 2.15) que, combinada com um gerador de números aleatórios, permite o sorteio da direção da radiação emergente.

$$P_I(\mu) = \frac{(1 - a - b - c)\mu + \frac{a}{2}\mu^2 + \frac{b}{3}\mu^3 + \frac{2c}{3}\mu^{3/2} - \frac{d}{4}\mu^2(2 \ln \mu - 1)}{1 - \frac{a}{2} - \frac{2b}{3} - \frac{c}{3} + \frac{d}{4}}. \quad (2.15)$$

Uma polarização de limbo considerável pode ser observada em estrelas quentes que possuem atmosferas onde o transporte radiativo deve ser dominado por espalhamento eletrônico. Essa polarização foi primeiramente calculada por Chandrasekhar (1950). Mais recentemente, Collins (1988) apresenta uma fórmula analítica para essa polarização:

$$P(\mu) = \frac{Q}{U} = e \frac{1 - \mu^2}{1 + f\mu + g\mu^2}, \quad (2.16)$$

onde: $e = 0,1153$; $f = 4,157$; $g = 3,146$.

Chandrasekhar (1950) apresenta apenas uma tabela dos valores da polarização de limbo para algumas direções, o que não é muito adequado para se implementar no código. Na Figura 2.2 comparamos a polarização de limbo de Chandrasekhar e Collins que são bastante similares. Desse modo, incluímos em nosso código uma opção de cálculo que inclui a intensidade e polarização de limbo de acordo com a Eqs. 2.14 e 2.16, respectivamente. Note-se que usamos a lei de escurecimento de bordo para sortear a direção de emissão, que uma vez amostrada, determina a polarização.

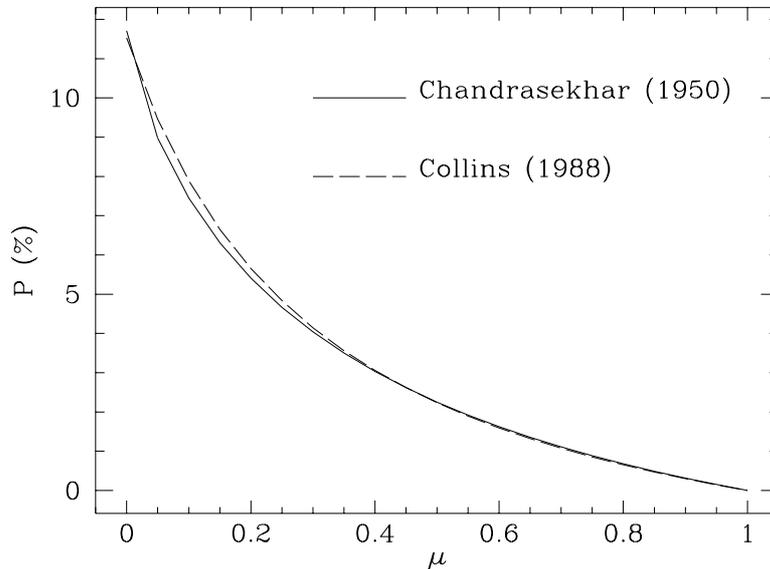


Figura 2.2: Comparação entre os cálculos de Chandrasekhar (1950) e Collins (1988) para a polarização de limbo.

2.3.2.2 Emissão não-uniforme: Manchas fotosféricas

A emissão pode ser uniforme na superfície esférica ou podem existir regiões de diferentes temperaturas (=emissividades), as quais chamaremos de manchas. Elas podem ser quentes ou frias de acordo com o sinal da diferença de temperatura entre a mancha e o restante da fotosfera.

O nosso código de Monte Carlo inclui uma opção de superfície estelar com mancha. Especificamente, definimos uma região circular com temperatura diferente da superfície em geral. Isso produz intensidades diferentes, de acordo com a Lei de Planck, de modo que um ponto da mancha possui uma probabilidade de emissão diferente daquela da fotosfera.

Em configurações específicas, podemos tornar mais eficiente a simulação usando algumas simetrias do problema. Uma fonte com uma mancha pode ser decomposta em uma fonte isotrópica e na mancha propriamente dita. No caso de um envelope esférico em torno de uma fonte isotrópica, sabemos que a polarização integrada é nula ($P_{iso} = 0$) e a intensidade, I_{iso} , é independente da direção. Assim, podemos fazer a simulação de uma fonte que emita apenas na região da mancha e combinar esse resultado com o isotrópico conhecido *a priori* usando como ponderação a razão entre as intensidades entre as duas regiões, R , e a área coberta pela mancha, A . As expressões para a intensidade e polarização integradas são dadas por:

$$I(\mu) = \frac{I_{iso} + (R - 1) * A * I_{spot}}{1 + (R - 1) * A} \quad (2.17)$$

e

$$\begin{aligned} P(\mu) &= \frac{P_{iso}I_{iso} + P_{spot}I_{spot}(R - 1)A}{I(\mu)} \\ &= \frac{P_{spot} * I_{spot}(R - 1)A}{I(\mu)}, \end{aligned} \quad (2.18)$$

onde I_{spot} e P_{spot} são as intensidade e polarização obtidas com a simulação que considera apenas emissão da mancha.

Na Figura 2.3, comparamos nossos resultados aos de Lefevre & Daniel (1988) que também tratam o problema com o método de Monte Carlo. Apresentamos os resultados de duas simulações obtidas com o mesmo número de fótons, mas em uma delas simulamos apenas a mancha e usamos as expressões acima para obter o resultado de toda a fonte. Note-se que a flutuação es-

estatística diminuiu de modo considerável. Além disso, a concordância com os resultados de Lefevre & Daniel parece-nos bastante adequada.

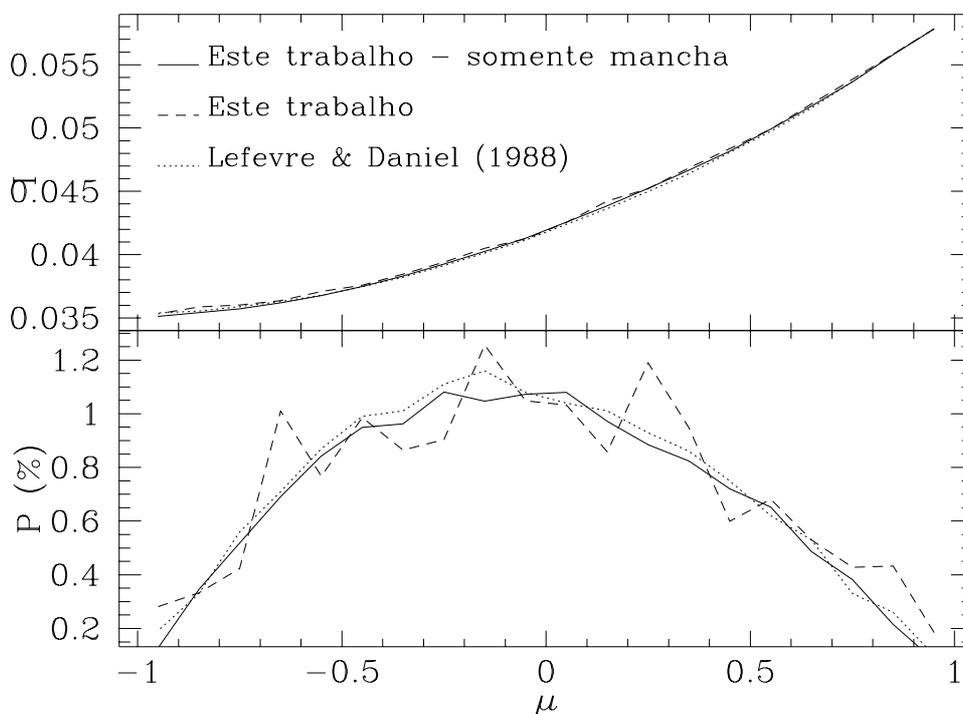


Figura 2.3: Comparação entre nossos resultados e os de Lefevre & Daniel (1988) referentes a uma fonte com mancha em sua superfície.

2.3.3 Definindo a região de interação

A seguir vamos enumerar as opções existentes para a região de interação e definir os processos radiativos que consideramos. A região de interação é definida por sua geometria, composição e lei de densidade.

As geometrias passíveis de serem estudadas com nosso código são:

- esférica;
- cilíndrica;
- elíptica;

- região cônica: seção esférica com ângulo azimutal limitado ao intervalo 0 a θ_{ab} , de modo a formar uma geometria cônica;
- *wedge-shaped*: idem ao anterior, mas o ângulo azimutal é limitado entre $90 \pm \theta_{ab}$.

A região de interação pode ou não ser contígua à fonte. Por exemplo, para uma geometria esférica podemos considerar um envelope esférico com a fonte imersa ou uma casca esférica circundando a fonte.¹

As leis de densidade que podem atualmente ser consideradas pelo código são:

- uniforme;
- r^n (r^2 , como caso especial);
- lei de densidade *elíptica*:

$$n(r) = \frac{1}{\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{a}\right)^2 + \left(\frac{z}{b}\right)^2} \quad (2.19)$$

- lei de densidade para estrelas quentes (vide Sec. 2.3.4.2).

A estrutura do código permite que se inclua facilmente qualquer lei de densidade que possa ser representada por uma expressão analítica. O código permite também estudar envelopes inomogêneos (vide Cap. 3).

Como já dito, o material espalhador pode ser constituído por elétrons (não-relativísticos) ou poeira. Enquanto os elétrons apenas espalham a luz, grãos de poeira podem também absorvê-la. Nas próximas seções vamos nos deter em alguns aspectos da interação dos fótons com a matéria.

2.3.3.1 Espalhamento Thomson

O espalhamento da luz por elétrons em seu regime não-relativístico (também chamado Thomson) é provavelmente o mais simples da natureza. A

¹Vale aqui um pequeno comentário aos programadores: a inclusão de um envelope destacado da fonte faz necessário vários testes relativos ao caminho óptico do fóton que pode atravessar o vazio entre a fonte e a região de interação e retornar o envelope. Isto é, deve-se tomar cuidado para não se incluir na integração da profundidade óptica essa região.

seção de choque, σ_e , é constante com o comprimento de onda, λ , sendo seu módulo dado por:

$$\sigma_e = \frac{8\pi}{3} \frac{e^4}{m_e^2 c^4} = 6.6510^{-25} \text{cm}^2, \quad (2.20)$$

onde e é a carga do elétron, m_e , sua massa e c , a velocidade da luz.

As matrizes de espalhamento para cada uma das representações dos vetores de Stokes são:

$$E_1(\Theta) = \begin{pmatrix} \frac{\cos^2 \Theta + 1}{2} & \frac{\cos^2 \Theta - 1}{2} & 0 & 0 \\ \frac{\cos^2 \Theta - 1}{2} & \frac{\cos^2 \Theta + 1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \Theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \Theta \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

e

$$E_2(\Theta) = \frac{3}{2} \begin{pmatrix} \cos^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \Theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \Theta \end{pmatrix}. \quad (2.22)$$

Nas matrizes acima, Θ representa o ângulo de espalhamento entre a luz incidente e a espalhada. Portanto, usando a primeira representação do vetor de Stokes (Eq. 2.6), a intensidade espalhada em cada direção segue a expressão :

$$I(\Theta) = I' E_1^{11}(\Theta) + Q' E_1^{12}(\Theta) + U' E_1^{13}(\Theta) + V' E_1^{14}(\Theta), \quad (2.23)$$

onde os parâmetros denotados "com linha" referem-se à radiação incidente e "sem linha" à espalhada.

É através desta expressão que nos é possível sortear o ângulo de espalhamento em cada uma das interações do fóton com a matéria, isto é, ela define a distribuição de probabilidade de Θ . Os parâmetros de Stokes da Eq. 2.23 já foram convertidos ao referencial do espalhamento e assim dependem do ângulo entre esse e o referencial principal do modelo. Nesse caso, o método mais conveniente para determinação do ângulo Θ é o da rejeição (Sec. 2.1.1.1; Sobol 1975; Whitney 1993).

2.3.3.2 Interação com grãos de poeira

Uma das diferenças entre a interação de um fóton com um elétron e com um grão de poeira é que no último caso existe a possibilidade de absorção, representada pela parte imaginária do índice de refração. Além disso, a seção de choque e a função de fase (probabilidade de espalhamento em cada direção) são dependentes do comprimento de onda, do material e da forma do grão. O código permite a interação com grãos esféricos cuja seções de choque podem ser obtidas através da Teoria de Mie (por exemplo, Bohren & Huffman 1983).

A matriz de espalhamento de um grão de poeira usando a primeira representação dos parâmetros de Stokes é dada por (Whitney 1993):

$$D_1(\Theta) = \begin{pmatrix} P_1 & P_2 & 0 & 0 \\ P_2 & P_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_3 & -P_4 \\ 0 & 0 & P_4 & P_3 \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

onde

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{1}{2} [|S_1|^2 + |S_2|^2], \\ P_2 &= \frac{1}{2} [|S_2|^2 - |S_1|^2], \\ P_3 &= \frac{1}{2} [S_2^* S_1 + S_1^* S_2], \\ P_4 &= \frac{i}{2} [S_2^* S_1 - S_1^* S_2]. \end{aligned} \quad (2.25)$$

S_1 e S_2 são as *funções de amplitude* usualmente utilizadas para descrever um espalhamento (Bohren & Huffman 1983).

O sorteio da direção de espalhamento é feito pelo método da rejeição, analogamente ao espalhamento eletrônico. No caso do espalhamento eletrônico, a função de fase é representada por uma função analítica simples, enquanto que para grãos ela é função do comprimento de onda, tamanho do grão e índice de refração. Neste caso, seu máximo ocorre na direção de incidência e torna-se cada vez mais pronunciado com o aumento do tamanho do grão. Assim, a eficiência do método da rejeição, E , diminui com o aumento do tamanho. Apresentamos alguns exemplos da eficiência na Tab. 2.4.

Tabela 2.4: *Eficiência do Método da Rejeição para amostragem do ângulo de espalhamento.*

Partícula	Tamanho (μm)	E
elétron	-	0.66
poeira	0.02	0.64
poeira	0.10	0.33

Resultados obtidos para $\lambda = 0.5\mu m$.

2.3.4 Cálculo do ponto de interação do fóton com a matéria

Vamos, nesta seção, descrever o método para determinar o ponto de interação de um fóton. Essa é a parte principal do código e deve ser escrita com muito cuidado, pois requer a consideração de todos os detalhes geométricos da região de interação. Também nessa parte residem os maiores problemas de cálculo do transporte radiativo com o MMC.

O ponto de interação depende da profundidade óptica percorrida, τ , que é determinada pelo princípio fundamental (Sec. 2.1.1). A profundidade óptica de um meio pode ser interpretada dentro de um contexto de probabilidades (Eq. 2.26), de modo que quando τ é igual a zero a probabilidade de um fóton escapar é 1 (todo e qualquer fóton escapa). Por outro lado, um fóton não pode escapar de um meio de profundidade óptica infinita (probabilidade de escape é nula).

$$P_{esc}(\tau) = e^{-\tau}. \quad (2.26)$$

Quando o fóton não escapa da região em questão, ele interage. Assim podemos definir a probabilidade de um fóton interagir ao longo de um dado caminho óptico de comprimento, R , pelo complemento da probabilidade de escape:

$$P(\tau) = 1 - e^{-\tau(R)}. \quad (2.27)$$

Podemos agora definir τ_{max} como a profundidade óptica integrada ao longo da região de interação como vista por um fóton emitido (ou espalhado) em uma dada posição e com dada direção. Assim, a probabilidade desse fóton sofrer uma interação é dada, então, por:

$$P(\tau_{max}) = 1 - e^{-\tau_{max}}. \quad (2.28)$$

Essas equações são suficientes para determinar se o fóton interage na região de interesse (ou se escapa sem sofrer interação) e o ponto dessa interação. Em primeiro lugar, sorteamos τ a partir da Eq. 2.26². Caso τ seja menor que τ_{max} , existe a interação, que ocorre em um ponto determinado a partir da inversão de $\tau(R)$.

A profundidade óptica pode ser expressa como função da densidade em número das partículas interagentes, $n(r)$, e de sua seção de choque, σ . Assim:

$$\tau(R) = \int_0^R n(r)\sigma dr' \quad (2.29)$$

onde r' é definido na direção de propagação e r no referencial da região de interação. Para calcularmos τ_{max} , determina-se o ponto em que o caminho óptico do fóton intercepta o contorno da região de interação que é usado como limite superior na equação acima. Note que $n(r)$ é igual a zero, se fora da região de interação.

2.3.4.1 Ponto de interação calculado analiticamente

Em alguns casos, a integral (2.29) possui primitiva e podemos calcular R analiticamente. O caso mais simples é o de um envelope de densidade uniforme ($n(r) = K$), quando a integral acima é trivial:

$$\tau(R) = K\sigma R, \quad (2.30)$$

o que permite obter facilmente R a partir de um dado τ .

Se a densidade decresce proporcionalmente ao quadrado da distância, $n(r) = Kr^{-2}$, a integral (2.29) pode ser resolvida lembrando que o referencial do fóton e da nuvem não possuem a mesma origem, o que torna necessário uma mudança de coordenadas. No caso em questão, obtemos:

$$\tau(R) = K\sigma \int_0^R \frac{dr'}{r_o^2 + r'^2 + 2r'c} \quad (2.31)$$

²Podemos também utilizar a Eq. 2.27 que fornece o mesmo resultado

onde:

- r' é a distância na direção de propagação percorrida pelo fóton;
- r_o é o raio do ponto de partida (ou da última interação) do fóton no referencial da nuvem;
- c é o produto escalar entre r_o e o versor de direção de propagação do fóton.

Essa integral possui solução analítica que pode ser encontrada em uma tabela de integrais como, por exemplo, Gradshteyn & Ryzhik (1965). A Equação (2.31) permite a obtenção de R a partir de τ , como no caso de densidade uniforme.

2.3.4.2 Ponto de interação calculado numericamente

Como vimos acima, o ponto de interação pode ser calculado analiticamente em alguns casos. Porém, algumas leis de densidade não permitem a solução analítica, como, por exemplo, a lei de densidade comumente usada para estrelas quentes com ventos radiativos, que será usada aqui para exemplificar a solução utilizada.

A densidade em massa de um envelope pode ser expressa em termos da velocidade radial da perda de massa, $v(r)$, assumindo a conservação de fluxo:

$$\rho(r) = \frac{\dot{M}}{4\pi r^2 v(r)}, \quad (2.32)$$

onde:

- r é a distância radial;
- \dot{M} é taxa de perda de massa.

Desse modo, uma densidade proporcional a r^{-2} corresponde a uma perda de massa com velocidade constante. Porém, a teoria de ventos radiativos prevê que a velocidade seja dada por uma lei do tipo (Sec. 1.1.1):

$$v(r) \propto \left(1 - \frac{R_\star}{r}\right)^\beta, \quad (2.33)$$

onde R_\star é o raio estelar e β é um parâmetro do modelo da ordem de 1.

A velocidade acima implica numa lei de densidade que não pode ser resolvida analiticamente, a não ser para determinados valores de β . Desse modo, criamos uma nova versão do código que resolve a integral da profundidade óptica numericamente.

A seguir descrevemos de modo simplificado as etapas percorridas pelo programa para simular o caminho óptico de um fóton. Dado um fóton de posição inicial e direção definidas e cuja profundidade óptica percorrida seja menor que τ_{max} , o programa executa os seguintes passos:

1. calcula o ponto onde o fóton deixaria a região de interação;
2. divide o segmento de reta entre o ponto de partida e o ponto do item 1 em N intervalos de mesmo *comprimento*;
3. calcula a profundidade óptica em cada um dos limites dos intervalos resolvendo a integral pelo método do trapézio;
4. verifica em qual intervalo a profundidade óptica percorrida é alcançada;
5. refina o cálculo da profundidade óptica nos 7 pontos mais próximos ao intervalo encontrado através de um método mais preciso que o do trapézio;
6. interpola o ponto de interação por um *spline* cúbico dos 7 pontos acima.

A precisão do programa é definida por duas escolhas: (1) o número de intervalos em que dividimos o caminho óptico dentro da região de interação; (2) o método pelo qual resolvemos a integral nos 7 pontos adjacentes ao intervalo de interesse. Com relação ao número de intervalos existe uma limitação clara imposta pelo tempo de computação. Utilizamos valores entre 100 e 400 de acordo com a forma da lei de densidade. O método que escolhemos para a resolução numérica da integral foi o de Simpson aplicado sucessivamente com passos menores até a obtenção de uma precisão mínima na integral (Press et al. 1990, por exemplo). A lei de densidade para estrelas quentes apresenta-se suave (sem inflexões), mas com variação rápida próxima à superfície estelar, onde existe uma singularidade. Por isso, a utilização de um número fixo de passos (não muito grande) mostrava-se suficiente para a maior parte das trajetórias, porém algumas necessitavam de uma subdivisão muito maior, o que seria muito custoso para ser aplicado sempre. Depois de alguns testes, concluímos que os melhores resultados (boa precisão, sem muito cálculo) eram obtidos quando a integral era feita com passo variável.

Utilizamos outros métodos como, por exemplo, uma integral feita a partir de uma interpolação de *spline* cúbico, mas sempre algumas trajetórias exigiam um número de passos proibitivo. Fizemos também testes com o método de Romberg, que igualmente ao de Simpson, pode ser repetido com pouco custo para passos sucessivamente menores, mas o último mostrou-se mais eficiente e preciso para um mesmo número de passos.

Com essa implementação finalizada, foi-nos possível realizar algumas simulações usando o cálculo do ponto de interação analítica e numericamente. Foram feitos testes exaustivos e as duas versões fornecem resultados completamente compatíveis com a precisão e lei de densidade utilizada. A comparação desses dois métodos de resolução foi-nos bastante útil para detectar falhas de programação, pois a lógica do programa muda por completo.

Apesar de bastante custoso computacionalmente, decidimos incluir no programa um teste com relação ao cálculo do ponto de interação. Calculamos a profundidade óptica derivada a partir do ponto de interação obtido pelo método acima e fazemos a comparação com o valor inicialmente sorteado. Impõe-se um limite máximo para diferença relativa entre esses dois valores. Quando essa condição não é satisfeita, o programa recalcula o ponto de modo a alcançar a precisão desejada.

2.3.5 Classificação dos fótons emergentes

O resultado de nosso código consiste nos quatro parâmetros de Stokes. Porém, é mais conveniente que a saída já expresse a polarização, assim as variáveis de saída são:

- intensidade, I : fração de fótons relativa ao número total utilizado na simulação. A somatória das intensidades pode ser menor que 1, caso algum fóton seja reabsorvido pela fonte;
- polarização linear, P : dada em fração, não em porcentagem;
- polarização circular: nula, no caso de espalhamento eletrônico;
- ângulo da polarização linear: em graus.

Os fótons podem ser classificados por sua direção ou por seu parâmetro de impacto com relação ao centro da fonte. No primeiro caso, usamos coordenadas esféricas, portanto as variáveis que determinam a amostragem são

$\cos \theta (= \mu)$ e ϕ . Os fótons são armazenados em N_{bins} caixas (*bins*) de mesmo ângulo sólido. As saídas são, portanto, imagens bi-dimensionais. São visualizadas e manipuladas com o auxílio do pacote de redução IRAF³. Nos casos em que o problema possui simetria axial, podemos ter a saída apenas como função de μ . A classificação como função da direção é utilizado nos casos em que se deseja estudar a variação da intensidade e polarização de acordo com a linha de visada pelo qual o sistema a ser modelado é observado.

Em alguns casos, interessa-nos a dependência espacial da emissão, isto é, quais as características dos fótons que emergem de um dado ponto da região de interação. Esse é o caso, por exemplo, na determinação do escurecimento de bordo. O nosso código permite-nos obter essa dependência para envelopes esféricos através da classificação pelo parâmetro de impacto. Nesse caso temos como saída apenas um vetor, já que a variável de amostragem é única. Para que os parâmetros de Stokes possam ser integrados no parâmetro de impacto, é necessário que sejam transformados todos para um mesmo referencial, o do plano de espalhamento. Por exemplo, vamos imaginar um disco estelar representado em um plano xy e cujas intensidades e polarizações dependam apenas do parâmetro de impacto. O vetor de Stokes de um feixe originário do eixo x é diferente daquele emitido do eixo y, mesmo se eles possuem o mesmo parâmetro de impacto. A polarização é a mesma, mas sua direção é diferente. A transformação faz com que os vetores de Stokes sejam convertidos como se fossem emitidos ao longo de um mesmo eixo.

2.4 Testes

A seguir, descrevemos alguns testes básicos realizados com o código. Eles referem-se a três casos: (1) situações de simplicidade extrema e assim de resultado facilmente conhecido; (2) modelos para os quais existe solução analítica; (3) simulações prévias usando o método de Monte Carlo. Outros testes foram também realizados, mas dentro de contextos estudados nos capítulos posteriores, que são assim apresentados na parte correspondente.

³IRAF é distribuído por *National Optical Astronomy Observatories*, que é operada pela *Association of Universities for Research in Astronomy, Inc.*, sob um contrato com a *National Science Foundation*.

2.4.1 Polarização integrada

Um teste bastante simples que podemos aplicar ao código refere-se à situação definida por uma fonte isotrópica e uma nuvem esférica, ambas homogêneas e concêntricas. Nesse caso, a radiação integrada deve possuir polarização nula. Na Tabela 2.5, apresentamos os resultados de algumas simulações que fornecem valores nulos de polarização, se consideradas as barras de erros. Mesmo os valores absolutos são bastante reduzidos.

Tabela 2.5: *Polarização integrada obtida com o MMC para modelos cuja polarização deve ser nula.*

#	R_f	R_i	R_e	τ	Part.	Dens.	P(%)
10^5	10	10	15	1.0000	e	0	0.0055 ± 0.0043
10^5	10	10	25	1.0000	e	0	0.0035 ± 0.0032
10^5	10	15	25	0.6667	e	0	0.0057 ± 0.0054
10^5	10	15	25	0.0018	e	2	0.000093 ± 0.000061
10^5	10	15	25	0.1778	e	2	0.0028 ± 0.0015
10^5	10	15	25	0.4992	p	2	0.082 ± 0.091

Na tabela acima, R_f é o raio da fonte, R_i é raio da base do envelope, R_e é o raio externo do envelope e τ é a profundidade óptica do envelope na direção radial. As partículas podem ser elétrons (e) ou grãos de poeira (p), distribuídos uniformemente (0) ou com densidade decrescendo com r^{-2} (2). A última coluna representa a polarização integrada de todo o sistema.

2.4.2 Atmosfera plano-paralela infinita

Chandrasekhar (1946, 1950) resolveu analiticamente a transferência radiativa dos parâmetros de Stokes em uma atmosfera plano-paralela infinita (=ópticamente espessa) com espalhamento Rayleigh. Para aproximar essa situação, consideramos o raio da região espalhadora não muito maior que o da fonte, isto é, envelopes finos que podem ser bem aproximados por uma geometria plano-paralela. A profundidade óptica do envelope foi assumida alta. Especificamente, a fonte foi considerada de raio igual a 10 (unidades arbitrárias) e o envelope contíguo estendendo-se até 11. A profundidade óptica na direção radial foi considerado igual a 7.5 e foram considerados $3 \cdot 10^7$ fótons. Os resultados são apresentados na Fig. 2.4, onde também podemos ver a polarização e intensidade resultantes do tratamento analítico de Chandrasekhar. A abcissa dos gráficos é o parâmetro de impacto do fóton com

relação ao centro do sistema como visto pelo observador normalizado pela raio externo da nuvem. A intensidade e polarização são, assim, representadas como função do raio da nuvem. As barras de erros representam o desvio padrão da medida obtido a partir de três simulações com 10^7 fótons cada. O acordo é bastante bom, o que nos sugere que o código produz resultados confiáveis para regiões de interação opticamente espessas.

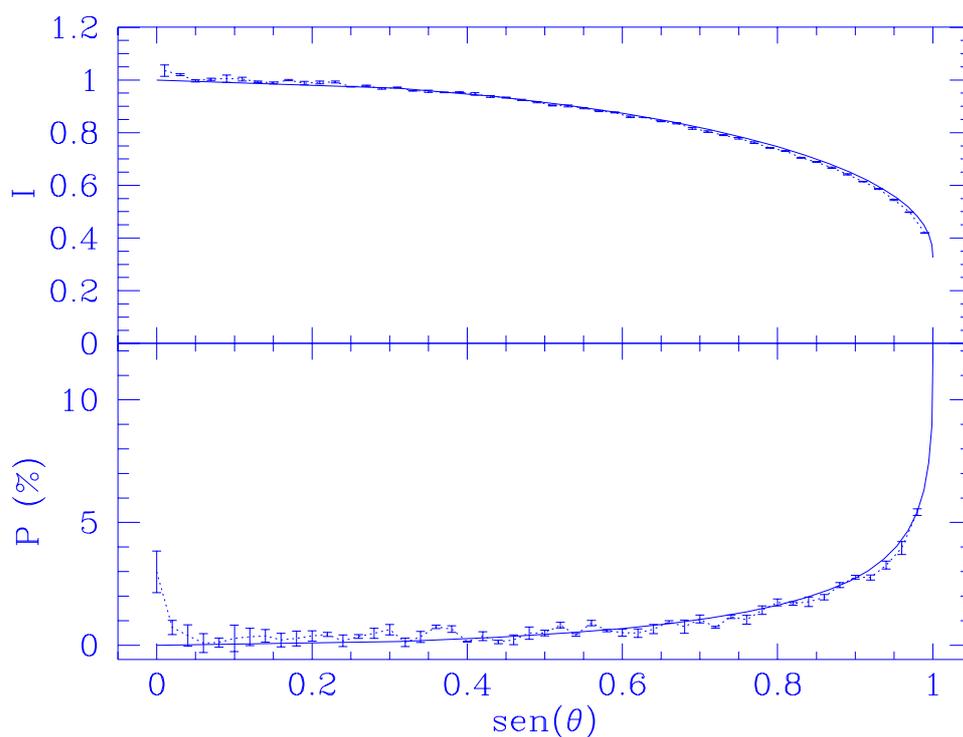


Figura 2.4: Comparação de nosso código com resultados analíticos de uma atmosfera plano-paralela opticamente espessa (Chandrasekhar 1950).

2.4.3 Envelope de poeira

Nossos resultados foram também comparados aos obtidos por outra simulação de Monte Carlo (Lefevre, comunicação privada). O modelo refere-se a uma fonte finita circundada por uma casca esférica de poeira com densidade decrescendo com o inverso do quadrado da distância. Existe uma região vazia entre o envelope e a fonte. A fonte possui raio igual a 1 (unidades arbitrárias) e o envelope estende-se de 10 a 50. O raio do grão é $0,1\mu m$ e seu índice de refração é $1,55 - 0,0132i$, de forma que o grão absorve. O comprimento de onda considerado é $0,5\mu m$ e a profundidade óptica radial é 0,99. A Figura 2.5 apresenta a intensidade e polarização obtidas a partir de ambas simulações. A abcissa representa o parâmetro de impacto com relação ao centro da nuvem. O acordo entre as duas simulações é ótimo.

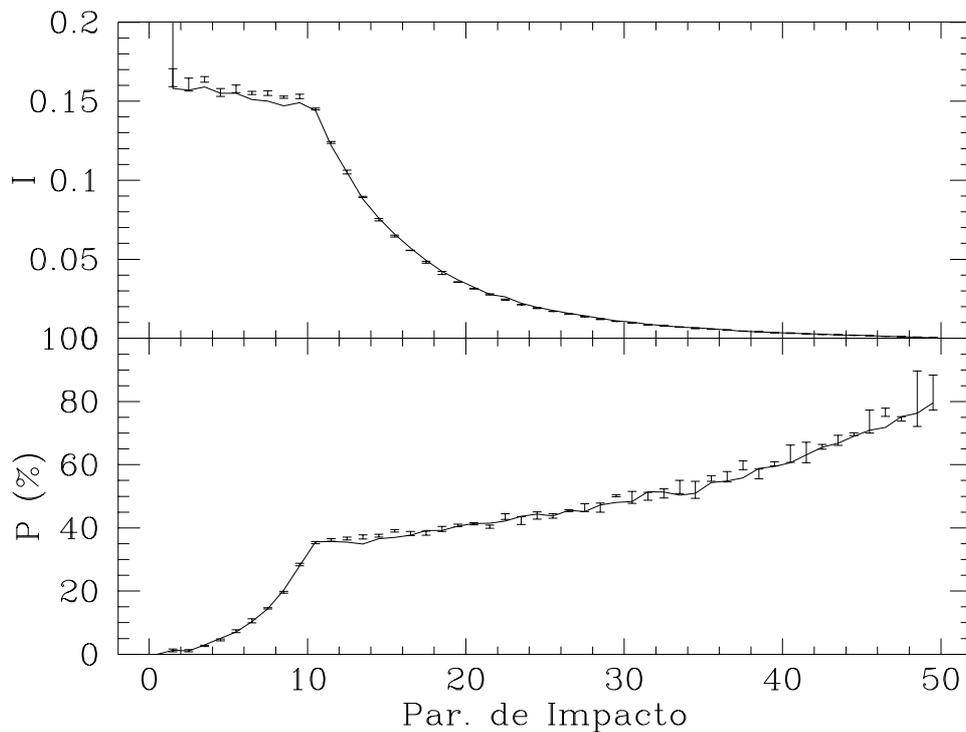


Figura 2.5: Comparação entre os resultados obtidos com o nosso código e com o código de Monte Carlo de Lefevre para um envelope de poeira.

Na Seção 2.3.2.2, apresentamos uma comparação com o mesmo código, mas com a fonte possuindo uma mancha quente em sua superfície. Naquele caso o acordo também foi bastante bom.

Capítulo 3

Envelopes Inomogêneos

Neste capítulo apresentamos os resultados do transporte radiativo em um envelope eletrônico inomogêneo. Eles serão utilizados para interpretar as variações randômicas observadas em fluxo e polarização no contínuo de estrelas Wolf-Rayet.

3.1 Introdução

Estrelas Wolf-Rayet (WRs) são estrelas de grande massa e portanto alta luminosidade. Perdem massa a taxas da ordem de $10^{-5} M_{\odot} \text{ ano}^{-1}$, o maior valor entre estrelas com um mecanismo estável de vento. Esse material deposita-se em torno da estrela formando um envelope de elevado grau de ionização. A densidade de elétrons livres capazes de espalhar a luz é, portanto, bastante alta.

Processos de espalhamento são capazes de polarizar a luz, sendo o eletrônico (Thomson) um dos mais eficientes. Isso torna bastante plausível a existência de polarização em WRs. Porém, uma polarização líquida somente pode ser observada caso exista algum tipo de assimetria no objeto, que em WRs pode ser de dois tipos:

- sistemas binários podem apresentar polarização devido à iluminação assimétrica do envelope da WR. Neste caso, a polarização é modulada pelo período orbital (vide Cap. 4);
- WRs isoladas podem apresentar polarização caso seu envelope não seja

esférico ou possua algum outro tipo de assimetria. Este caso é o objeto de estudo deste capítulo.

A polarização observada em algumas WRs mostra-se variável temporalmente, mas sem nenhuma periodicidade. Variações randômicas são também observadas em fotometria e espectroscopia. A variabilidade nos três modos observacionais aumenta com a diminuição da velocidade terminal do vento e suas escalas temporais são da mesma ordem. Isso sugere que podem ser devidas a um mesmo fenômeno. O mais aceito atualmente consiste em um vento não-homogêneo pela presença de condensações de matéria, isto é, regiões com um aumento de densidade relativo a sua vizinhança. Apesar de existirem sugestões para suas características físicas (tamanho, densidade e posição), muito pouco foi feito com relação a sua modelagem. A posição e o tamanho dessas estruturas pode nos fornecer informações acerca de sua origem (vide Sec. 3.1.2).

Outras evidências observacionais para a existência de um vento inhomogêneo são a alta luminosidade em raios-X e a emissão no infravermelho e na região milimétrica do espectro de estrelas quentes (Blomme & Runacres 1997).

O nosso objetivo é estudar um modelo de vento inhomogêneo e determinar as características físicas dos adensamentos capazes de explicar as variações observadas no contínuo (intensidade e polarização) de estrelas WRs.

3.1.1 Observações de variação aleatória em WRs

Abaixo enumeramos rapidamente alguns trabalhos que definem observacionalmente as variações randômicas em WRs.

3.1.1.1 Polarização

Uma variação aleatória na polarização (módulo e direção) foi observada em algumas WRs (St.-Louis et al. 1987, Drissen et al. 1987 e Robert et al. 1989), cuja amplitude pode atingir 0.5%. Esse fenômeno parece estar anticorrelacionado à velocidade terminal do vento, de modo que ventos mais lentos - associados a estrelas mais frias - são mais suscetíveis a apresentarem essa variação (Drissen et al. 1987, Robert et al. 1989). Com relação à composição química, as estrelas do tipo WN são mais variáveis que as WC (Drissen et al. 1987).

3.1.1.2 Fotometria

Dentre as WRs, as estrelas WN8 apresentam-se como as mais variáveis em polarização, o que levou a estudos fotométricos dessa classe com o intuito de determinar a natureza das variações e se existe alguma periodicidade associada. Algumas estrelas apresentaram uma variação periódica, mas todas apresentaram uma componente variável aleatoriamente. A amplitude típica dessa componente é 10% do fluxo total (Antokhin et al. 1995). Recentemente, Marchenko et al. (1997) encontraram uma correlação entre a variabilidade fotométrica e espectroscópica nessa mesma classe de WRs, no sentido em que uma estrela mais variável no contínuo, o é também nas linhas.

3.1.1.3 Espectroscopia

A maior parte das estrelas quentes apresenta variação temporal nos perfis das *linhas de vento*. Essas variações podem ser divididas em dois tipos: (1) algumas apresentam-se como componentes estreitas de absorção (*discrete absorption components* - DACs) superpostas ao perfil P Cygni na região ultravioleta, com deslocamentos para o azul a altas velocidades. São observadas, portanto, apenas na componente em *absorção* do perfil P Cygni. Essas absorções são observadas para estrelas tipo O, Be (York et al. 1977) e WR (Prinja & Smith 1992); (2) espectroscopia de alta resolução de WRs tem mostrado a presença de corcovas temporalmente variáveis nas linhas de emissão (Robert 1994). Elas deslocam-se do centro para a borda da linha sugerindo uma propagação de dentro para fora no envelope. Ainda não é claro se esses dois tipos de variações são devidos a um mesmo fenômeno. Lamers (1994) apresenta um ótimo resumo sobre aspectos observacionais da variação em ventos de estrelas quentes.

Baseada em uma grande amostra de espectros de alta resolução, Robert (1994) apresenta um estudo das características dos subpicos em emissão de WRs. Eles não apresentam simetria entre os lados vermelho e azul das linhas. O número médio de subpicos observados em uma linha gira em torno de 10, com larguras típicas entre 2 e 5Å. Linhas com potenciais de ionização similares podem apresentar a mesma evolução temporal de seu perfil, o que não é válido para linhas de potenciais diferentes. Todos esses dados indicam que esses fenômenos são localizados no vento. Robert também encontrou uma anticorrelação entre a velocidade terminal e variabilidade espectral, como observado para as variações fotométrica e polarimétrica, indicando uma mesma origem para essas variabilidades. Ela considerou um modelo onde os

subpicos seriam representados por gaussianas e desse modo obteve alguns valores médios representativos desse fenômeno. Gostaríamos de chamar a atenção de dois resultados em particular: (1) o número de subpicos é correlacionado com a velocidade terminal e assim anticorrelacionado às variações foto-polarimétricas. Isto significa que os ventos mais variáveis no contínuo possuem menos adensamentos (supondo que as variações sejam devidas a inhomogeneidades); e (2) a amplitude da variação é maior na parte em absorção nos perfis P Cygni.

Smith & Willis (1994) também estudaram a variação dos perfis das linhas de emissão no óptico de WRs. O intervalo espectral escolhido incluiu linhas formadas em diferentes alturas do vento. Os perfis de todas as linhas analisadas mostraram variação entre um dia e outro, porém só as linhas formadas em regiões mais externas ($R \gtrsim 10 R_*$) mostraram a presença de subpicos com deslocamento para o azul.

Prinja & Smith (1992) foram os primeiros a detectar as DACs em WRs. Essas componentes aparecem em velocidades tipicamente maiores que $0.5 v_\infty$, de modo que estão associadas às regiões mais externas do vento. As propriedades gerais das DACs em WRs são muito similares àquelas observadas em estrelas OB e assim podem ser atribuídas ao mesmo fenômeno.

A grande parte dos trabalhos referentes a DACs concentra-se em estrelas OB. Uma revisão pode ser encontrada em Henrichs (1988). Essas DACs parecem estar associados a regiões com um aumento de profundidade óptica e, portanto, de densidade. Em alguns casos, o material contido nessas regiões podem representar até metade da massa do vento, mas valores típicos dessa fração estão em torno de 10-20% (Massa, Prinja & Fullerton 1995 e referências aí citadas). Fullerton et al. (1997) encontraram dois tipos de variação nos perfis de uma estrela B supergigante. Ao lado de uma variação periódica, existem também as DACs e essas variações não parecem estar correlacionadas.

Resumidamente, parecem existir dois tipos de variações espectroscópicas em WRs. Os subpicos em emissão parecem estar associados a regiões bem menores que as DACs, mas ambos parecem estar relacionados a fenômenos que atingem apenas parte do vento da WR, isto é, localizados.

3.1.2 Teoria e modelos de ventos inomogêneos

Um resumo sobre a teoria de instabilidade radiativa em ventos de estrelas quentes pode ser encontrado em Owocki (1994). Ele separa as instabilidades em duas classes:

- instabilidades em larga escala, com origem em perturbações externas ao vento, muito provavelmente na rotação estelar. Seriam as responsáveis pelas DACs;
- instabilidades de pequena escala, responsáveis pelas corcovas em emissão vistas nas linhas em emissão (óptico) de estrelas WR.

Essas instabilidades de pequena escala seriam intrínsecas ao processo de formação de um vento impelido radiativamente (vide Cap. 1). Nesse caso, elas devem surgir na região mais externa do vento e talvez se propaguem para raios menores. O tamanho dessas instabilidades deve ser da ordem do comprimento de Sobolev (*Sobolev length*) o que corresponde a alguns centésimos do raio estelar (Owocki 1994). A partir do *flickering* em raios-X de uma estrela O, Lamers (1994) deduz um adensamento com dimensão da ordem de $6 \cdot 10^{10} \text{cm}$ ($\approx 1 R_{\odot}$) com um contraste de densidade da ordem de 2 a 3. Esse valor é coerente com o comprimento de Sobolev.

Gayley & Owocki (1995) estudaram a taxa de crescimento de instabilidades radiativas de pequena escala em WRs. Eles concluíram que existe uma instabilidade líquida devida à esfericidade do vento capaz de produzir um vento inomogêneo compatível com as observações das corcovas em emissão nas linhas de emissão de WRs.

As instabilidades de grande escala são teoricamente menos estudadas e mais controversas (Henrichs 1988). Existem vários cenários propostos e um deles refere-se às *co-rotating interaction regions* (CIRs - Mullan 1984, 1986; Cranmer & Owocki 1996). Elas seriam consequência de uma variação (longitudinal) na velocidade do vento. A rotação estelar faz com essas duas componentes colidam e a região de interação é a chamada CIR. A diferença de velocidade poderia ser originada por campos magnéticos ou pulsações não-radiais. Um modelo até certo ponto similar é o *wind compressed model* de Bjorkman & Cassinelli (1993) sugerido para explicar a formação de discos em estrelas Be (vide Cap. 1). Underhill & Fahey (1988) propõem que exista uma ejeção intermitente de matéria em regiões localizadas na base do vento devida a uma dada configuração do campo magnético. Isso levaria à existência de condensações em um vento de outro modo homogêneo.

3.2 Modelos de polarização anteriores

Já existem alguns trabalhos teóricos que tentam modelar as variações aleatórias de polarização em estrelas quentes através de ventos inhomogêneos. A seguir, apresentamos um resumo dos trabalhos de maior interesse.

3.2.1 Hipótese de espalhamento único

Fox & Henrichs (1994) supõe que o fenômeno responsável pelas DACs provocam também a polarização em estrelas quentes. Como a polarização observada nessas estrelas parece apresentar um caráter aleatório, eles supõem que o modelo mais adequado seria aquele de Underhill & Fahey (1984), onde as DACs seriam formados pela ejeção de adensamentos. Assim, eles fazem várias previsões de suas características e das correlações entre o espectro e a polarização. Através da comparação com dados observacionais, sugerem que esse mecanismo pode estar ocorrendo nas estrelas WR40 (WN8) e P Cyg (LBV).

Fox & Henrichs (1994) fazem as seguintes hipóteses: o adensamento é considerado puntiforme; o fóton é espalhado uma única vez; e o envelope no qual o adensamento está imerso pode ser desprezado. A absorção é vista apenas quando o adensamento está **na** linha de visada, enquanto a polarização somente pode ser observada se o adensamento está **fora** da linha de visada. Isso porque o espalhamento eletrônico não produz polarização quando a luz é espalhada a 0° (*forward scattering*) - o máximo ocorre a 90° . Desse modo, um adensamento seria mais facilmente observado em polarização do que em absorção, por permanecer um maior tempo na região fora da linha de visada (em média, para uma distribuição aleatória de direções de propagação).

Eles apresentam gráficos da polarização produzida por um adensamento em unidades de $N_o\sigma_T/R_\star^2$, onde:

- N_o é o número de elétrons no adensamento. No caso de um adensamento extenso, $N_o = n_e V_{bl}$;
 - n_e , densidade numérica de elétrons;
 - V_{bl} , volume do adensamento.
- σ_T é a seção de choque para o espalhamento Thomson;
- R_\star é o raio estelar.

A profundidade óptica do adensamento pode ser obtida pela seguinte expressão:

$$\tau = n_e \sigma_T 2R_* f_{bl}, \quad (3.1)$$

onde:

- f_{bl} é o tamanho do adensamento em unidades de R_* .

Com esses cálculos, eles obtém um limite máximo para a polarização (vide Fig. 5 de Fox & Henrichs 1994):

$$P < 0.4N_o\sigma_T/R_*^2. \quad (3.2)$$

Vamos considerar, então, o caso mais favorável. Nesse caso, a polarização observada, P_{obs} , de um dado objeto equivale ao valor máximo da polarização:

$$P_{obs} = 0.4N_o\sigma_T/R_*^2. \quad (3.3)$$

Depois de uma simples manipulação algébrica, podemos expressar a profundidade do adensamento como:

$$\tau = 1.1937 \frac{P_{obs}}{f_{bl}^2}. \quad (3.4)$$

Isto é, para um dado valor de polarização observada, a profundidade óptica, τ é função apenas do tamanho do adensamento, f_{bl} . Considerando o maior valor da polarização observada ($0.5\% = 0.005$), temos a situação ilustrada pela Tab. 3.1. Para adensamentos pequenos, quando a aproximação de região puntiforme é adequada, a profundidade óptica necessária é bastante elevada e assim a hipótese de espalhamento único não pode mais ser aplicada. Por outro lado, nas situações *ópticamente finas*, temos adensamentos muito grandes e a geometria da região que espalha passa a ser importante na polarização final, isto é, a aproximação de região puntiforme não é mais válida.

Seguindo a mesma linha de cálculos que considera espalhamento simples e adensamento puntiforme, Brown et al. (1995) apresentam um estudo teórico sobre os processos físicos possíveis (espalhamento e emissão, basicamente)

Tabela 3.1: Profundidade óptica como função do tamanho do adensamento dentro do modelo de Fox & Henrichs (1994). A polarização observada foi considerada igual a 0.005(=0.5%).

f_{bl}	τ
0.001	6000
0.005	240
0.01	60
0.05	2.4
0.10	0.6
0.20	0.10
0.50	0.024

e características físicas dos adensamentos (densidade, tamanho, distância e número) baseados na fração de luz espalhada e polarizada. Em um trabalho posterior, Richardson, Brown & Simmons (1996) concluem que o espalhamento em adensamentos opticamente finos, enquanto único mecanismo, não é suficiente para explicar a razão entre as variações percentuais da polarização e fluxo em WR. Eles utilizam as seguintes expressões para a polarização e intensidade *espalhada* (Brown 1994) - a intensidade representa a fração com relação a $1/4\pi$ da luminosidade:

$$I_s = \frac{3\sigma_T n_e V_{bl}}{16\pi r^2} (1 + \cos^2 \theta) \quad (3.5)$$

e

$$P = \frac{3\sigma_T n_e V_{bl} D(r)}{16\pi r^2} \sin^2 \theta \quad (3.6)$$

$$P = \frac{1}{8} \tau f_{bl}^2 D(r) \sin^2 \theta, \quad (3.7)$$

onde:

- r é a distância do adensamento à fonte;
- θ é o ângulo de espalhamento.

$D(r)$ representa uma correção devida ao tamanho finito da fonte (Cassinelli, Nordsieck & Murison 1987) dada por:

$$D(r) = \sqrt{1 - \left(\frac{R_{\star}}{r}\right)^2}. \quad (3.8)$$

As expressões acima serão utilizadas para comparações com resultados de nosso código (Sec. 3.4). Note-se que as Eqs. 3.7 e 3.4 só não são equivalentes devido a um fator numérico da ordem de 5.

É importante notar uma diferença no enfoque dos trabalhos acima. Fox & Henrichs (1994) tentam explicar a variação aleatória da polarização em estrelas quentes supondo que sua contrapartida espectroscópica sejam as DACs que são estruturas em *absorção*. Já Brown et al. (1995) e Richardson et al. (1996) supõe que os adensamentos que produzem a polarização são vistos nos espectros como os subpicos em emissão e preocupam-se basicamente com o problema das WRs. Vamos voltar a esse problema no final deste capítulo (Sec. 3.6).

3.2.2 Iluminação plano-paralela

Code & Whitney (1995) utilizam o método de Monte Carlo para simular o transporte radiativo em uma nuvem esférica, homogênea, composta por elétrons ou poeira, iluminada por um feixe plano-paralelo. Eles combinam esses resultados com cálculos analíticos para obter a polarização produzida por condensações em estrelas quentes (envelope eletrônico) ou frias (poeira). Em um envelope estelar a iluminação é claramente não plano-paralela. Na seção 3.4, apresentamos uma comparação entre os resultados de Code & Whitney (1995) e os de nosso modelo, onde não utilizamos a aproximação de um feixe plano-paralelo.

3.3 Descrição do nosso modelo

A seguir, descrevemos o modelo usado para representar um vento inhomogêneo. Supondo um envelope esférico e com uma dada lei de densidade, os adensamentos são regiões esféricas de posição, tamanho e número arbitrários imersas no envelope. A representação pictórica de um vento com um único adensamento é apresentada na Fig. 3.1. A cada uma dessas regiões

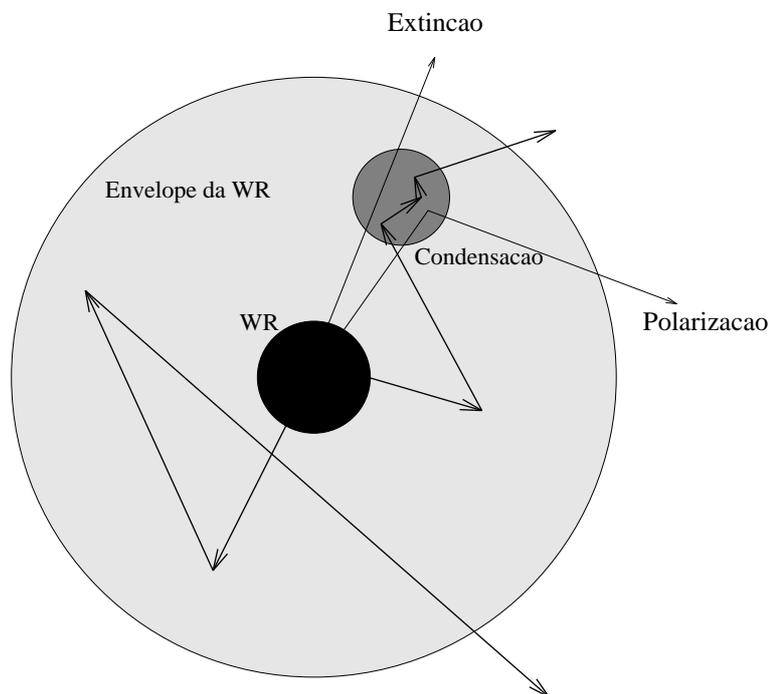


Figura 3.1: Representação pictórica do nosso modelo para um vento inhomogêneo. São apresentados alguns caminhos ópticos possíveis para um fóton emitido da fonte. O caminho óptico designado por *Extinção* representa uma linha de visada que verá uma extinção. O caminho óptico designado por *Polarização* representa uma linha de visada que vê uma polarização líquida integrada no envelope.

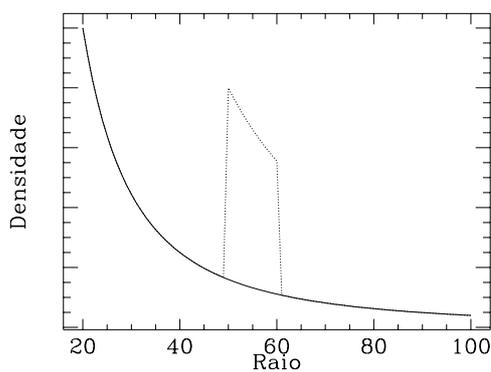


Figura 3.2: Representação gráfica da variação da densidade de partículas no adensamento em unidades arbitrárias.

é atribuído um contraste de densidade de modo que a densidade em cada ponto é aquela definida pela lei de densidade em questão multiplicada por esse valor (vide Fig. 3.2).

O nosso código de Monte Carlo (veja Cap. 2) foi adaptado para considerar o modelo acima. A principal modificação foi de caráter numérico. Os adensamentos, assim definidos, introduzem uma descontinuidade na lei de densidade, e por isso todas as integrais e interpolações realizadas pelo programa devem ser feitas em uma região em que a função em questão seja contínua e derivável a fim de evitar erros numéricos. Grande parte dos parâmetros de entrada de um modelo são medidas de comprimento em unidades de raio solar. Porém, é importante salientar que nossa solução não depende dos valores absolutos, mas sim da relação entre eles, deste que mantida as profundidades ópticas. Por isso, não vamos mostrar as unidades desses valores que são arbitrárias. Os fótons emergentes são classificados de acordo com sua direção (Sec. 2.3.5).

Nas Figs. 3.3, 3.4 e 3.5 mostramos um exemplo de nossa simulação para um envelope inhomogêneo. O envelope estende-se de 1 a 10 raios estelares. Consideramos que ele possui densidade constante e uma profundidade óptica muito pequena, igual a 0.01. O adensamento possui profundidade óptica, τ_{blob} , igual a 10 ao longo do seu diâmetro (igual a 1 raio estelar) e está centrado em $(\mu = 0, \phi = 180^\circ)$. A fonte interna ilumina o envelope com luz não-polarizada. Nesse caso, o envelope em si praticamente não altera a luz proveniente da fonte de modo a observarmos apenas o efeito do espalhamento da luz pelo adensamento.

A intensidade está normalizada ao valor observado caso não existisse o adensamento. Notamos que ela (Fig. 3.3) possui um mínimo ao longo da direção do adensamento decorrente do espalhamento da luz da fonte para outras direções (extinção). Essa direção está designada na Fig. 3.1 como *Extinção*. A largura desse mínimo depende do tamanho da fonte, tamanho e posição do adensamento, enquanto seu nível depende da profundidade óptica do adensamento. A luz espalhada na Fig. 3.3 apareceria como valores maiores que 1.0. De acordo com a precisão dos máximos dessa figura, nota-se que ela é menor que 5%. Isso pode ser compreendido lembrando que a luz espalhada nada mais é do que a luz extinta da direção do adensamento espalhada para as outras direções quase que isotropicamente.

No caso de um envelope homogêneo, a polarização integrada do envelope é nula e independente da direção pelo qual o sistema é observado. A Fig. 3.4 mostra o comportamento da polarização, que possui máximos a aproxi-

madamente 90° da direção do adensamento. Esse comportamento pode ser melhor visualizado na Fig. 3.5, onde mostramos a média da polarização em μ como função de θ . São claro os máximos a 90° do adensamento.

Para o estudo das variações em fotometria e polarização de envelopes inhomogêneos, vamos definir duas grandezas, ΔI e ΔP , relacionadas à máxima variação percentual de intensidade relativa a um envelope homogêneo e à polarização de um dado modelo. Como vimos acima, a maior variação da intensidade ocorre próxima à direção do adensamento, por isso vamos calcular ΔI a partir do ponto de menor intensidade do modelo. O máximo de polarização, por sua vez, ocorre em uma região extensa e vamos calcular ΔP a partir de uma média. Por essa razão, poderemos estimar um erro para a polarização mas não para a intensidade.

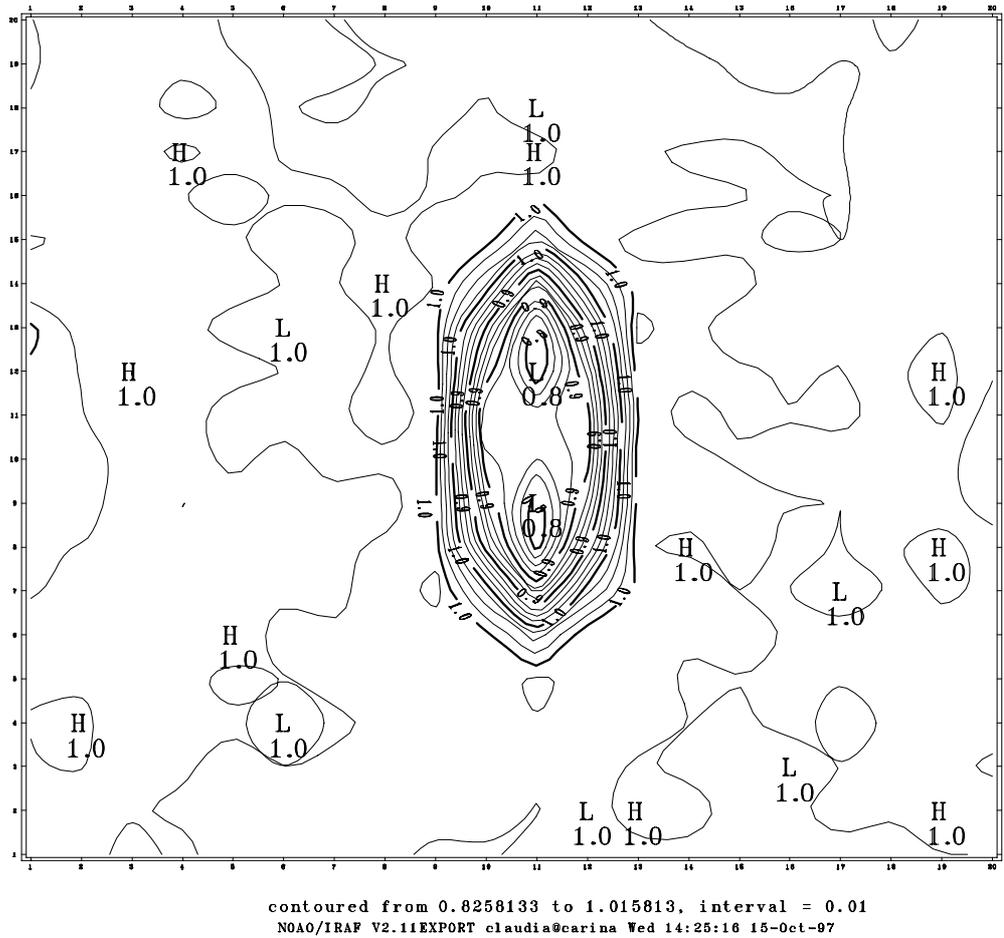
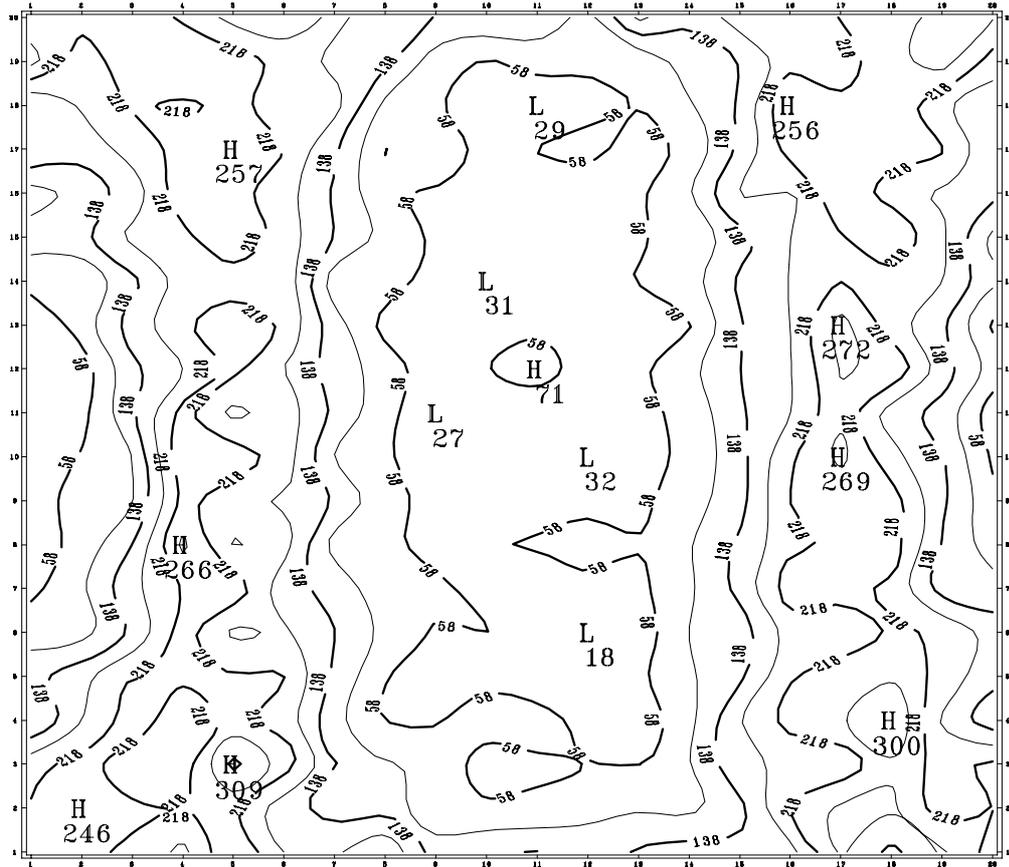


Figura 3.3: Diagrama de contorno para a intensidade obtida a partir uma simulação de MC com respeito à intensidade de um envelope homogêneo. A abcissa representa ϕ em unidades de 18° e as ordenadas, μ , em unidades de 0.1. Os pontos H (High) e L (Low) representam os máximos e mínimos locais. A distorção espacial do mínimo é causada pelas diferentes unidades nos dois eixos.



contoured from 1.836390E-4 to 0.002983639, interval = 4.000000E-4, labels scaled by 10000.
 NOAO/IRAF V2.11EXPORT claudia@carina Wed 14:28:17 16-Oct-97

Figura 3.4: Diagrama de contorno para a polarização obtida a partir uma simulação de MC. Os níveis plotados representam a polarização multiplicada por um fator 1000. Os valores máximos da polarização são da ordem de 0.3%.

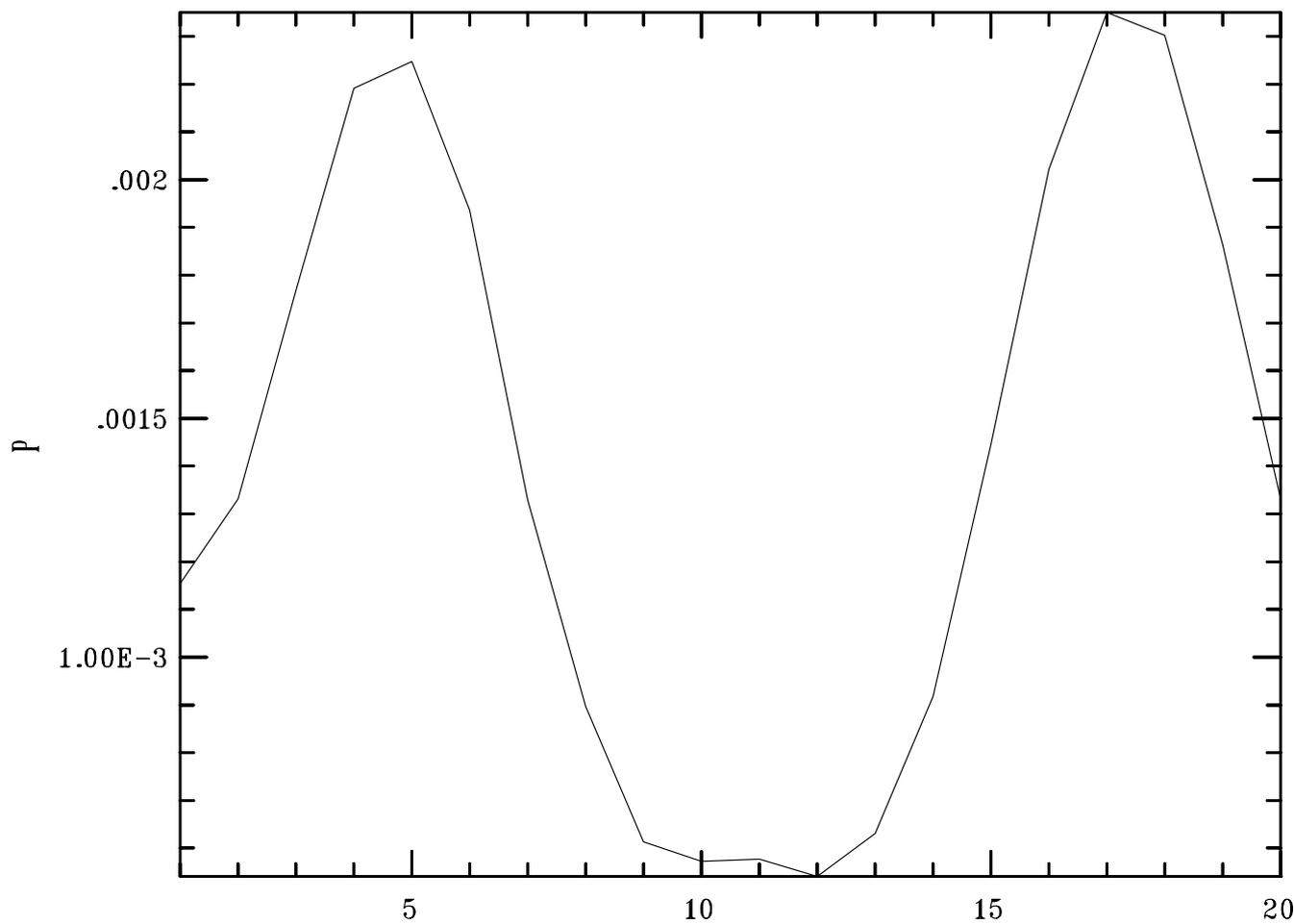


Figura 3.5: Média em μ da polarização apresentada na figura anterior.

3.3.1 Incerteza dos resultados

Nesta seção, vamos discutir os erros associados aos resultados obtidos com nosso código. Particularmente, dois tipos serão estudados: aqueles devidos ao número de eventos e os devidos à resolução angular finita na amostragem final.

3.3.1.1 Erro poissônico

O resultado de uma simulação de Monte Carlo consiste na contagem de eventos classificados de uma dada maneira. Por isso, o erro deve seguir a estatística de Poisson, isto é, ele é dado por $\sqrt{\text{número de eventos}}$. Um evento neste caso é o fóton sair no envelope. Para entender e verificar essa afirmação vamos utilizar duas simulações de mesmos parâmetros, mas com número de fótons diferentes (10^7 e 10^8 fótons).

Como vimos anteriormente, a intensidade nas direções fora da direção do adensamento é pouco afetada pelo espalhamento e possui um valor praticamente constante. Conseqüentemente, o desvio padrão (raiz quadrada da variância) das intensidades de uma dessas regiões fornece uma estimativa do erro na determinação da intensidade em cada caixa de classificação, σ_N . Por outro lado, o número de contagens, N , em um dado intervalo angular (supondo-se a estatística de Poisson) fornece uma segunda estimativa para o erro na intensidade:

$$\sigma_{Poisson}^I = \frac{\sqrt{N}}{N}. \quad (3.9)$$

No caso da polarização, o raciocínio não é tão imediato. Para modelos em que nenhuma variação da polarização com a direção foi observada, podemos supor que essa variação está dentro dos erros, de modo que ela pode ser dita nula dentro de uma dada precisão. Em outras palavras, não podemos distinguir em nenhum dos píxeis um valor nulo ou diferente de zero. Assim, podemos supor que uma média da polarização em todas as direções fornece uma estimativa de seu erro. Nesse caso, o erro poissônico da polarização foi calculado como o da intensidade, mas o número de eventos é igual ao total de fótons lançados, não apenas os fótons contados em um dado intervalo angular.

Na Tabela 3.2, mostramos os erros obtidos pela estatística de Poisson e o desvio padrão. Para a intensidade mostramos os valores dos desvios

padrões para adensamentos opticamente fino e espesso. Os valores são da mesma ordem o que confirma que as incertezas nos valores obtidos seguem aproximadamente uma estatística de Poisson. Olhando apenas para a coluna correspondente aos desvios padrões, vemos que o erro diminui de acordo com $\sqrt{\text{número de eventos}}$, como o esperado.

Tabela 3.2: Incertezas da intensidade e polarização do código de Monte Carlo a partir do desvio padrão e estatística de Poisson.

N	τ_{blob}	$\sigma_{Poisson}$	σ_N
Intensidade			
10^7	0.10	$6.3 \cdot 10^{-3}$	$3.9 \cdot 10^{-3}$
	10.0		$3.8 \cdot 10^{-3}$
10^8	0.10	$2.0 \cdot 10^{-3}$	$1.0 \cdot 10^{-3}$
	10.0		$1.3 \cdot 10^{-3}$
Polarização			
10^7	10.0	$3.2 \cdot 10^{-4}$	$3.5 \cdot 10^{-4}$
10^8	10.0	$1.0 \cdot 10^{-4}$	$1.1 \cdot 10^{-4}$

3.3.1.2 Erros devidos à resolução angular finita

A dependência da intensidade e polarização com a direção determinada com o nosso código é discreta e portanto pode ser alterada de acordo com a largura do intervalo angular considerado na classificação final dos fótons. Na Figura 3.6 mostramos os ΔI e ΔP obtidos com simulações de amostragens diferentes. É nítido que a polarização praticamente não depende da amostragem. Isso ocorre pois ela depende da integral dos fótons espalhados em uma dada direção. Por outro lado, existe uma tendência clara de que uma amostragem mais fina produza uma maior variação da intensidade, isto é, os mínimos da intensidade na direção do adensamento são mais profundos. A variação do tamanho do intervalo angular que corresponde a um dado *bin* faz com que consideremos regiões de profundidades ópticas médias diferentes. Vamos considerar, por exemplo, uma direção que passe ao longo do centro do adensamento, ela corresponde a direção de maior profundidade óptica. Uma direção que passe tangencialmente pelo adensamento, contrariamente, vê uma profundidade óptica do adensamento nula. Portanto, uma amostragem que abranja todo o adensamento produz uma variação menor que aquela que considere apenas direções centrais. Resumidamente, temos que a pola-

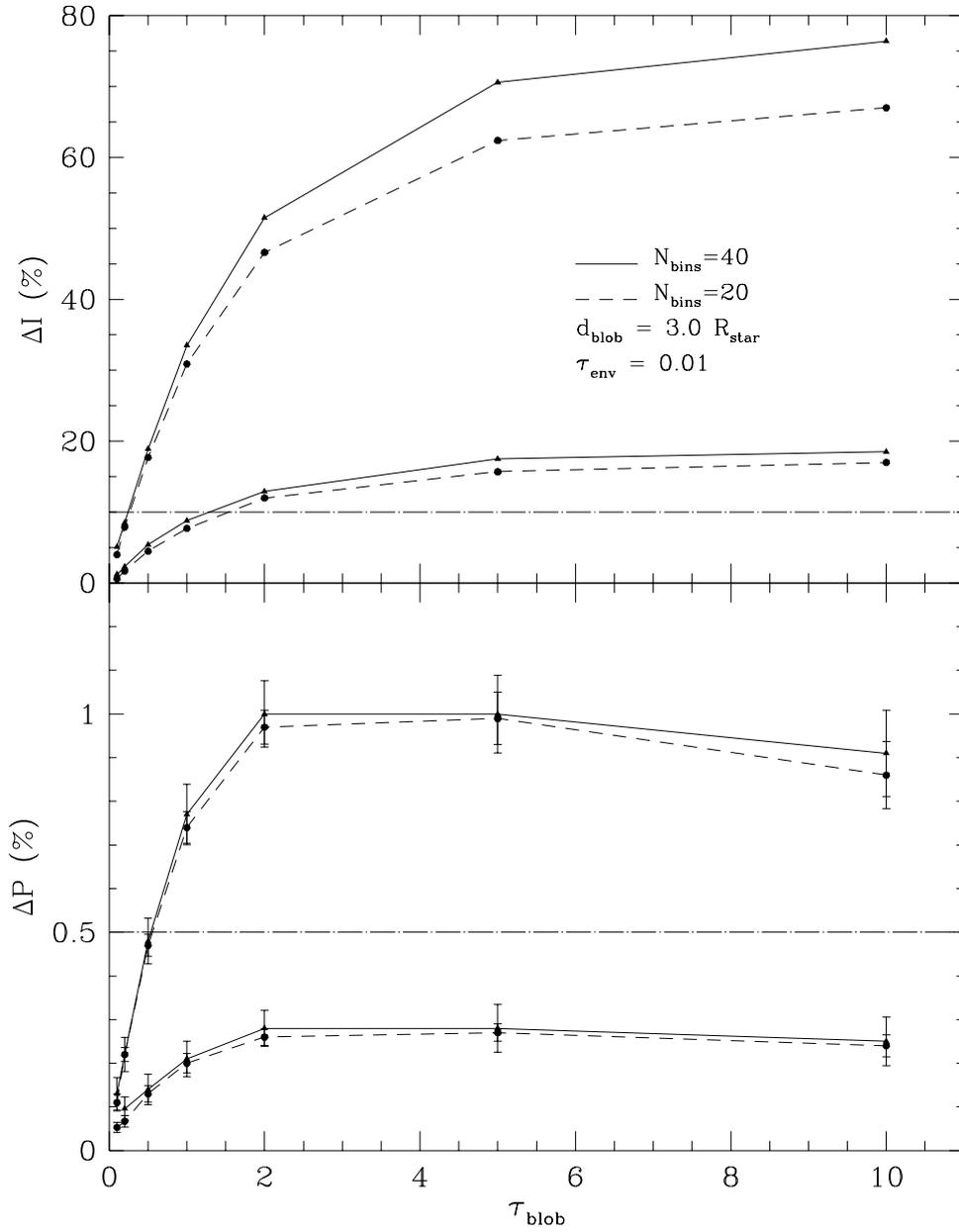


Figura 3.6: Comparação entre dois modelos de vento inhomogêneo com amostragens angulares diferentes. Os modelos com maior ΔI e ΔP possuem adensamentos com raio 2 vezes maior que os demais.

rização é pouco alterada pela amostragem e a ΔI é um limite mínimo para a variação na intensidade.

3.3.2 Testando o código

Os testes mais óbvios aplicados ao código são aqueles onde o adensamento é muito pequeno ou com um contraste de densidade muito próximo a 1. Nesses casos, o código fornece o mesmo resultado de ventos homogêneos. Um outro teste bastante simples consiste na mudança da escala do problema. Se os tamanhos de fonte, envelope, adensamento mudam na mesma proporção, os resultados não se alteram, como o esperado.

No caso em que o espalhamento no envelope pode ser desprezado, é possível uma estimativa semi-analítica do valor esperado da polarização máxima. A polarização pode ser definida como a razão entre a intensidade polarizada, I_{pol} , e a intensidade total, I_{tot} :

$$P = \frac{I_{pol}}{I_{tot}}. \quad (3.10)$$

Como visto na seção anterior (Figs. 3.4 e 3.5), a polarização máxima é observada nas direções que formam um ângulo de 90° com a direção do adensamento. Vamos supor que para essa direção a I_{tot} é dominada pela luz direta da fonte, isto é, podemos desprezar a luz espalhada nessa direção. Se considerarmos que o fluxo proveniente do adensamento nessa direção foi espalhado a 90° , podemos supor que a esse fluxo é totalmente polarizado, assim a I_{pol} é dada pela fração espalhada nessa direção. Isso pode ser calculado integrando o fluxo extinto pelo adensamento (fluxo que falta relativamente a um envelope sem adensamento) e tomando a fração que é espalhada na direção de uma dada caixa centrada a 90° do adensamento. O fluxo extinto pelo adensamento é calculado a partir dos resultados da simulação, pela integração do mínimo de intensidade na direção do adensamento. A probabilidade de espalhamento em um dada direção μ pode ser calculada analiticamente, a partir da expressão:

$$p_{esp}(\mu) = \frac{3}{8}(1 + \mu^2). \quad (3.11)$$

Para o ângulo azimutal, ϕ , a probabilidade é uniforme.

Tabela 3.3: *Comparação entre a polarização obtida pela simulação de Monte Carlo e sua estimativa semi-analítica.*

τ_{blob}	MC	Analítica	Esp. único
0.1	$(6.0 \pm 1.4) 10^{-4}$	$3.4 10^{-4}$	99
0.2	$(8.6 \pm 1.8) 10^{-4}$	$6.7 10^{-4}$	98
0.5	$(1.7 \pm 0.17) 10^{-3}$	$1.5 10^{-3}$	95
1.0	$(2.7 \pm 0.24) 10^{-3}$	$2.7 10^{-3}$	90
2.0	$(3.6 \pm 0.18) 10^{-3}$	$4.1 10^{-3}$	80
5.0	$(3.6 \pm 0.25) 10^{-3}$	$6.1 10^{-3}$	67
10.0	$(3.1 \pm 0.30) 10^{-3}$	$6.9 10^{-3}$	63

Os parâmetros utilizados foram: Raio da fonte: 1.0; Raio do envelope: 10.0; profundidade óptica do envelope: 0.01; Distância do adensamento à fonte: 2.5; Raio do adensamento: 0.5.

Na Tabela 3.3, apresentamos os valores obtidos com Monte Carlo e pela aproximação acima. A última coluna apresenta a fração de fótons espalhados uma única vez relativo ao número de fótons espalhados pelo menos uma vez. Segundo a aproximação, a polarização sempre cresce com a profundidade óptica de um adensamento, pois ela está baseada no espalhamento simples. Na simulação, com o aumento da profundidade óptica o número de espalhamentos aumenta e assim o fluxo espalhado (=polarizado) também cresce. Isto ocorre até τ da ordem de 1. À medida que τ aumenta ainda mais, o espalhamento múltiplo tende a depolarizar esse fluxo, pois ele tira dessa direção fótons 100% polarizados e os torna menos polarizados. Consideramos que dentro das aproximações feitas a concordância entre os resultados é bastante boa.

3.4 Comparações com modelos da literatura

Nesta seção, comparamos nossos resultados aos obtidos em trabalhos anteriores descritos na Sec. 3.2.

3.4.1 Comparação com espalhamento único

Apresentamos na Sec. 3.2.1 estimativas analíticas da polarização causada por um adensamento e baseadas no espalhamento único e na região de es-

palhamento concentrada em um único ponto (vide Eqs. 3.5 e 3.7). Vamos agora compará-las aos resultados de nossos modelos.

Como visto anteriormente, a intensidade espalhada é muito pequena e conseqüentemente pouco precisa (Fig. 3.3 e texto correspondente). Vamos supor que ela possa ser estimada pela moda das intensidades em todas as direções, já que na maior parte dos casos poucas são as direções que apresentam extinção pelo adensamento e, portanto, o método as exclui. Também estamos supondo que não exista dependência direcional da intensidade espalhada - o que é um erro. Porém, os valores são tão pequenos que não seria possível determinar essa dependência com o número de fótons utilizados em nossas simulações .

Tabela 3.4: Comparação da intensidade espalhada e polarização obtidas com o Método de Monte Carlo e supondo espalhamento único (Brown 1994).

τ	Intensidade		Polarização	
	Brown(94)	MC	Brown(94)	MC
Modelo 1				
0.1	$2.8 \cdot 10^{-4}$	$< 3 \cdot 10^{-3}$	$5.0 \cdot 10^{-4}$	$6.0 \cdot 10^{-4}$
0.2	$5.6 \cdot 10^{-4}$	$2.0 \cdot 10^{-3}$	$1.0 \cdot 10^{-3}$	$8.6 \cdot 10^{-4}$
0.5	$1.4 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-3}$	$2.5 \cdot 10^{-3}$	$1.7 \cdot 10^{-3}$
1.0	$2.8 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-3}$	$5.0 \cdot 10^{-3}$	$2.7 \cdot 10^{-3}$
2.0	$5.6 \cdot 10^{-3}$	$8 \cdot 10^{-3}$	$1.0 \cdot 10^{-2}$	$3.6 \cdot 10^{-3}$
5.0	$1.4 \cdot 10^{-2}$	$6 \cdot 10^{-3}$	$2.5 \cdot 10^{-2}$	$3.6 \cdot 10^{-3}$
10.0	$2.8 \cdot 10^{-2}$	$7 \cdot 10^{-3}$	$5.0 \cdot 10^{-2}$	$3.1 \cdot 10^{-3}$
Modelo 2				
0.1	$2.2 \cdot 10^{-5}$	$< 3 \cdot 10^{-3}$	$3.8 \cdot 10^{-5}$	$< 3.5 \cdot 10^{-4}$
0.2	$4.4 \cdot 10^{-5}$	$< 3 \cdot 10^{-3}$	$7.7 \cdot 10^{-5}$	$< 3.7 \cdot 10^{-4}$
0.5	$1.1 \cdot 10^{-4}$	$< 3 \cdot 10^{-3}$	$1.9 \cdot 10^{-4}$	$< 3.5 \cdot 10^{-4}$
1.0	$2.2 \cdot 10^{-4}$	$< 3 \cdot 10^{-3}$	$3.8 \cdot 10^{-4}$	$4.4 \cdot 10^{-4}$
2.0	$4.3 \cdot 10^{-4}$	$< 3 \cdot 10^{-3}$	$7.7 \cdot 10^{-4}$	$4.9 \cdot 10^{-4}$
5.0	$1.1 \cdot 10^{-3}$	$< 3 \cdot 10^{-3}$	$1.9 \cdot 10^{-3}$	$4.7 \cdot 10^{-4}$
10.0	$2.2 \cdot 10^{-3}$	$< 3 \cdot 10^{-3}$	$3.8 \cdot 10^{-3}$	$4.8 \cdot 10^{-4}$

Os parâmetros utilizados foram: Raio da fonte: 1.0; Raio do envelope: 10.0; Profundidade óptica do envelope: 0.01; Raio do adensamento: 0.5. O parâmetro que diferencia os dois modelos apresentados é a distância do adensamento á fonte: 2.5 (Modelo 1) e 9.0 (Modelo 2).

Os valores assim calculados e os previstos por Brown (1994) são mostrados na Tab. 3.4. Os erros de nossa estimativa da intensidade são maiores para

profundidades ópticas baixas (pois o valor absoluto é menor), e nesses casos, a estimativa de Brown (1994) é melhor. Também deve ser levado em conta que os valores de Brown (1994) representam a intensidade espalhada a 0° , enquanto os nossos representam uma média de todos os ângulos. Por estas razões, consideramos que os valores são suficientemente concordantes.

Nessa tabela é também apresentada a estimativa de Brown (1994) da polarização e a obtida com nosso código. Nesse caso é clara a concordância para profundidades ópticas pequenas e a crescente discrepância com o aumento da profundidade óptica, ocasião em que o espalhamento único superestima a polarização.

3.4.2 Comparação com iluminação plano-paralela

Na Sec. 3.2.2, descrevemos o trabalho de Code & Whitney (1995 - CW95). Eles apresentam os resultados para a polarização produzida por um adensamento de elétrons de dois diâmetros angulares: 23° e 74° , que correspondem a ângulos sólidos, Ω_{blob} , de 0.01 e 0.10 estereoradianos. A Tabela 3.5 apresenta uma comparação entre esses e nossos resultados. Os valores de CW95 foram obtidos a partir de uma simulação onde um feixe plano-paralelo ilumina uma nuvem esférica e homogênea de elétrons. A partir desses resultados, eles calculam a polarização de uma estrela cujo envelope possua uma região com aumento de densidade. Eles argumentam que seus resultados são pouco alterados pelo fato da luz estelar não ser plano-paralela, baseados em simulações com feixes de vários ângulos de divergência. Porém, o feixe que atinge o adensamento é uma combinação de feixes divergentes lançados, no caso de uma fonte extensa, de diferentes pontos. Para testar a importância desse aspecto, para um dos casos, realizamos duas simulações com diferentes raios da fonte, R_f . Os fótons que atingem o adensamento a partir de uma fonte menor possuem uma menor dispersão em suas direções, mas mesmo assim não são paralelos. A comparação de nossas simulações mostra que os valores da polarização são sistematicamente menores quando a fonte é maior, o que está de acordo com o efeito esperado de depolarização devido a maior dispersão nos ângulos de espalhamento. Com relação aos resultados de CW95, podemos dizer que os valores são bastantes semelhantes e concordantes levando em consideração a diferença da iluminação.

Tabela 3.5: Polarização da luz espalhada por um adensamento de elétrons. Comparação entre os resultados de nossas simulações de MC com as de Code & Whitney (1995) para uma configuração em que o adensamento e a estrela se encontram no plano do céu.

τ_{blob}	CW95	MC	
		$R_f=1.0$	$R_f=0.1$
$\Omega_{blob} = 0.01$			
0.1	0.047	0.060 ± 0.014	0.062 ± 0.015
1.0	0.314	0.27 ± 0.024	0.31 ± 0.022
2.0	0.423	0.36 ± 0.018	0.410 ± 0.027
10.0	0.335	0.31 ± 0.030	0.380 ± 0.035
$\Omega_{blob} = 0.01$			
0.1	0.47		0.438 ± 0.028
1.0	3.04		2.742 ± 0.051
2.0	4.02		3.604 ± 0.080
10.0	3.11		2.923 ± 0.19

Os parâmetros utilizados em nossas simulações foram: raio do envelope: 10.0; profundidade óptica do envelope: 0.01; raio do adensamento: 0.5; posição do adensamento: 2.5(0.01)/0.7(0.10).

3.5 Resultados gerais para adensamentos em envelopes eletrônicos

Antes de discutirmos as implicações de nossos resultados dentro do contexto de ventos inhomogêneos de WRs, gostaríamos de apresentar alguns resultados gerais. Não estamos interessados neste momento em determinar os parâmetros com os quais reproduzimos as observações em WRs, mas entender como a polarização e a intensidade variam de acordo com as mudanças nesses parâmetros. De qualquer modo, todos os gráficos apresentam linhas paralelas à abcissa que correspondem aos valores máximos observados em WRs para comparação.

A Fig. 3.7 apresenta a variação de intensidade (painéis à esquerda) e polarização (à direita) causada pela presença de adensamentos em um envelope eletrônico de densidade uniforme cuja profundidade óptica é igual a 0.01. A abcissa é a profundidade óptica do adensamento. Alguns modelos forneceram apenas um limite superior para a polarização. Esses pontos são representados

por \downarrow . Cada ponto corresponde a uma simulação cujos parâmetros são:

- Raio da fonte: 1.0;
- Raio externo do envelope: 10.0. O envelope é contíguo à fonte;
- Raio do adensamento: 0.5.

Cada painel representa os resultados para uma profundidade óptica do envelope, τ_{env} : 0.01, 0.1, 0.2 e 0.4, de cima para baixo. Cada uma das curvas em cada figura representa uma distância do adensamento à fonte: 3 (tracejado longo), 5 (tracejado curto), 7 (linha pontilhada) e 9 (linha contínua). Esses gráficos permitem observarmos o comportamento dos modelos com a variação de três parâmetros: profundidades ópticas do adensamento e do envelope e distância entre o adensamento e a fonte.

Para adensamentos opticamente finos, onde o espalhamento único domina, ΔI aumenta linearmente com a profundidade óptica do adensamento. Com o aumento de τ_{blob} , a taxa de crescimento da extinção diminui e parece convergir para um valor máximo, pelo menos até uma profundidade de 10, que é até onde temos simulações. A polarização também cresce linearmente com a profundidade óptica do adensamento no regime opticamente fino e possui um máximo em torno de $\tau_{blob} = 2$. Para valores maiores a polarização desce devido ao efeito do espalhamento múltiplo.

A inspeção vertical dos painéis de ΔI deixa claro que seu valor diminui com o aumento da profundidade óptica do envelope, τ_{env} . Isso ocorre pois com o aumento da densidade (e portanto da profundidade óptica do envelope), ocorre um maior número de espalhamentos *fora* do adensamento o que tende a isotropizar a radiação. Em um caso extremo, podemos supor um adensamento próximo a base de um envelope muito espesso. Qualquer efeito causado pelo adensamento é escondido pelo envelope. Por causa do mesmo efeito, a polarização diminui com a espessura óptica do envelope.

Um dos efeitos de aumentarmos a distância do adensamento (diferentes linhas em um mesmo painel) é que o seu ângulo sólido, como subentendido pela fonte, diminui. Assim, a polarização também diminui, pois um menor número de fótons atravessa o adensamento e é espalhado (= polarizado). A extinção também diminui, mas, enquanto a polarização é um efeito integrado de todos os fótons espalhados sobre as diferentes linhas de visada, a extinção considera apenas uma linha de visada. No nosso caso, temos uma resolução angular finita e por isso um *bin* centrado na direção no adensamento, vê

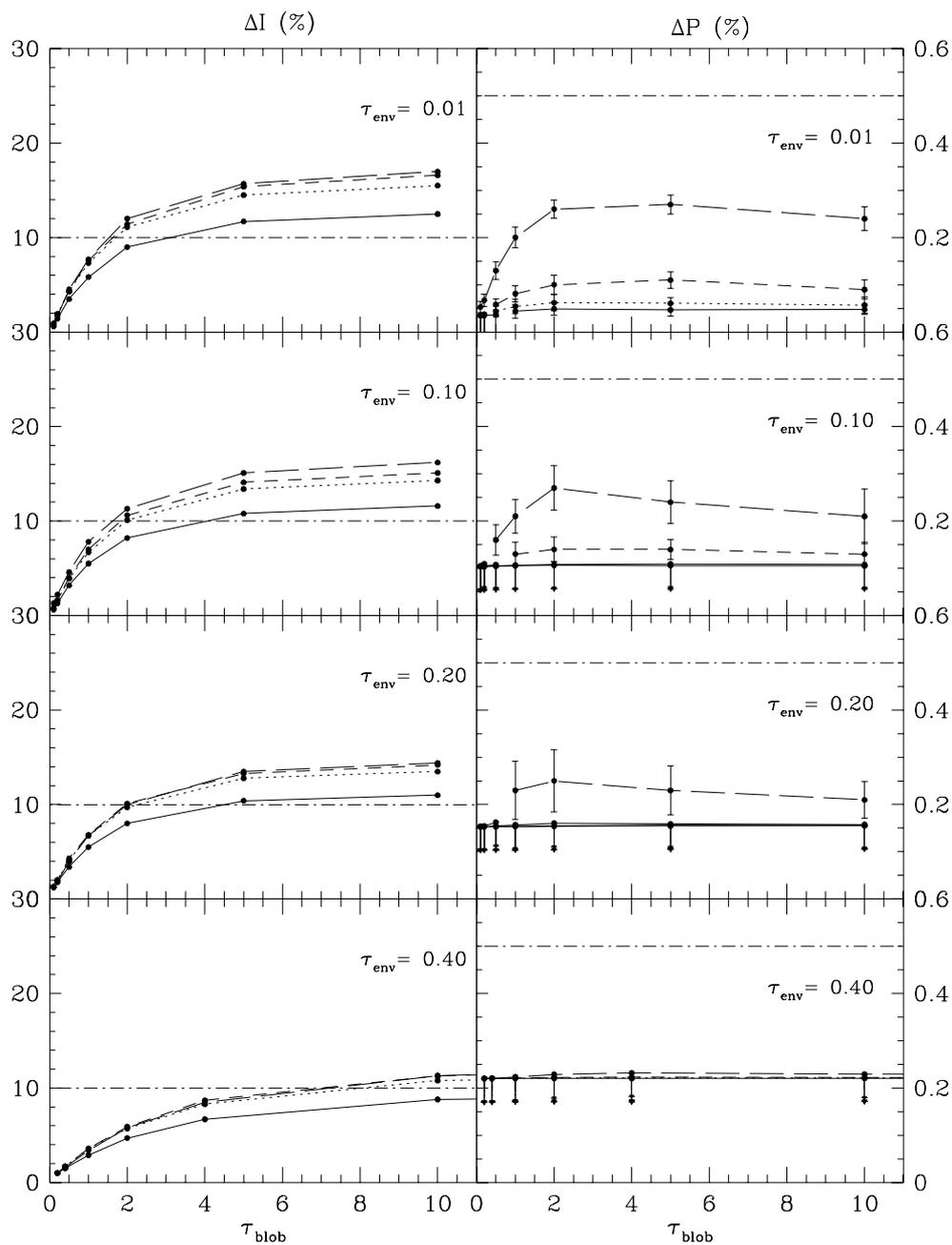


Figura 3.7: *Varição da intensidade e polarização de um envelope circunscritar com a presença de um adensamento de matéria. As linhas paralelas à abscissa (traço-ponto) representam os limites máximos observados em WRs. Vide texto (pag. 64) para maiores detalhes.*

uma profundidade óptica *média* menor para adensamento mais distantes da fonte. O efeito de aumentar o adensamento é equivalente ao de aumentar a resolução (Sec. 3.3.1.2).

Na Figura 3.8, temos os gráficos da intensidade e polarização para dois casos com exatamente os mesmos parâmetros, mas tamanhos de adensamentos diferentes. Os parâmetros constantes são: adensamento a 3 raios estelares da fonte e $\tau_{env} = 0.01$. Os tamanhos utilizados para os adensamentos são : 1.0 (linha tracejada), 0.5 (linha contínua) e 0.25 (linha pontilhada). Dois adensamentos de mesma profundidade óptica, mas raios distintos, possuem também (constrastes de) densidades diferentes. A figura mostra claramente que o adensamento menor produz menos polarização e variação de intensidade. Esse resultado é facilmente entendido se calcularmos o número total de partículas em um adensamento. Para uma dada abcissa (τ_{blob}), o adensamento maior possui mais partículas que o menor. Por isso, uma maior fração de fótons é espalhada. Isso é particularmente verdade para profundidades ópticas pequenas. Com o aumento de τ_{blob} , a diferença na seção de choque passa a ser o principal fator do aumento da polarização e ΔI com o tamanho do adensamento.

Vamos agora estudar o comportamento da intensidade e polarização se aumentarmos o número de adensamentos. Na Fig. 3.9, mostramos os resultados para quatro casos: (1) um único adensamento (linha contínua); (2) dois adensamentos diametralmente opostos (linha pontilhada); (3) dois adensamentos em direções mutuamente perpendiculares (linha de tracejado curto) e (4) dois adensamentos na mesma direção (linha de tracejado longo). A profundidade óptica do envelope é 0.01 e os adensamentos possuem um raio de $0.5R_*$. A distância dos adensamentos à fonte é $3R_*$. Para dois adensamentos na mesma direção usamos adensamentos a 3 e $5R_*$.

A variação de intensidade com τ_{blob} é sempre a mesma nos três primeiros casos, mas notando que ao invés de um, temos agora dois mínimos de intensidade como função da direção de observação (μ, ϕ). Supondo dois adensamentos na mesma direção, notamos que a intensidade é maior que nos outros casos. No regime opticamente fino, esse aumento reflete basicamente o aumento da profundidade óptica na direção do adensamento ($2 \tau_{blob}$).

Um envelope com dois adensamentos em direções perpendiculares entre si e um envelope com um único adensamento possui a mesma polarização máxima com os parâmetros utilizados. Porém se no caso de um adensamento tínhamos dois picos de polarização, agora temos quatro. Isto é, somamos duas funções iguais mas com uma defasagem de 90° . Para adensamentos opostos,

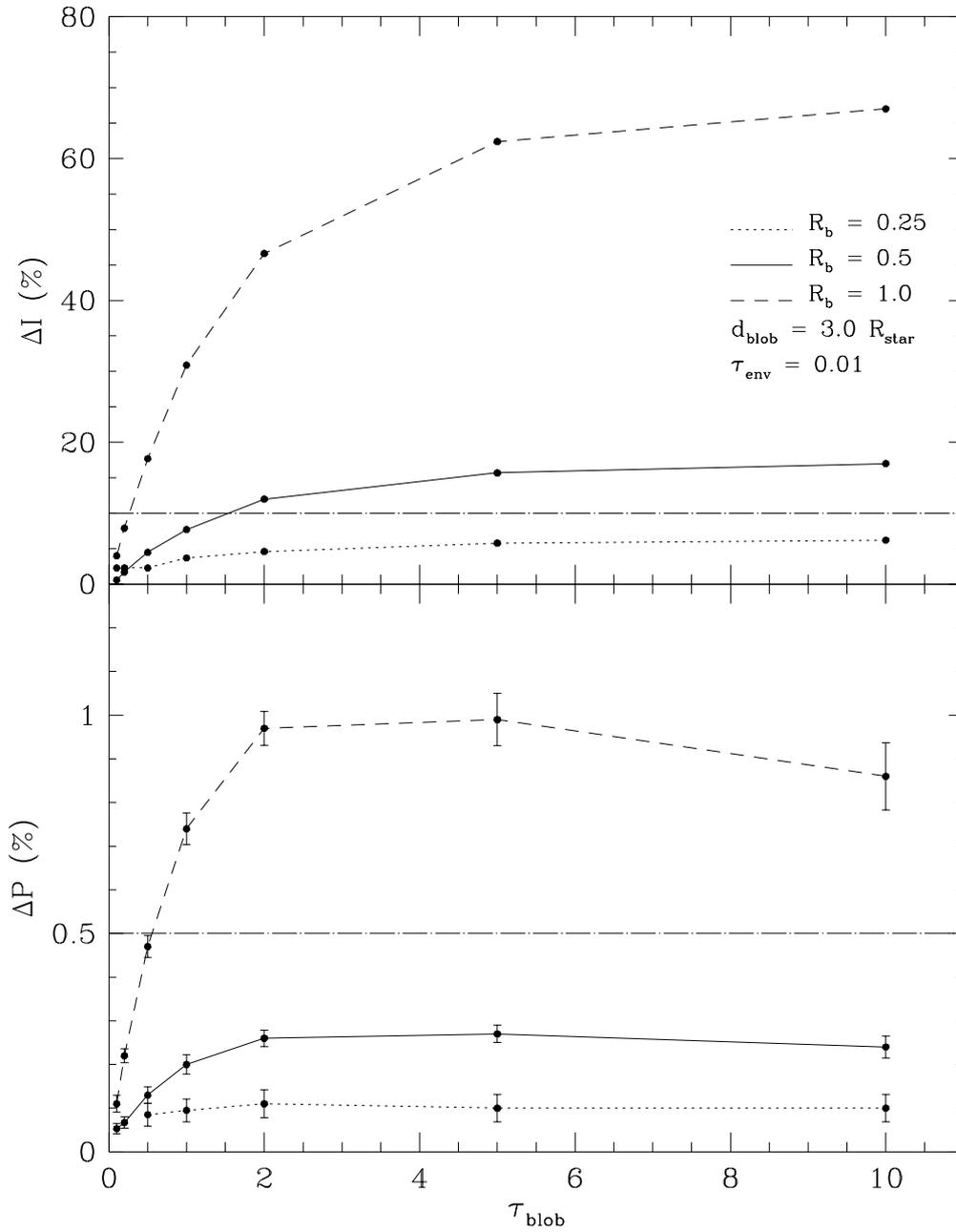


Figura 3.8: *Variação da intensidade e polarização em um envelope inhomôgeneo para adensamentos de diferentes tamanhos.*

também podemos entender o resultado como uma soma de funções, mas agora com uma defasagem de 180° , ou seja, polarização de mesma orientação se combinam construtivamente. Nesse caso, porém, os máximos coincidem e como consequência a polarização dobra de valor. Para adensamentos na mesma direção, a polarização aumenta, mas não como uma soma simples da polarização de um único adensamento. Em resumo, o aumento do número de adensamentos só produz um aumento importante na polarização com respeito à de um único adensamento para adensamentos diametralmente opostos. A extinção, por sua vez, só é alterada se os adensamentos estão na mesma direção.

Finalmente, vamos investigar o comportamento de ΔI e ΔP para diferentes leis de densidade. Na Fig. 3.10 mostramos os resultados para envelopes com densidade uniforme e lei de densidade de estrelas quentes, Eq. 1.1, com $\beta = 1$ e $\beta = 2$. Os demais parâmetros são os mesmos utilizados da figura anterior. A diferença entre eles é pequena, de modo que podemos aplicar os resultados de ventos de densidade uniforme para situações em que a densidade dependa da distância à fonte. Note que essa afirmação é válida para envelopes opticamente finos.

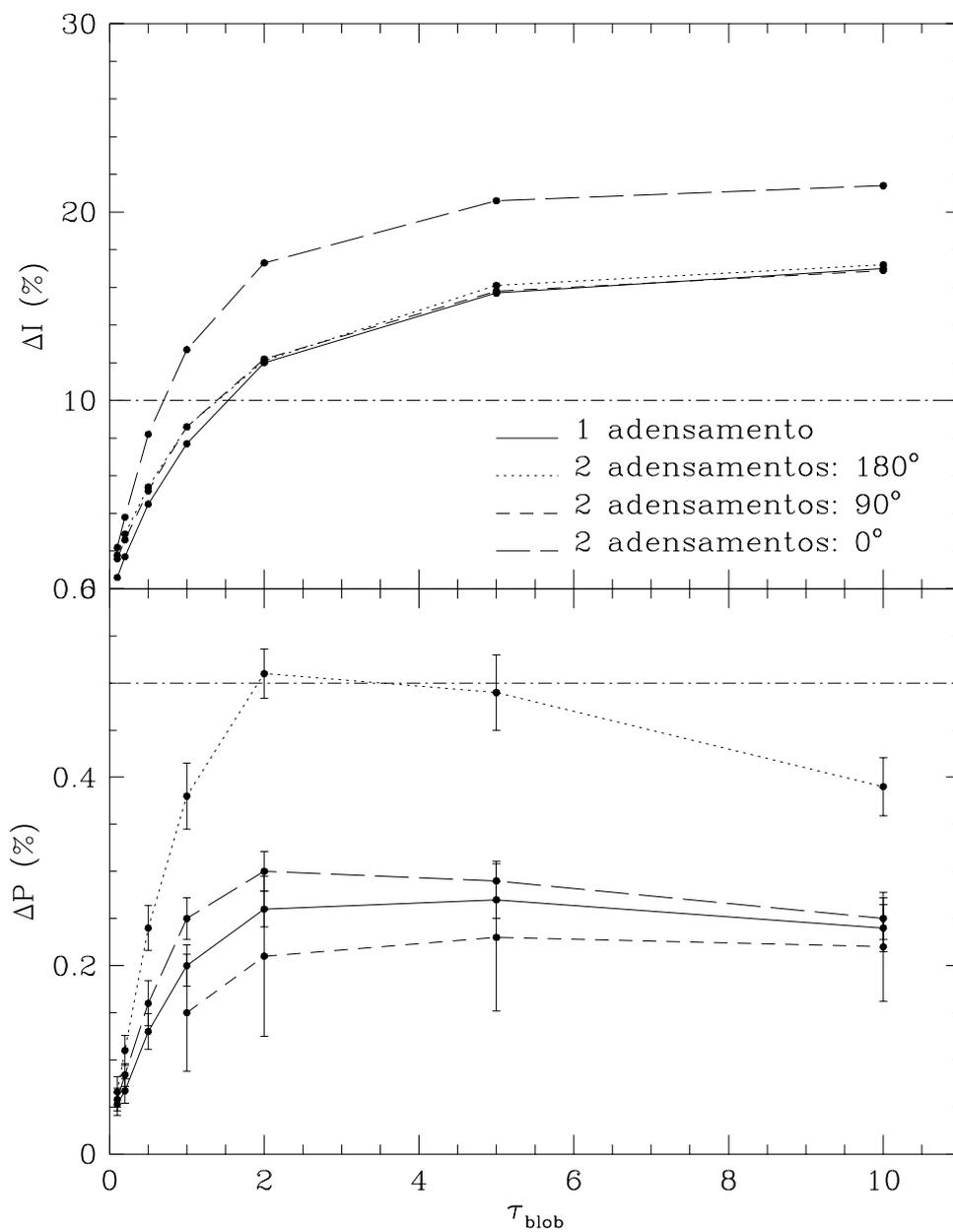


Figura 3.9: *Varição da intensidade e polarização em um envelope inhomôgeneo com mais de um adensamento a diferentes direções.*

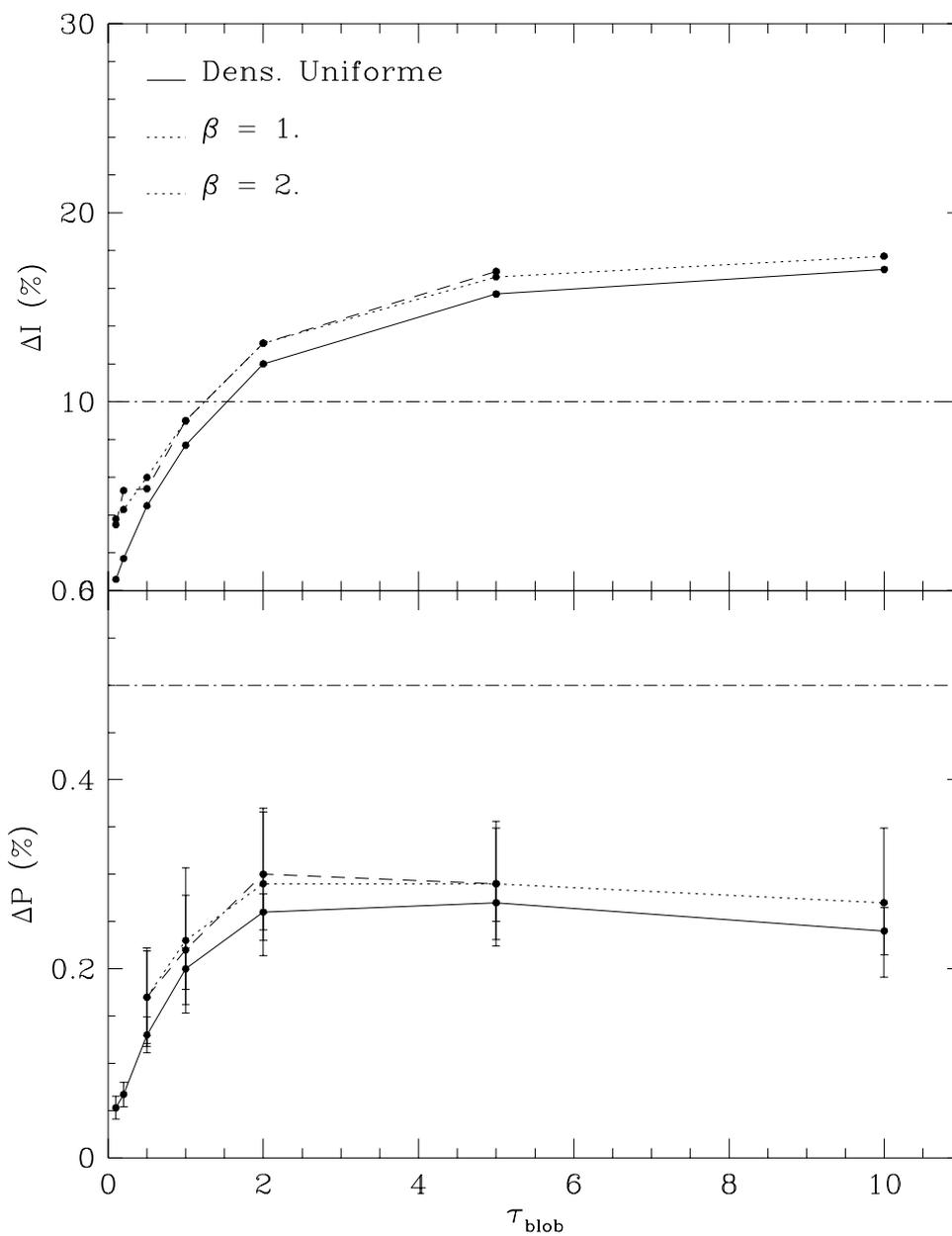


Figura 3.10: *Variação da intensidade e polarização em envelopes inhomogêneos com diferentes leis de densidades.*

3.6 Aplicação para estrelas Wolf-Rayet

Pelo descrito na Sec. 3.1, observa-se em WRs uma variação de $\approx 10\%$ em fluxo e $\approx 0.5\%$ em polarização ($\Delta I/\Delta P \approx 20$). Assim, um modelo de vento inhomogêneo para WRs tem que reproduzir essas duas quantidades. Nosso objetivo é determinar as características de um vento capaz de explicar esses valores. A seguir expomos nossos resultados e fazemos uma discussão de suas implicações dentro do cenário atual de ventos de WRs.

3.6.1 Resultados dos modelos

Como estamos considerando que ΔI é produzido por extinção da luz da fonte e não por seu espalhamento, as variações de intensidade e polarização não devem ser observadas simultaneamente. A polarização deve ser proveniente de adensamentos fora da linha de visada, enquanto a variação de intensidade é observada quando o adensamento atravessa a linha de visada (Fig. 3.1). Assim, não é absolutamente necessário supor que os valores observados máximos de ΔI e ΔP sejam atribuídos a adensamentos de mesma características. Porém, como hipótese de trabalho, vamos supor que ΔI e ΔP devam ser explicados por um adensamento *típico*.

A nossa grade de modelos foi construída da seguinte maneira. Fixamos o raio da fonte igual a $1R_{\odot}$ e um envelope estendendo-se até $10R_{\odot}$. Lembramos que o resultado da simulação é invariante por uma mudança de escala do problema, por isso podemos considerar que as unidades estão em raios estelares (R_{\star}). Definimos, então, o envelope por uma lei de densidade e profundidade óptica, τ_{env} e o adensamento pelo seu tamanho, R_{blob} . Então, rodamos modelos com o adensamento a quatro distâncias da fonte ($d_{blob} = 3, 5, 7$ e 9) e com profundidades ópticas entre 0.1 e 10 . A Tabela 3.6 apresenta esquematicamente o espaço de parâmetros coberto pelos nossos modelos.

Da grade coberta, apresentamos na Tab. 3.7 os modelos que mais se aproximam dos valores observados. Em particular, os modelos cuja numeração estão em negrito apresentam melhor concordância com as observações. Escolhemos aqueles que apresentam ΔI em torno de 10% e ΔP maior que 0.2% ou que apresentam ΔP próxima a 0.5% . A maior parte dos modelos representam envelopes opticamente finos o que não é uma hipótese correta para uma WR. O principal motivo disso é que modelos opticamente espessos utilizam um tempo muito grande de processamento. Todavia, os modelos opticamente finos podem ser usados para um seleção dos mais promissores

Tabela 3.6: Espaço de parâmetros coberto para investigar as variações em fotometria e polarização observadas em WRs.

Parâmetros	Intervalo
Raio da fonte, R_f	0.1 e 1.0
Raio do envelope, R_{env}	10.0
Profundidade óptica do envelope, τ_{env}	0.01 a 0.40
Raio do adensamento, R_{blob}	0.5 e 1.0
Profundidade óptica do adensamento, τ_{blob}	0.1 a 10.0
Posição do adensamento, d_{blob}	3.0 a 9.0

no ajuste das observações, que são, então, resolvidos para um envelope opticamente espesso. Essa estratégia mostrou-se eficiente, pois os resultados para envelopes com profundidade óptica de 0.40 corroboram aqueles para envelopes finos.

Uma variação em fluxo da ordem de 10% pode ser obtida com praticamente qualquer combinação de parâmetros, apenas sendo necessário ajustar-se a profundidade óptica do adensamento. Entretanto, das inúmeras simulações feitas, ficou aparente que o observável que restringe o modelo é a polarização. De acordo com a Fig. 3.8, vemos que a polarização é diretamente proporcional ao tamanho do adensamento e que adensamentos cujos raios são da ordem de $0.5R_*$ (linha contínua) ainda não são capazes de reproduzir a polarização observada. Essa figura foi obtida considerando que os adensamentos estão próximos à fonte ($3R_*$). Pela Figura 3.7, vemos que os maiores graus de polarização são necessariamente obtidos para distâncias pequenas. Resumidamente, podemos dizer o nosso principal resultado é que *os adensamentos, para reproduzirem a polarização observada, devem ser necessariamente grandes, isto é, da ordem do raio estelar e a alguns raios estelares da fonte*. A interpretação desse resultado é que a *seção geométrica* do adensamento deve ser grande o suficiente para que um número alto de fótons sejam espalhados e produzam o grau de polarização observado. Desse modo, é possível que adensamentos ainda maiores ($R_{blob} > 1.R_*$) produzam mais polarização quando colocados mais distantes da fonte. Note, em particular, o modelo 16 que possui um envelope opticamente espesso e produz uma polarização da ordem da observada.

Tabela 3.7: Modelos que melhor reproduzem as variações em fotometria e polarização observadas em WR.

#	R_f	τ_{env}	D_b	R_b	τ_b	ΔI	ΔP	$\Delta I/\Delta P$
1	0.1	0.01	0.7	0.5	0.1	7.7	0.44	17.6
2	0.1	0.01	2.5	0.5	0.2	14.4	0.10	148.2
3	0.1	0.01	2.5	0.5	5.0	95.4	0.42	224.7
4	1.0	0.01	2.5	0.5	2.0	12.5	0.36	35.1
5	1.0	0.01	3.0	0.5	2.0	12.0	0.26	45.7
6^a	1.0	0.01	3.0	0.5	1.0	12.1	0.51	24.0
7^b	1.0	0.01	3.0	0.5	2.0	17.3	0.30	56.8
8^c	1.0	0.01	3.0	0.5	2.0	13.1	0.29	45.0
9^d	1.0	0.01	3.0	0.5	2.0	13.1	0.30	44.0
10	1.0	0.01	3.0	1.0	0.5	17.7	0.47	37.5
11	1.0	0.01	5.0	1.0	0.4	13.6	0.16	85.0
12	1.0	0.01	5.0	1.0	4.0	52.6	0.41	127.0
13	1.0	0.10	3.0	0.5	2.0	11.3	0.27	42.5
14	1.0	0.20	3.0	0.5	1.0	10.0	0.25	40.3
15	1.0	0.40	5.0	1.0	2.0	28.8	0.34	86.0
16	1.0	0.40	3.0	1.0	1.0	20.4	0.45	45.6

^a Dois adensamentos diametralmente opostos;

^b Dois adensamentos na mesma direção;

^c $\beta = 1$;

^d $\beta = 2$.

3.6.2 Discussão

Temos suposto até aqui que a variação da intensidade observada em WRs origina-se da extinção da luz estelar e não de seu espalhamento. Esta abordagem é oposta a de Brown et al. (1995), que tenta explicar a variação fotométrica pelo espalhamento (e/ou emissão) nos adensamentos, e similar a de Fox & Henrichs (1994), no sentido em que estes últimos relacionam a polarização às DACs observadas em estrelas quentes, que são componentes em absorção. As simulações de Monte Carlo indicam que a nossa hipótese é mais plausível, pois uma variação em ΔI da ordem de 10% só pode ser atingida por extinção. Veja, por exemplo, a Tab. 3.4. Nela apresentamos a intensidade espalhada calculada analiticamente (Brown 1994) e com o nosso código. Os valores máximos obtidos são da ordem de alguns porcentos. A Tabela 3.7, por outro lado, ilustra vários modelos onde a variação da intensidade causada por extinção pode atingir, ou mesmo ultrapassar, 10%.

Até agora discutimos apenas o valor de ΔI isolado. Porém, a razão $\Delta I/\Delta P$ observada também pode nos auxiliar a entender o problema da variabilidade em WRs. A inspeção das expressões analíticas de Brown (1994) para a polarização e variação de intensidade de um adensamento, Eqs. 3.5 e 3.7, mostram que a razão prevista por esse modelo é da ordem de 1, completamente incompatível com o valor observado da ordem de 20. Possíveis soluções seriam o aumento de ΔI ou a diminuição de ΔP . Os modelos de MC mostram que um adensamento opticamente espesso produz uma polarização menor que a prevista pelos modelos analíticos (Tab. 3.3), mas não o suficiente para reproduzir a razão $\Delta I/\Delta P$. De qualquer modo, dadas as previsões de pequenos valores da variação em intensidade, se comparadas aos valores observados, a solução natural seria considerar que ΔI deve ser aumentado. O que pode ser conseguido, como já salientado, por considerar extinção e não espalhamento.

Poderia ser sugerido que um grande número de adensamentos poderia produzir luz espalhada suficiente, porém existem dois argumentos contrários. Primeiramente, vários adensamentos espalhados de maneira aleatória tendem a diminuir a polarização com respeito àquela de uma única condensação. Em primeira análise, isso seria bom, pois melhoraria a razão $\Delta I/\Delta P$. Porém os valores da polarização para um único adensamento (resultados das nossas simulações) tendem a ser menores que o observado, isto é, vários adensamentos tendem a diminuir ainda mais esse valor. Em segundo lugar, Robert (1994) encontrou que o número de subpicos em emissão é menor para ventos com maiores valores de polarização. De qualquer modo, Richardson et al. (1996) demonstram que na aproximação de espalhamento simples, não existe qualquer número de adensamentos capaz de produzir a razão observada.

Os subpicos em emissão observados nas linhas espectrais de WRs seriam a contrapartida espectroscópica de variações no contínuo que fossem causadas por espalhamento. Essas estruturas, porém, possuem uma pequena largura em velocidade (Robert 1994) e, portanto, devem ser causados por regiões de dimensões bastante reduzidas. Isso é contrário aos nossos resultados que indicam que adensamentos muito pequenos não são capazes de produzir uma polarização da ordem da observada. Assim, temos mais um argumento contrário a que seja o espalhamento causando as variações no contínuo.

Entretanto, as DACs, que são também observados em WRs, podem ser a contrapartida espectroscópica das variações de intensidade e polarização no contínuo. Um argumento favorável a essa interpretação seria que as DACs contém uma parcela considerável do material do vento, entre 10 e 60%, (La-

mers, Gathier & Snow 1982; Prinja & Horwath 1986 e Massa et al. 1995) o que está de acordo com as dimensões bastante grandes encontradas para os adensamentos com os nossos modelos. Um dos modelos propostos para as DACs seriam as CIRs (Sec. 3.1.2). Nesse caso, todos os observáveis deveriam mostrar-se periódicos de acordo com a rotação da estrela. Esse não parece ser o caso da polarização em estrelas quentes (Lupie & Nordsieck 1987; St.-Louis et al. 1987; Drissen et al. 1987; Robert et al. 1989; Taylor et al. 1991), que não apresenta periodicidade. Um modelo como este também implicaria em um ângulo de polarização praticamente constante, já que existe uma direção preferencial no sistema. Porém, Fullerton et al. (1997), estudando uma estrela B supergigante, não encontram evidências de periodicidade nos DACs.

Marchenko et al. (1997) fizeram um estudo da variabilidade fotométrica e espectroscópica de estrelas WN8. Eles encontram que a variabilidade espectroscópica dessas estrelas é maior na parte em absorção dos perfis P Cygni das linhas do He. Porém, eles argumentam que essas variações não poderiam ser classificadas como DACs.

Porém, mesmo se a contrapartida espectroscópica da variação em banda larga são as DACs, parece existir uma correlação entre banda larga e a variação nas linhas de emissão (Robert 1994; Marchenko et al. 1997). Assim, se os dois tipos de variação espectroscópica são devidos a instabilidades de diferentes escalas Owocki (1994), é provável que possuam um certo grau de interdependência.

Capítulo 4

Sistemas Binários

Neste capítulo apresentamos um código para o cálculo da curva de luz e polarização dependente da fase em sistemas binários onde uma das estrelas possui um envelope. Esse modelo é aplicado para dois sistemas WR+O: V444 Cygni e HD5980.

4.1 Introdução

4.1.1 Estrelas Wolf-Rayet binárias

A primeira WR identificada também como uma binária foi a estrela V444 Cygni (Wilson 1939), que posteriormente se mostrou também como um sistema eclipsante (Gaposchkin 1940, 1941). Hoje considera-se que 40% das WRs sejam binárias com companheiras de tipo O (Abbott & Conti 1987).

A polarização em WRs pode ter um caráter aleatório (vide Cap. 3) ou periódico. O último decorre da natureza binária de alguns sistemas, onde o envelope da WR iluminado diferentemente pela companheira de acordo com a fase produz uma polarização modulada pelo período orbital. Isso permite determinar os parâmetros orbitais do sistema e a estrutura do envelope. A polarimetria permite, por exemplo, determinar a inclinação mesmo de sistemas não-eclipsantes e assim suas massas (por exemplo, Meliani 1987 e Drissen et al. 1986). A polarização também pode ser utilizada para a determinação da taxa de perda de massa de WRs (St.-Louis et al. 1988).

Nesta introdução, vamos apresentar os parâmetros que definem um sis-

tema binário e que serão usados na modelagem dos dados observacionais nas seções seguintes. A seguir, apresentamos uma revisão bibliográfica sobre modelos anteriores que abordam a polarização em sistemas binários.

4.1.2 Caracterização de sistemas binários

Um sistema binário é caracterizado pelas propriedades físicas de suas componentes e por sua geometria. Nesta seção, definimos os parâmetros geométricos de um sistema binário (Bruch 1994) que são determinados por sua dinâmica e direção pela qual é observado. No caso mais geral é vista apenas a projeção da órbita real no plano celeste. Assim, vamos definir duas órbitas: a verdadeira e a projetada. Esta última é definida por sete elementos orbitais. São eles:

- P_{orb} : período orbital;
- T : época da passagem pelo periastro;
- a : semi-eixo maior da órbita verdadeira;
- e : excentricidade da órbita verdadeira;
- Ω : ângulo de posição da linha dos nós. Os nós são os dois pontos de intersecção entre o plano do céu e a órbita verdadeira. A linha dos nós é a reta que passa por esses pontos;
- i : inclinação orbital. É o ângulo entre o plano do céu e a órbita verdadeira;
- ω : longitude do periastro. É o ângulo na órbita verdadeira entre a linha dos nós e direção na qual as duas estrelas estão mais próximas.

Vamos também definir:

- ν : anomalia verdadeira, que representa o ângulo entre o periastro e o vetor radial entre as duas estrelas na órbita verdadeira;
- r : distância entre as duas estrelas;
- ϕ : fase do sistema.

As leis de Kepler representam a solução do movimento de duas estrelas ligadas gravitacionalmente e são sintetizadas a seguir:

Primeira Lei de Kepler No caso mais geral, a forma da órbita é uma elipse descrita por:

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \nu}. \quad (4.1)$$

Segunda Lei de Kepler Essa lei determina que o vetor radial cobre áreas iguais em tempos iguais.

Terceira Lei de Kepler Essa lei relaciona a massa das componentes com sua distância e período orbital:

$$P_{orb}^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{G(M_1 + M_2)}, \quad (4.2)$$

onde M_1 e M_2 representam as massas das estrelas.

4.1.3 Dependência da polarização com a fase

Shakhovskoi (1964, 1965) foi o primeiro a demonstrar que o espalhamento eletrônico é o responsável pela existência de uma modulação da polarização em sistemas binários. Ele apresentou dados polarimétricos de várias binárias eclipsantes e concluiu que o mecanismo mais provável seria o espalhamento em um envelope de gás. Ele também analisou a possibilidade de a polarização ser produzida por espalhamento fotosférico ou reflexão da luz da estrela mais luminosa na atmosfera da mais fraca, porém esses dois mecanismos não reproduziram satisfatoriamente os dados. Ele também estimou os valores da massa do envelope e da perda de massa das estrelas RY Persei e β Lyrae.

No final da década de 1980, surgiram uma série de trabalhos determinando a inclinação da órbita para sistemas binários através da polarimetria (Rudy & Kemp 1978, Millgrom 1978 e Brown, McLean & Emslie 1978, por ex.). Para sistemas eclipsantes, dados fotométricos e espectroscópicos permitem a determinação desse parâmetro, sendo a polarimetria um método adicional. Entretanto, para sistemas com ângulos de inclinação pequenos, onde a curva de luz é constante ao longo do período, o método polarimétrico pode ser a única maneira para se determinar os parâmetros orbitais. Os métodos baseiam-se na resolução analítica do transporte radiativo em um envelope

eletrônico opticamente fino. Todos os trabalhos citados não consideram a existência de absorção ou qualquer outro processo que possa produzir uma dependência espectral da polarização.

O trabalho de Rudy & Kemp (1978) possui algumas hipóteses básicas:

1. as partículas distribuem-se simetricamente ao plano orbital;
2. não existe eclipse da região de espalhamento;
3. as órbitas são circulares;
4. as variações fotométricas são pequenas.

Nesse caso, os parâmetros de Stokes (vide Sec. 2.3.1) são funções do segundo harmônico da frequência orbital, i.e.:

$$\begin{aligned} Q &= \chi^1 \sin 4\pi\phi + \chi^2 \cos 4\pi\phi, \text{ e} \\ U &= \chi^3 \sin 4\pi\phi + \chi^4 \cos 4\pi\phi. \end{aligned} \quad (4.3)$$

As funções acima descrevem uma elipse no plano (Q,U) cuja excentricidade, ϵ_{QU} , pode ser descrita como função dos quatro coeficientes acima, χ^i . Ela fornece diretamente a inclinação do sistema:

$$\epsilon_{QU} = \frac{\sin^2 i}{(1 + \cos^2 i)}. \quad (4.4)$$

Rudy & Kemp (1978) aplicam esse método para cinco sistemas cujas inclinações também tinham sido obtidas a partir de outros métodos e a concordância é bastante boa.

Brown, McLean & Emslie (1978) apresentam Q e U como função da fase do sistema, inclinação da órbita e uma série de integrais que definem a geometria do envelope. É uma abordagem bastante similar à efetuada por Rudy & Kemp, mas com menos aproximações o que torna as expressões mais complexas e abrangentes. Porém, como Rudy & Kemp, tratam apenas o espalhamento único e órbitas circulares. As fontes são consideradas puntiformes, portanto também não consideram eclipses. Essa é a referência básica no estudo de variações orbitais da polarização em sistemas com matéria circunstar. Eles encontram que os parâmetros de Stokes são funções do primeiro e

segundo harmônicos da fase, Eq. (4.5), e descrevem figuras de Lissajous no plano (Q,U):

$$\begin{aligned} Q &= q_0 + q_1 \cos 2\pi\phi + q_2 \sin 2\pi\phi + q_3 \cos 4\pi\phi + q_4 \sin 4\pi\phi, \quad e \\ U &= u_0 + u_1 \cos 2\pi\phi + u_2 \sin 2\pi\phi + u_3 \cos 4\pi\phi + u_4 \sin 4\pi\phi. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Uma análise de Fourier de Q e U, portanto, permite determinar vários parâmetros do sistema a partir de q_i e u_i . São eles a inclinação e a orientação da órbita no plano celeste, além de valores que podem ser relacionados à forma do envelope, por exemplo, assimetria com relação ao plano orbital e concentração de material no equador.

BME sugerem um método alternativo à análise de Fourier que se baseia na separação em primeiros e segundos harmônicos. Uma das soluções é a apresentada por Rudy & Kemp (1978). Entretanto, devemos lembrar que o trabalho de BME abrange o de Rudy & Kemp (1978), no sentido em que este último apenas considera distribuições de partículas simétricas com relação ao plano orbital. No caso de uma distribuição com tal simetria os termos em primeiros harmônicos não existem e o resultado de BME reduz-se ao de Rudy & Kemp (1978).

Três sistemas binários são estudados por BME. Em dois deles (AO Cas e σ Ori E), o comportamento da polarização pode ser explicado a partir do espalhamento de material circunstelar opticamente fino. Entretanto, não foi obtido nenhum ajuste satisfatório para o sistema Cyg X-1. Drissen et al. (1986) apresentam uma correção ao formulário apresentado por BME.

Milgrom (1978) demonstra que a relação entre excentricidade da elipse no plano de (Q,U) e inclinação da órbita somente é válida no caso em que a região espalhadora é totalmente vista pelo observador. Isto é, se uma parte da material circunstelar é eclipsado, a utilização da Eq. (4.4) implica em uma determinação errônea dos parâmetros orbitais.

Órbitas excêntricas foram consideradas por Brown et al. (1982) e diferem das circulares em dois aspectos:

- variação da distância entre as estrelas ao longo da órbita (Primeira Lei de Kepler);
- a velocidade angular do vetor radial não é constante (Segunda Lei de Kepler), o que introduz harmônicos mais altos nas soluções dos parâmetros de Stokes.

Eles aproximam o sistema binário por dois pontos em movimento excêntrico, onde um deles emite e outro espalha a luz do primeiro, i.e., considera-se que uma das estrelas possui luminosidade desprezível com relação à primeira. Eles também supuseram que o sistema apresenta simetria com relação ao plano orbital.

A resolução desse problema mostra que, enquanto no caso circular os parâmetros de Stokes são dependentes apenas dos segundos harmônicos (note que eles tratam apenas envelopes simétricos ao equador), no caso excêntrico os primeiros e terceiros harmônicos também passam a compor a dependência dos parâmetros de Stokes com a anomalia. Os quartos harmônicos fazem parte da solução formal, mas por sua pequena amplitude podem ser desprezados.

Trabalhos posteriores começam a considerar algumas das complicações que os modelos acima desprezam. Robert et al. (1990) e St.-Louis et al. (1993) estudam o caso da WR eclipsante V444 Cyg, com ênfase no comportamento polarimétrico nos eclipses. Moffat & Pirolo (1993), através do estudo da polarização em bandas largas e estreitas de duas binárias não-eclipsantes, encontram que o fluxo das linhas de emissão é não-polarizado, o que corrobora as hipóteses de esfericidade do vento da WR e vento da companheira menos importante que o da WR.

Considerações estatísticas sobre o intervalo de confiança dos parâmetros orbitais obtidos polarimetricamente são apresentadas por Wolinski & Dolan (1994) e Simmons, Aspin & Brown (1982).

4.1.3.1 Determinação da inclinação orbital

Como exemplo da determinação da inclinação orbital através da polarimetria, citamos o caso da WR binária WR148 (HD197406) estudada por Drissen et al. (1986). Essa estrela possui uma primária de tipo espectral WN7 e a secundária é provavelmente um objeto compacto. A inclinação da órbita determinada polarimetricamente permite obter uma massa para a secundária entre 8 a 15 M_{\odot} , o que indicaria que esse objeto é um buraco-negro. Sua alta latitude Galáctica e velocidade radial peculiar indicam que o sistema passou por uma fase de supernova, sendo a secundária o remanescente de tal explosão.

4.1.3.2 Determinação da taxa de perda de massa

A modulação dos parâmetros de Stokes em WRs binárias pode também ser utilizada para a determinação da taxa de perda de massa (St.-Louis et al. 1988). Eles partem da expressão de BME para o semi-eixo maior da elipse descrita pelos parâmetros de Stokes e da lei de conservação de matéria para um vento esfericamente simétrico e obtêm a seguinte expressão para a perda de massa, \dot{M} :

$$\dot{M} = \frac{(16\pi)^2 m_p v_\infty a A_p}{(1 + \cos^2 i) 3\sigma_T f_c I}, \quad (4.6)$$

onde:

- m_p é a massa do próton;
- v_∞ é a velocidade terminal do vento da WR;
- A_p é o semi-eixo maior da elipse de polarização;
- σ_T é a seção de choque de Thomson;
- f_c é a fração da luz total do sistema proveniente da companheira;
- I é uma integral, Eq. (5) de St.-Louis et al. (1988), relacionada à distribuição de matéria no envelope. Eles adotaram uma dependência da densidade com a distância típica de uma WR como estabelecido por Castor & Lamers (1979).

Os resultados obtidos são precisos dentro de 40% e concordam com as estimativas de taxa de perda de massa por outros métodos, quando existentes.

4.2 Modelo

Desenvolvemos um método que permite a determinação da curva de luz e polarização de sistemas binários onde uma das estrelas pode possuir um envelope. Ele baseia-se na resolução do problema de espalhamento através do Método de Monte Carlo. Por isso, nosso modelo apresenta algumas vantagens com relação aos trabalhos anteriores:

- o nosso modelo não possui nenhuma aproximação relativa ao tamanho da fonte ou da região de espalhamento. Assim, eclipses são incluídos automaticamente, entre outros efeitos;
- o espalhamento múltiplo é considerado;
- as distribuições de matéria e forma do envelope são arbitrárias;
- a curva de luz também é obtida. Para sistemas eclipsantes, portanto, podemos obter soluções consistentes da polarização e curva de luz.

Para facilitar a leitura, daqui por diante vamos chamar de WR a estrela que possui o envelope e O a estrela sem envelope, mas cuja iluminação é considerada na simulação.

O problema é resolvido considerando duas simulações independentes, onde cada uma representa o transporte radiativo da luz proveniente de cada uma das estrelas no envelope da WR. Feitas as duas simulações, elas são combinadas de acordo com os parâmetros orbitais do sistema de modo a fornecer a emissão do sistema como vista pelo observador. O método será melhor definido na exposição de dois aspectos em particular: o tamanho finito das fontes e órbitas excêntricas.

No total, um modelo possui 12 (!) parâmetros, dos quais dois são específicos para órbitas circulares. São eles:

- R_{WR} , raio da WR;
- R_O , raio da estrela O;
- $\frac{L_{WR}}{L_O}$, razão entre as luminosidades das estrelas;
- R_{env} , raio do envelope da WR;
- τ_{env} , profundidade óptica do envelope da WR;
- a , semi-eixo maior da órbita verdadeira;
- Ω , ângulo de posição da linha dos nós;
- i , inclinação da órbita;
- e , excentricidade;
- ω , longitude do periastro;

- Q_f e U_f , parâmetros de Stokes da polarização interestelar na direção do objeto (polarização de *foreground*).

Desses parâmetros, Ω , Q_f e U_f não são usados no ajuste da curva de luz, apenas da polarização. Dos nove parâmetros restantes, 4 deles são comprimentos: a , R_{WR} , R_O e R_{env} . Porém, somente três deles são independentes, isto é, o problema possui a mesma solução caso todos sejam multiplicados por um mesmo fator. Assim, a situação com o menor número de parâmetros livres é o ajuste de uma curva de luz de um sistema circular, que requer 6 parâmetros.

4.2.1 Efeitos devidos a fontes extensas

Uma fonte finita introduz dois efeitos que não podem ser estudados com fontes puntiformes. Um deles é a iluminação de um mesmo ponto do envelope por fótons provenientes de diferentes pontos da superfície estelar, isto é, com diferentes direções. Isso é importante no cálculo da polarização, pois ela depende do ângulo de espalhamento. Além disso, as fontes podem ocultar parte da luz do sistema, de acordo com sua geometria e inclinação. Na situação em que uma estrela possui envelope, podemos definir 6 tipos de ocultamento da luz pelas fontes:

- i. eclipse da luz direta da estrela O pela estrela WR;
- ii. eclipse da luz direta da WR pela O;
- iii. eclipse da luz da O espalhada no envelope por ela própria;
- iv. ocultação da luz espalhada da O pela WR;
- v. eclipse da luz espalhada da WR pela O;
- vi. ocultação da luz espalhada da WR por ela mesma.

Na simulação tendo como fonte a estrela O, é considerado que existe uma região opaca (que representa a WR) no centro do envelope, além da própria fonte, de modo que os efeitos i e iv são incluídos. Com relação à simulação da WR como fonte, existem duas abordagens. Ou incluímos uma região externa opaca (que representaria a estrela O), de modo que todos os efeitos de eclipse são considerados na simulação, ou o eclipse é calculado

posteriormente. Nesse último caso, os efeitos ii e v são calculados a partir da intensidade e polarização emergente do envelope e do tamanho da estrela O (veja o parágrafo seguinte). A vantagem dessa última abordagem é que usamos uma única simulação da WR para diferentes tamanhos da estrela O. Os efeitos iii e vi são sempre incluídos na simulação, pois ela sempre considera que a fonte de luz é opaca.

Para o cálculo dos efeitos ii e v, é realizada uma simulação para se determinar a dependência dos parâmetros de Stokes com o parâmetro de impacto da estrela WR. A soma da luz direta e espalhada da estrela WR é constante e não-polarizada para qualquer fase, exceto quando existe eclipse. Nesta ocasião, a região ocultada do observador é função dos raios estelares, da distância entre as estrelas e do ângulo de inclinação. Assim, podemos integrar a intensidade e fluxo polarizado (= fluxo x polarização) dessa região de modo a podermos subtraí-los da emissão não-eclipsada. Consequentemente, podemos ter a contribuição da estrela WR em intensidade e polarização para cada fase orbital.

Foram obtidas curvas de luz e polarização usando as duas abordagens, isto é, o cálculo da eclipse sendo feito dentro ou fora da simulação. A concordância dos resultados usando os diferentes métodos é muito boa. O método que usamos para a construção das curvas de luz apresentadas nas próximas seções é o cálculo do eclipse fora da simulação. Esse método fornece a variação no eclipse com um ruído menor que a simulação.

4.2.2 Efeitos devidos a órbitas excêntricas

Uma das diferenças entre órbitas excêntricas e circulares é a não proporcionalidade entre a anomalia verdadeira e o tempo (Segunda Lei de Kepler). Para órbitas circulares as fases angular e temporal são iguais, enquanto para excêntricas deve-se aplicar uma expressão para converter de uma a outra. Isso, porém, é facilmente implementado. Devido a esse fato, um sistema eclipsante não possui eclipses igualmente espaçados. A fração de período entre dois eclipses é determinada não apenas pela excentricidade, mas também pela longitude do periastro.

A diferença mais importante, entretanto, é a variação da distância entre as estrelas com a fase do sistema. Isto é, no caso de uma órbita circular a diferença da iluminação ocorre apenas porque o sistema está em rotação. O problema físico é sempre o mesmo para qualquer fase, mas o observador vê o sistema por diferentes ângulos. Para órbitas excêntricas, por outro lado,

como a distância muda, o problema físico também muda com a fase, deixando de ser apenas uma questão de linha de visada. A inclusão desse efeito no cálculo do eclipse da WR pode ser implementado facilmente, pois o eclipse não é resolvido na simulação, mas posteriormente de acordo com o método descrito na seção anterior. Porém, a simulação com a fonte sendo a estrela O considera uma distância fixa entre fonte e envelope. Por isso, precisamos de várias simulações para determinar os parâmetros de Stokes para cada fase do sistema. Optamos por considerar um conjunto de simulações abrangendo as distâncias mínima e máxima entre estrelas, de modo a permitir uma interpolação para a distância exata em uma dada fase.

4.3 Resultados gerais

Nesta seção vamos apresentar resultados gerais que ilustram o comportamento da intensidade e polarização com a fase em sistemas com diferentes parâmetros orbitais e físicos.

4.3.1 Órbitas circulares

A Figura 4.1 mostra os resultados para órbitas circulares com diferentes ângulos de inclinação. De cima para baixo, cada painel representa como função da fase o comportamento da intensidade (I), dos parâmetros de Stokes Q e U, do módulo e ângulo da polarização, P e θ . As fases 0.0 e 0.5 correspondem às quadraturas e as fases 0.25 e 0.75, às conjunções (conjunção inferior da WR na fase 0.25). As duas estrelas possuem o mesmo raio ($8R_{\odot}$) e mesma luminosidade, a distância entre elas é de $100R_{\odot}$. O envelope estende-se até $50R_{\odot}$ e possui uma profundidade óptica de 0.29.

A intensidade somente é alterada significativamente para inclinações onde existe eclipse (na Fig. 4.1, $i = 90^{\circ}$). Apesar das estrelas possuírem raios e luminosidades iguais, os eclipses são diferentes devido à presença de um envelope que quebra a simetria do sistema. Na fase 0.25, temos a estrela WR ocultando a estrela O. Esse eclipse é mais largo, pois o raio total da estrela, que é o raio externo do envelope, se estende a um raio maior que a fotosfera estelar. O envelope é semi-transparente, por isso a região do eclipse pelo envelope é relativamente rasa, formando as *asas* do eclipse. O espalhamento no envelope é também o responsável pela inclusão de fótons na linha de visada que originalmente possuíam outra direção. Isso torna o

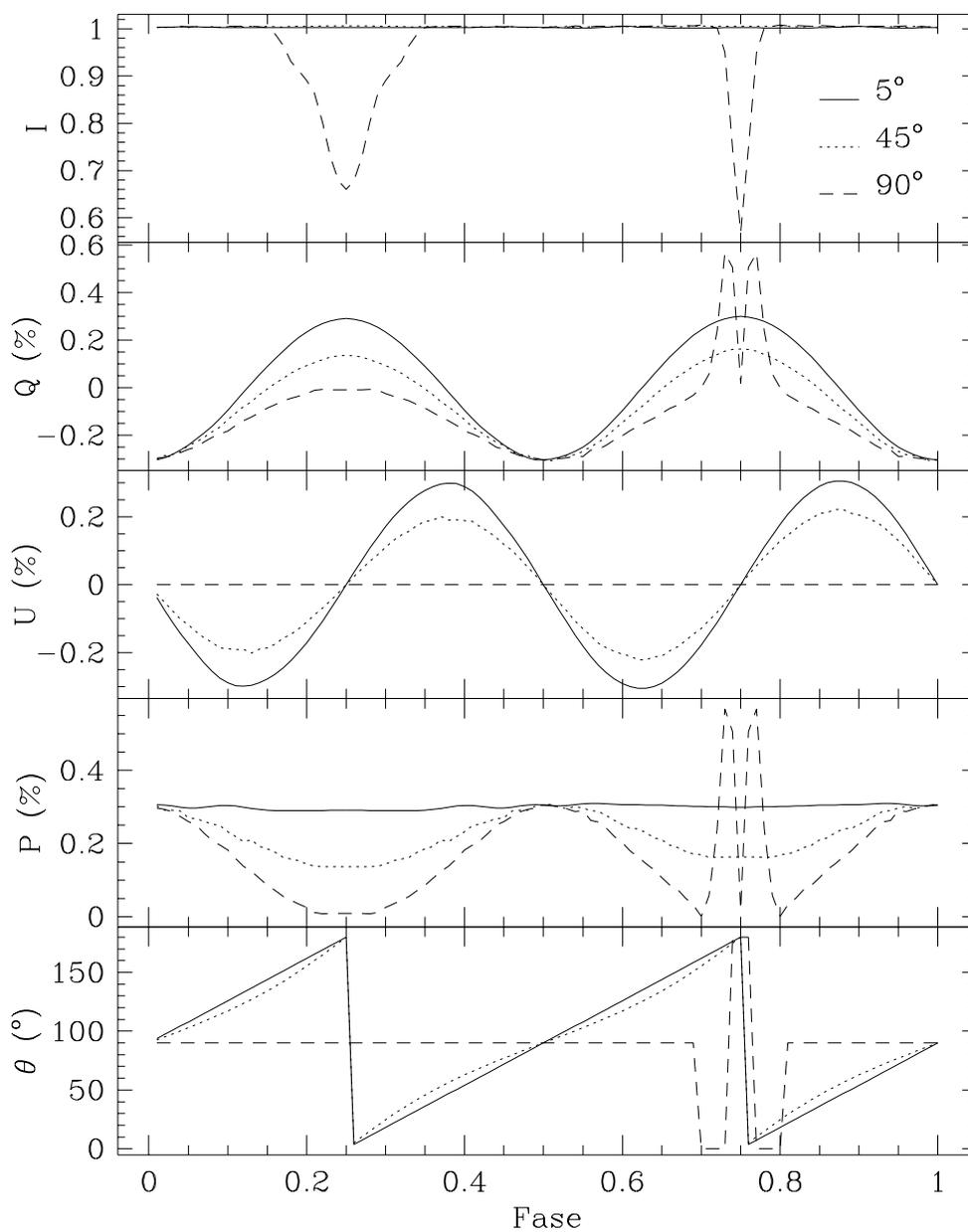


Figura 4.1: *Variação da intensidade e polarização com a fase em sistemas binários circulares vistos com diferentes ângulos de inclinação. As linhas contínua, pontilhada e tracejada correspondem a ângulos de 0, 45 e 90°, respectivamente. Os parâmetros utilizados encontram-se na pag. 87.*

eclipse menos profundo.

A polarização, de um modo geral, pode ser separada em duas componentes. Uma delas é devida à iluminação assimétrica do envelope pela estrela companheira, O, que produz a modulação com $0.5P_{orb}$ ao longo da fase. Uma segunda componente é aquela devida ao eclipse pela estrela O da luz **espalhada** pelo envelope da WR. Ela é responsável pela estrutura em forma de "M" no gráfico P x fase centrada na fase 0.75 para a órbita com $i = 90^\circ$. A polarização da estrela WR e de seu envelope como função do parâmetro de impacto cresce de valores muito pequenos na direção do centro da estrela (parâmetro de impacto igual a zero) para valores muito altos na borda do envelope (parâmetro de impacto máximo). Daí sua importância na determinação do comportamento polarimétrico no eclipse do envelope. Para entendê-lo, vamos imaginar um sistema binário visto de perfil, isto é, com ângulo de inclinação igual a 90° . A polarização integrada da emissão da estrela WR é nula em qualquer fase fora do eclipse. No início do eclipse do envelope pela estrela O, estamos quebrando a simetria do sistema ocultando um região altamente polarizada. Isso faz com que a polarização aumente. Porém, quando as estrelas estão exatamente alinhadas, vemos apenas um anel do envelope, cuja polarização integrada é nula devida à simetria. Assim, em algum ponto entre o início do eclipse e o alinhamento das estrelas a polarização atinge um máximo. Se o envelope for simétrico, a polarização também é simétrica com relação ao centro do eclipse.

Quando o sistema é visto pelo pólo ($i=0$, linha contínua), apesar da intensidade e módulo da polarização não apresentarem variação, sua direção muda de acordo com a linha que une as duas estrelas. Para um sistema visto a 45° (linha pontilhada), já se pode perceber uma variação não só da direção da polarização, mas também de seu módulo. Os máximos ocorrem nas quadraturas, quando a luz do envelope vista pelo observador é espalhada praticamente a 90° , que é o ângulo que produz maior polarização no espalhamento eletrônico. Para o sistema visto lateralmente, a variação da polarização aumenta mais ainda e aparece o efeito do eclipse do vento da WR pela estrela O, já descrito.

A Fig. 4.2 apresenta o resultado da variação da profundidade óptica do envelope. As duas curvas usam os mesmos parâmetros (vide legenda), a menos da profundidade óptica (veja legenda). É claro o aumento da assimetria das curvas com a profundidade óptica. Para entendermos esse efeito, vamos considerar apenas uma fonte iluminando uma região externa. Supondo esses objetos fixos, vamos analisar a dependência da intensidade e polarização como função do ângulo de emissão com relação à linha que une fonte e en-

velope. Isto é, a zero graus temos a emissão que atravessa o envelope mais o espalhamento para frente (*forward scattering*) e a 180° temos o *backscattering*. Para profundidades ópticas pequenas, a polarização possui um máximo a 90° e é simétrica com relação a esse ponto. Porém, com o aumento da densidade do envelope, o máximo da polarização desloca-se para ângulos maiores (espalhamentos cada vez mais próximos da direção da fonte, 180°), pois um número muito pequeno de fótons consegue atravessar a nuvem. Com a mudança do máximo, a curva em fase também perde sua simetria. Note que os máximos da polarização para a profundidade óptica maior ocorrem para direções mais próximas da conjunção onde a O, fonte de iluminação, está na frente. Na intensidade, o *backscattering* para profundidades ópticas grandes também é observado.

4.3.2 Órbitas excêntricas

A Figura 4.3 mostra exemplos dos resultados para órbitas excêntricas. Utilizamos os mesmos parâmetros da Fig. 4.1 com inclinação de 45° e excentricidades de 0.0, 0.15 e 0.30. O sistema binário é visto de forma que a fase 0.0 corresponde ao periastro e a uma das quadraturas do sistema. Vemos uma pequena variação da intensidade; esta é máxima no periastro e mínima quando as estrelas se encontram separadas pela maior distância (apoastro). As componentes de luz direta da estrela O e a luz da WR (espalhada + direta) são constantes com a fase, de modo que a variação da intensidade e polarização é devida apenas à luz da fonte externa espalhada pelo envelope. Isso pode ser entendido, lembrando que o ângulo sólido subentendido pelo envelope como visto pela estrela O aumenta ou diminui com a distância, assim mais ou menos luz é espalhada. Como a polarização da luz espalhada nas quadraturas é praticamente 100% (espalhamento a 90°), a diminuição da polarização é devida ao decréscimo do fluxo polarizado. A defasagem de θ relativa a órbitas circulares é devida apenas a não-proporcionalidade entre tempo e anomalia verdadeira para órbitas excêntricas.

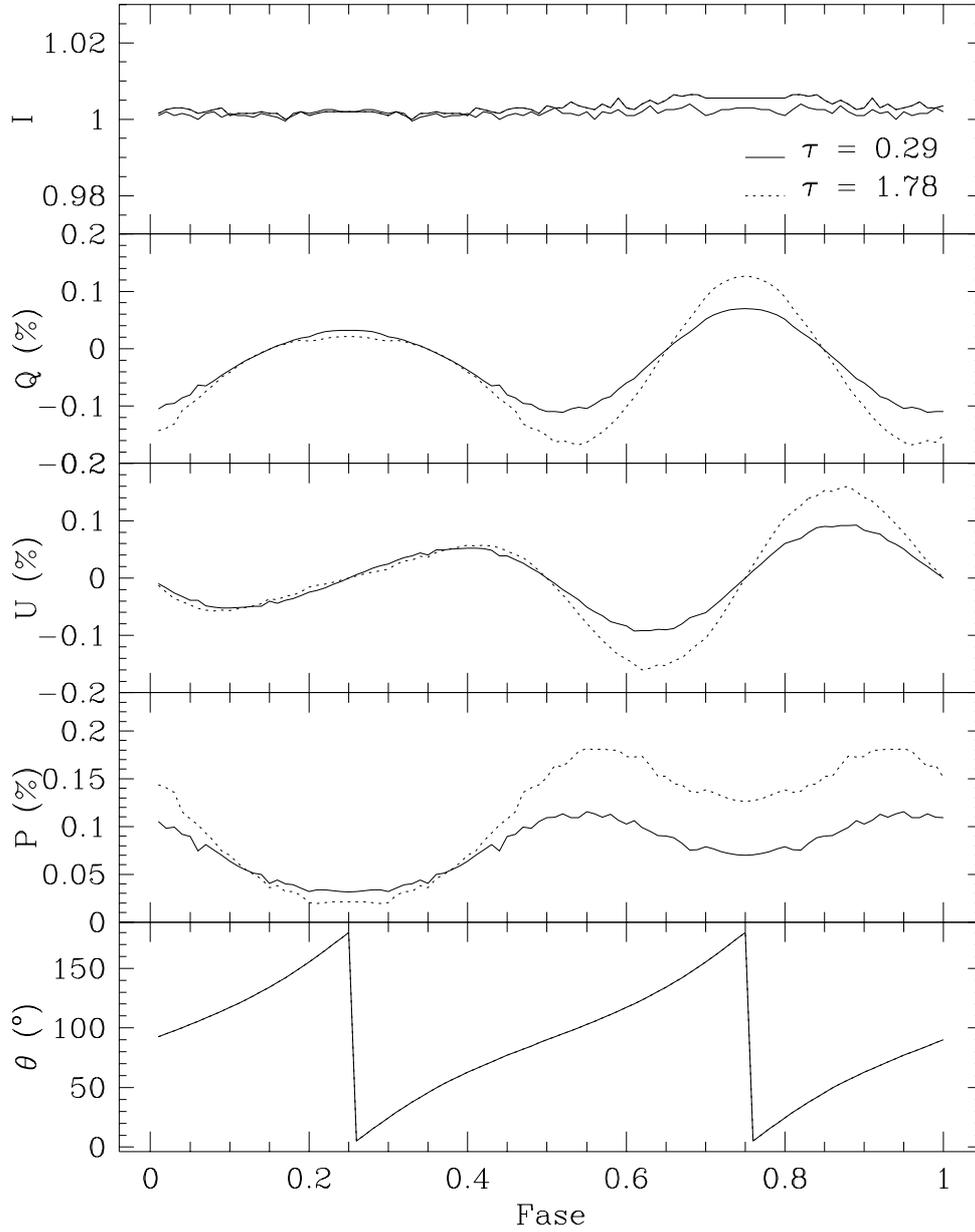


Figura 4.2: Dependência da intensidade e polarização com a fase em sistemas com envelopes de diferentes profundidades ópticas ao redor da WR. Parâmetros: $R_{WR} = 14R_{\odot}$, $R_O = 20R_{\odot}$, $R_{env} = 20R_{\odot}$, $i = 45^{\circ}$, $\frac{L_{WR}}{L_O} = 1$.

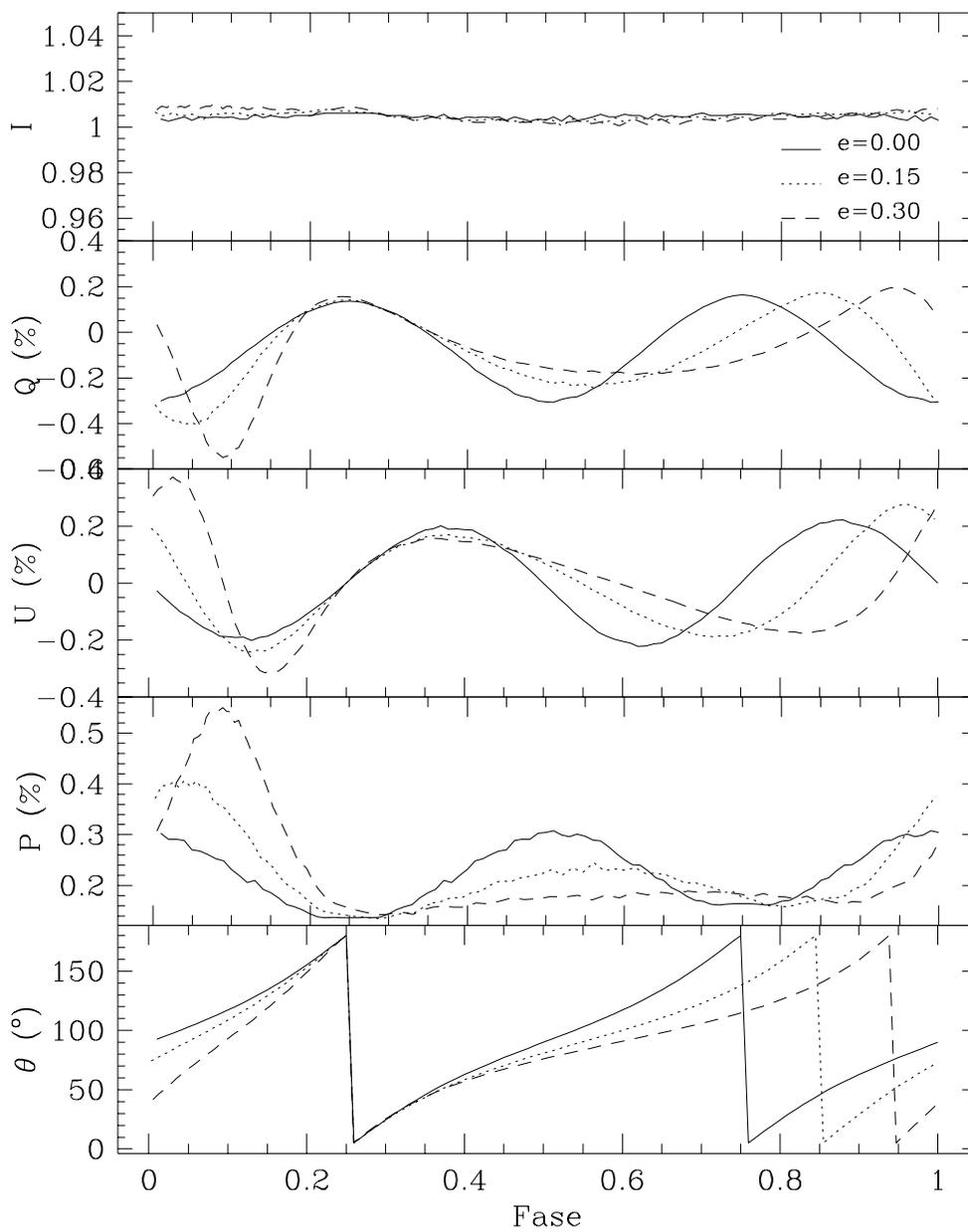


Figura 4.3: Variações na curva de luz e polarização de sistemas binários devidas a diferentes excentricidades.

4.4 V444 Cygni

A primeira aplicação do nosso código refere-se a V444 Cygni. Esse sistema é provavelmente a WR binária (WN5 + O6) mais estudada. Por ser eclipsante é possível obter com grande precisão os parâmetros orbitais e físicos do sistema. Já na década de 50, era conhecido que a estrela WR possui uma atmosfera estendida com um escurecimento de bordo bastante acentuado (Kron & Gordon 1943, 1950; Beals 1944; Payne-Gasposchkin & Gasposchkin 1945 e Kopal & Shapley 1946). A análise de curva de luz que melhor restringiu os parâmetros do sistema foi a de Cherepashchuk (1975).

Os eclipses permitem também um estudo bastante detalhado da estrutura do vento (Cherepashchuk, Eaton & Khaliullin 1984). Eles definem que a base do envelope é tal que sua profundidade óptica seja 1.0. Assim, eles obtiveram para o R_{WR} um valor de $2.9R_{\odot}$. Nesse ponto, a densidade eletrônica seria da ordem de $0.9 \cdot 10^{13} \text{cm}^{-3}$. Sua dependência radial seria proporcional a $r^{-3.54}$ até $8R_{\odot}$ e, $r^{-2.2}$ até um raio da ordem de $20R_{\odot}$.

A órbita do sistema sempre foi considerado circular. Porém Marchenko, Moffat & Koenigsberger (1994) determinaram uma excentricidade de 0.036 ± 0.009 usando um grande número de espectros de alta resolução. Eles também obtiveram que a distância entre as duas estrelas é de $(35.8 \pm 0.4 R_{\odot})/\text{sen } i$.

A polarização do sistema também foi relativamente bem estudada. Os primeiros trabalhos consideraram apenas a modulação com $0.5P_{orb}$ para obter os parâmetros do sistema (Hilltner & Mook 1966; Rudy & Kemp 1978 e Pirola & Linnaluoto 1988). A primeira observação em estrelas WRs do efeito na curva de polarização do eclipse do envelope pela estrela companheira foi a de Robert et al. (1990) para V444 Cyg. Nesse trabalho, eles basearam-se no trabalho de Brown, McLean & Emslie (1978) para o ajuste da componente periódica em $0.5P_{orb}$. Apresentam também um modelo para o eclipse, cuja cobertura observacional, entretanto, era pequena. St.-Louis et al. (1993) refinaram o modelo para o eclipse e com um maior número de dados foram capazes de um bom ajuste da polarização do sistema.

O nosso método tem a vantagem de fornecer a curva de luz e polarização simultaneamente. Além disso, os eclipses e a modulação com $0.5P_{orb}$ aparecem naturalmente no modelo, pois os efeitos da dimensão das estrelas é considerado. Envelopes opticamente espessos podem também ser considerados. Inicialmente, utilizamos os dados polarimétricos de St.-Louis et al. (1993) e os fotométricos de Kron & Gordon (1943) para obter os parâmetros do sistema com a suposição de circularidade da órbita (Rodrigues & Ma-

galhães 1994). Porém, com a descoberta de sua excentricidade (Marchenko et al. 1994), refizemos os ajustes para essa estrela.

O procedimento utilizado nos ajustes foi o seguinte: primeiramente, é ajustada a curva de luz pela procura do mínimo do χ^2 ; a seguir, ajusta-se a curva de polarização. Adotamos esse procedimento pois nem todos os parâmetros orbitais são necessários para se determinar a curva de luz, enquanto todos são necessários para ajustar a polarização (veja pag. 85). O melhor ajuste é apresentado na Fig. 4.4. Os parâmetros utilizados, bem como o de alguns trabalhos da literatura são apresentados na Tab. 4.1.

Tabela 4.1: *Parâmetros orbitais utilizados nos ajustes da curva de luz e polarização de V444 Cygni em diferentes trabalhos.*

Par.	Nós	a	b	c	d	e
R_{WR}	$4.0R_{\odot}$	2.6-2.9	-	< 4	-	-
R_O	$10.0R_{\odot}$	10	-	8.5	-	-
R_{env}	$25.0R_{\odot}$	-	-	-	-	-
τ_{env}	0.16	1.0	-	-	-	-
a	$38R_{\odot}$	40	$35.8/\text{sen}(i)$	-	-	-
e	0.050	-	0.036	-	-	-
ω	97°	-	-	-	-	-
i	76.5°	78	-	-	80.8	80.1-83.4
$\frac{L_{WR}}{L_O}$	0.25	0.25	-	0.60	0.3	2.5
Ω	65°	-	-	-	69.1	-
Q_{fg}	0.060	-	-	-	0.036	-
U_{fg}	-0.235	-	-	-	-0.24	-

- a: Cherepashchuk (1975);
b: Marchenko et al. (1994);
c: Cherepashchuk et al. (1995);
d: St.-Louis et al. 1993 e Robert et al. (1990);
e: Hamman & Schwarz (1992).

Como já dito anteriormente, os quatro parâmetros com unidades de dimensão não são totalmente independentes (Sec. 4.2). Consideramos, portanto, a distância entre estrelas fixa em $38R_{\odot}$. Os raios estelares determinados por nós, por St.-Louis et al. (1993) e Cherepashchuk (1975) estão em bom acordo. O raio externo do envelope ($25R_{\odot}$) faz com que a estrela O esteja a apenas $1R_{\odot}$ (!) do envelope no periastro. Assim, a informação que nos fornece esse parâmetro está além de uma dimensão física, ela consiste

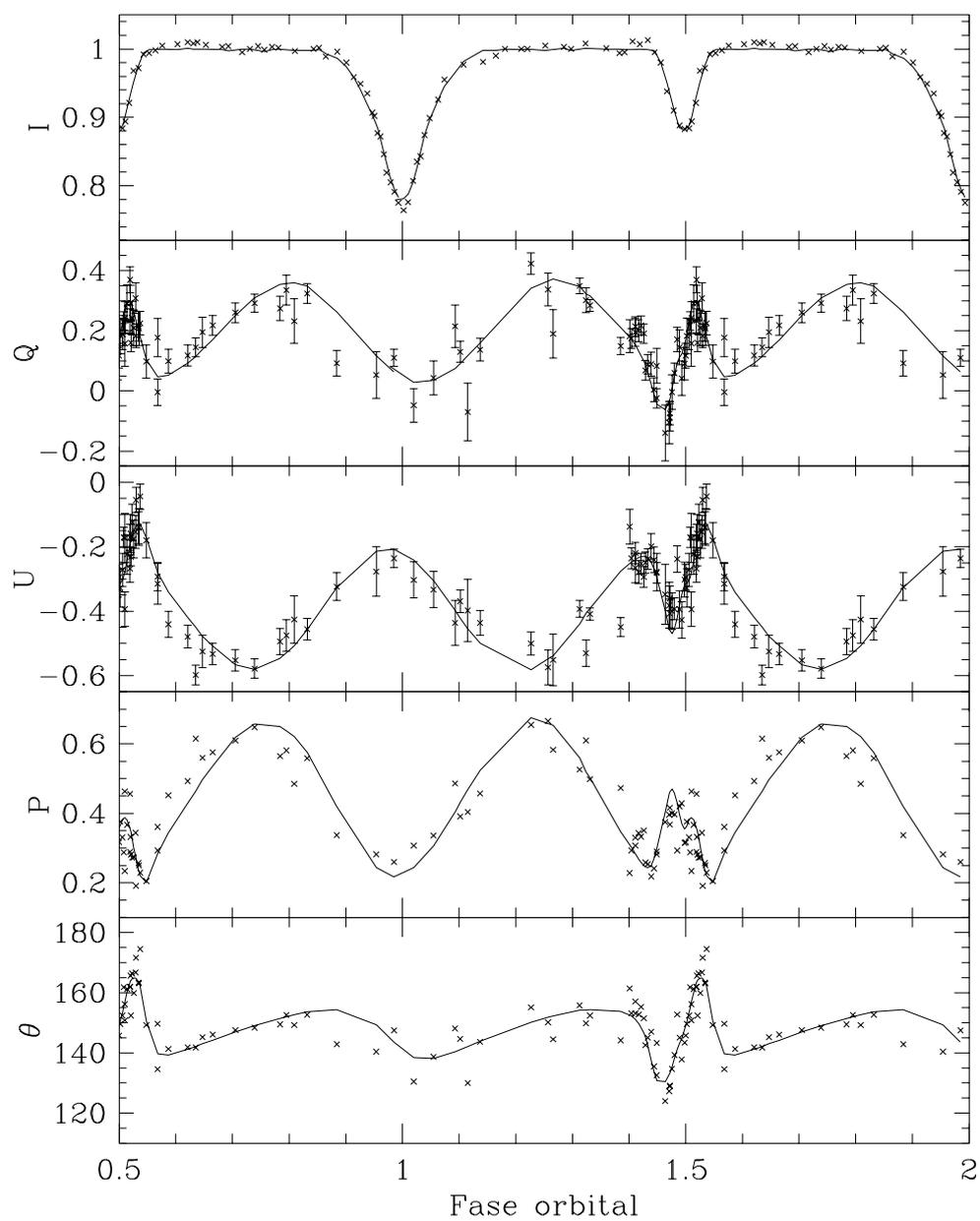


Figura 4.4: Ajuste da curva de luz e polarização dependente da fase orbital para a binária V444 Cyg. Vide Tab. 4.1 para parâmetros utilizados.

em que o envelope da estrela WR e a estrela O estão muito próximos, o que torna bastante provável uma interação entre ventos. Assim esse envelope poderia, por exemplo, se afastar de uma simetria esférica. Note, entretanto, que a comportamento geral da curva de luz e polarização foi bem explicado por um envelope desse tipo. Existem, porém, desvios que poderiam ser assim explicados. O estudo dos perfis de HeI parecem apontar para regiões de formação da linha não-esféricas (Marchenko et al. 1994).

A estrutura do envelope é fundamental na determinação da forma do eclipse primário de V444 Cyg. Consideramos que densidade decresce com quadrado da distância. A profundidade óptica suposta por Cherepashchuk et al. (1984) e a determinada com os nossos modelos é bastante diferente. Eles supõem que o envelope possui uma profundidade óptica de 1. Nós obtivemos, porém, um raio maior para a WR, isto é, temos uma região completamente opaca maior. Até que ponto uma região completamente opaca é igual a uma região de profundidade óptica alta para os efeitos de eclipse resta ser verificado. Por outro lado, um envelope mais espesso vai produzir uma polarização modulada com $0.5P_{orb}$ maior. Os trabalhos anteriores sobre a polarização desse sistema, entretanto, não apresentam uma estimativa para a profundidade óptica. Se compararmos a densidade a um raio de $4R_{\odot}$ (que é a base do envelope no nosso modelo), temos que o modelo de Cherepashchuk (1975) na base do envelope fornece $2.9 \cdot 10^{12} \text{cm}^{-3}$, enquanto o nosso, $1 \cdot 10^{12} \text{cm}^{-3}$. Uma diferença por um fator 3. Porém, no ponto de transição do modelo de Cherepashchuk (1975) entre duas leis de densidades diferentes ($R_{\star} = 8R_{\odot}$), temos que o nosso modelo e o dele fornecem a mesma densidade: $2.5 \cdot 10^{11} \text{cm}^{-3}$.

A razão entre a luminosidade da estrela WR e a da O obtida neste trabalho, $\frac{L_{WR}}{L_O} = 0.25$, também está de acordo com o modelo de Cherepashchuk (1975). Em um trabalho recente baseado em dados espectroscópicos, Cherepashchuk et al. (1995) também acham que a estrela O deve ser mais luminosa que a WR. Robert et al. (1990) usam um valor de 0.3. Entretanto, Hamann & Schwarz (1992) usam as curvas de luz e ajustes do perfil das linhas de He para obter esse valor, que eles encontram ser da ordem de 3. Esse resultado é incoerente com as demais estimativas existentes na literatura. Cherepashchuk et al. (1995) discorrem sobre possíveis motivos que tenham levado Hamann & Schwarz a encontrar esse valor, o principal deles sendo a possível não-homogeneidade do vento. Marchenko et al. (1994) argumentam que cerca de 30% da emissão de HeI deve ocorrer em uma região do vento distorcida pela interação entre os ventos. Essa região não seguiria uma simetria esférica e poderia responder pela discrepância com o trabalho de Hamann

& Schwarz (1992).

A nossa excentricidade é apenas ligeiramente maior que a de Marchenko et al. (1994). Ela, juntamente com a longitude do periastro, ω , definem a distância entre os eclipses.

A direção da linha dos nós, Ω , determina as fases de máximo de Q e U na modulação em $0.5P_{orb}$. Ela é compatível com a obtida por St.-Louis et al. (1993) e a diferença parece estar dentro da incerteza observacional dada pelas barras de erros. Os valores da polarização interestelar na direção de V444 Cyg também estão em bom acordo.

O nosso modelo aplicado a V444 Cyg mostra a potencialidade de nosso código, o qual permite determinar consistentemente as características do sistema binário, incluindo efeitos desprezados por modelos anteriores.

4.5 HD5980

Um segundo sistema eclipsante escolhido para exemplificar nosso método foi a estrela HD5980. Se a estrela V444 Cygni é uma das WR binárias mais estudadas, o sistema HD5980 é um dos mais interessantes. Em 1960, Feast, Thackeray & Wesselink classificaram essa estrela como uma WR, porém peculiar, por mostrar variabilidade. Os primeiros trabalhos espectroscópicos sugeriram que o sistema seria do tipo WN + O (Smith 1968; Walborn 1977 e Breysacher & Westerlund 1978). Hoffmann, Stift & Moffat (1978) descobriram que o sistema é eclipsante; isso tornou HD5980 a primeira WR binária eclipsante extragaláctica. Breysacher & Perrier (1980) determinaram o período do sistema ($P_{orb}=19.266d$) e sua alta excentricidade ($e=0.47$).

Em Outubro de 1988, a curva de luz de HD5980 não apresentou mudanças com relação a de Breysacher & Perrier (Seggewiss, Moffat & Lamontagne 1991). O sistema, entretanto, parecia estar 0.5mag mais brilhante.

Breysacher & Perrier (1991) apresentaram uma análise preliminar da curva de luz baseada em novos dados e forneceram algumas características do sistema (Tab. 4.2). Eles confirmaram a sugestão de Massey, Parker & Garmany (1989) que existe uma terceira estrela na linha de visada do sistema binário, baseados em imagens diretas. Heydari-Malayeri et al (1997) usaram o *New Technology Telescope* (NTT) para tentar resolver a estrela supostamente na linha de visada e não encontram nenhuma estrela mais fraca que a HD5980 por 6.7mag dentro de uma separação de 1".

Breysacher, Moffat & Niemela (1982) fazem um estudo de uma série de espectros e confirmam os tipos espectrais das componentes, WN4 + O7I, bem como o período e a alta excentricidade do sistema obtidas por Breysacher & Perrier (1980). Eles sugerem que a WR é a estrela mais brilhante do sistema, no sentido em que o eclipse primário (fase 0.0) é devido ao ocultamento da estrela WR.

Niemela (1988), a partir de espectros obtidos entre 1981 e 1983, sugere que o sistema é composto por duas WRs (WN3 + WN4.5).

Koenigsberger et al. (1994) estudaram a variabilidade espectral de HD5980 entre 1978 e 1991 na região óptica e ultravioleta do espectro. Foi notado um decréscimo do grau de ionização do vento, um aumento na intensidade das linhas de emissão e uma diminuição da velocidade terminal do vento. Isso levou-os a sugerir que um aumento da densidade do vento de uma (ou ambas) estrela(s) do sistema. Nesse mesmo período o sistema apresentou um aumento de brilho em torno de 0.5mag. Eles são favoráveis a um cenário onde o sistema é formado por duas estrelas WRs e existe uma estrela azul supergigante na linha de visada que pode, eventualmente, estar interagindo com o sistema.

Barba et al. (1995) observaram uma erupção do sistema em Novembro de 1994, quando o brilho aumentou da ordem de 2.3mag e o espectro passou a ser o de uma *Luminous Blue Variable* (LBV)¹. Independente das classes espectrais atribuídas às componentes e a estrela na linha de visada, surge a pergunta: qual das estrelas transformou-se em LBV? Koenigsberger et al. (1995) argumentam que a primária (WN4) seria a precursora da LBV baseados na variabilidade espectral modulada pelo período orbital na fase pré-erupção; variabilidade de longo período nas linhas de emissão pré e pós-erupção e eclipses atmosféricos presentes mesmo depois da erupção. Isso significaria que uma WN teria passado para o estágio de LBV - o que é contrário aos modelos de evolução ortodoxos (Maeder & Meynet 1987; Langer et al. 1994)

Recentemente, Moffat et al. (1997) estudaram essa estrela usando diferentes técnicas (fotometria, polarimetria e medidas espectroscópicas). Eles utilizam a polarimetria da HD5980 para determinar os parâmetros orbitais do sistema. Da variação em fase da largura equivalente e largura a meia altura das linhas em emissão, eles concluem que o espectro em emissão pode

¹Obtivemos dados polarimétricos no LNA logo após esse outburst que mostram a existência de uma componente de luz polarizada intrínseca ao sistema, variável no tempo e com uma dependência espectral notável.

ser produzido em um região de colisão entre os ventos das duas estrelas. Isso torna bastante complexa a interpretação dos dados espectroscópicos e pode levar a conclusões incorretas. Eles argumentam também que as linhas em absorção vistas até o início da década de 1980 possuem velocidade radial mensurável. Portanto uma das estrelas do sistema é uma estrela OB supergigante. Essas linhas fotosféricas foram desaparecendo com a evolução da estrela (aumento de brilho e da densidade do envelope) que culminou na transição para uma LBV. A curva de luz posterior à erupção mostra que o eclipse da fase 0.0 tornou-se mais largo e menos profundo, indicando a presença de um envelope mais denso em torno da estrela que está em frente nessa fase (estrela O). Assim, deve ser a secundária que sofreu mudanças. Em resumo, antes da erupção o sistema era composto por uma estrela OB supergigante (OIf, por exemplo) e uma WR pobre em H (possivelmente uma WNE). A estrela OB sofreu uma erupção tornando-se uma LBV.

Koenigsberger, Auer & Guinan (1997) usando novamente espectros na região ultravioleta concluem que a estrela que se tornou LBV, apesar de seu espectro típico de WNE antes da erupção, ainda não tinha perdido seu envelope de H, assim não era uma Wolf-Rayet no contexto da evolução estelar.

Neste trabalho, vamos considerar apenas dados anteriores à transição ocorrida em 1994. A fotometria utilizada neste trabalho é a de Breysacher & Perrier (1980) e Hoffmann et al. (1978), portanto anterior a 1980. Seggewiss et al. (1991) não notaram mudanças na curva de luz de Outubro de 1988 com relação a essa. A polarização é a listada em Moffat et al. (1997) e obtida entre 1987 e 1990. Esses dados não são simultâneos e o sistema estava em um estado de contínua variabilidade, provavelmente com um aumento da densidade do vento. Assim, o nosso objetivo não é fazer ajuste simultâneos da curva de luz e polarização, mas sim usar os ajustes para entender a variação de HD5980 nesse período. As Figs. 4.5 a 4.6 e a Tab. 4.2 apresentam esses ajustes que descrevemos a seguir.

Como o nosso modelo só permite a inclusão de um vento, devemos escolher qual o vento mais importante. Vamos seguir novamente a convenção de chamar de estrela O a estrela sem vento e WR a estrela com vento. O eclipse mais estreito ocorre na fase 0.0 como definida em Breysacher & Perrier (1980). Um eclipse com asas relativamente largas ocorre na fase 0.36, provavelmente devido ao ocultamento da estrela O pela WR + envelope, como o observado para V444 Cyg (vide seção anterior). Isto é, a fase 0.0 corresponde a estrela O na frente da WR; esse raciocínio está de acordo com o cenário proposto por Moffat et al. (1997). Com essa suposição, procedemos ao ajuste da curva de luz, sem nos preocuparmos com a polarização. Obtivemos o ajuste

Tabela 4.2: *Parâmetros orbitais utilizados nos ajustes da curva de luz e polarização de HD5980 em diferentes trabalhos.*

Par.	Aj. 1	Aj. 2	Aj. 3	Aj.4	M97	BP91
R_{WR}	10 R_{\odot}	10	20	20	-	15
R_O	8 R_{\odot}	8	14	14	-	20.9
R_{env}	50 R_{\odot}	50	20	20	-	30-40
τ_{env}	0.22	0.22	1.8	1.8	0.21	-
a	100 R_{\odot}	100	100	100	-	128
e	0.25	0.25	0.275	0.275	0.27	0.324
ω	30°	30	138	138	145	133
i	85°	85	78.5	78.5	87	86
$\frac{L_{WR}}{L_O}$	3.0	0.9	0.42	17.	-	0.63
Ω	123	127	120	123	116.5	-
Q_{fg}	-0.22	-0.21	-0.30	-0.22	-0.27	-
U_{fg}	-0.23	-0.24	-0.35	-0.23	-0.21	-

Nos ajustes 3 e 4, a estrela O é a que possui o envelope (vide texto).

M97: Moffat et al. (1997);

BP91: Breysacher & Perrier (1991).

1 (Tab. 4.2) cujas curvas de luz e polarização são mostradas na Fig. 4.5 (linha contínua). As propriedades gerais da curva de luz de HD5980 são bem reproduzidas. A polarização, por outro lado, está muito longe de ser ajustada. Isso confirma que o sistema apresentou mudanças entre as épocas em que a fotometria e polarização foram obtidas. Dos parâmetros obtidos, gostaríamos de chamar a atenção para a razão das luminosidades. Obtivemos que a luminosidade da WR é o triplo da luminosidade da estrela O. Isto é, o eclipse mais profundo realmente corresponde à ocultação da estrela mais brilhante do sistema, o que não é necessariamente verdade se as estrelas possuem envelopes.

Supondo 8 dos parâmetros do ajustes da curva de luz constantes e deixando a razão de luminosidades e os parâmetros exclusivos da polarização variar, obtivemos o ajuste 2 (Tab. 4.2) mostrado na Fig. 4.5 (linha pontilhada). O melhor ajuste da polarização é obtido quando as estrelas possuem grosseiramente a mesma luminosidade. A razão entre os mínimos da curva de luz muda bastante e deixa de representar o observado. A polarização melhora um pouco, mas ainda se afasta bastante do observado. Isso indica

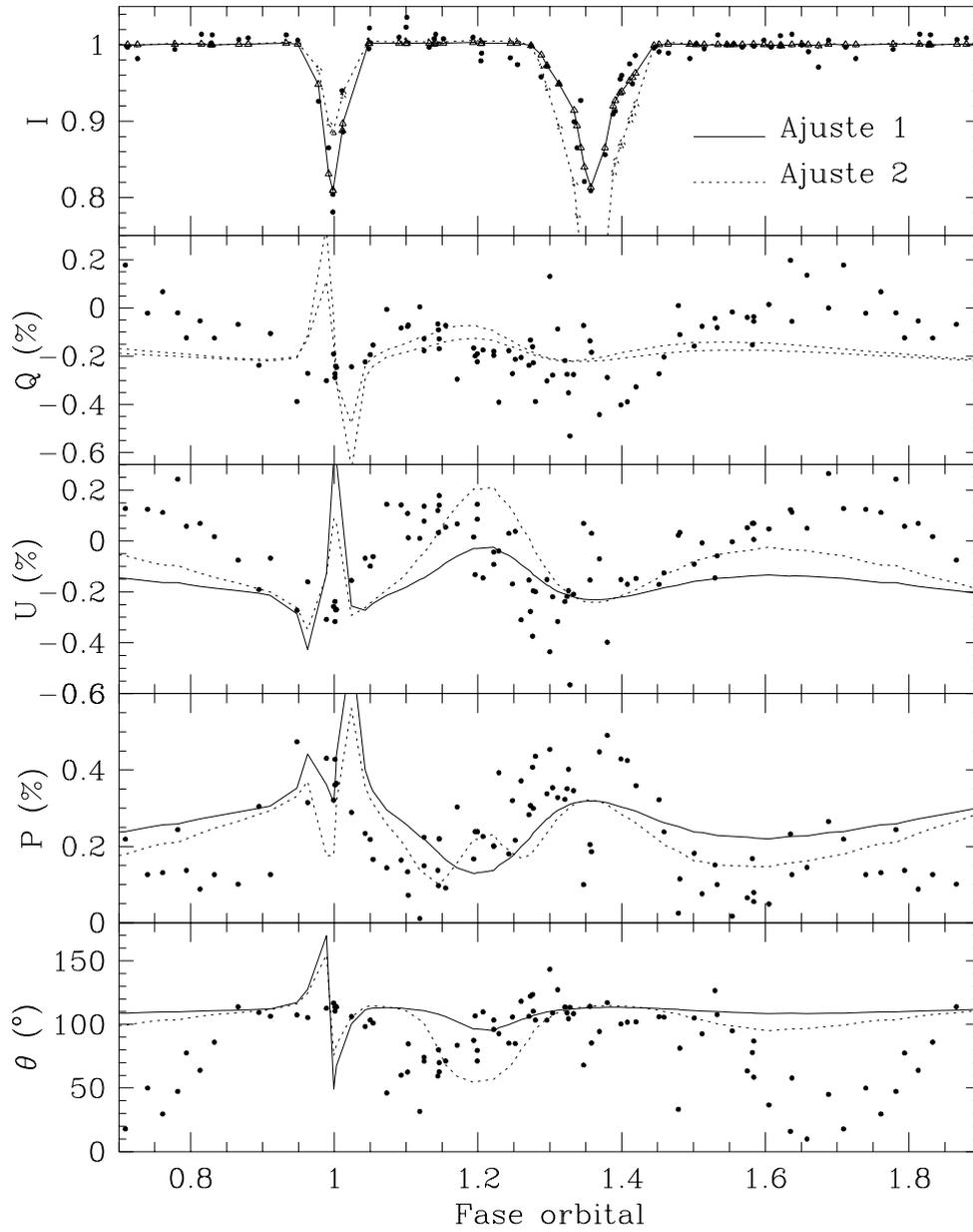


Figura 4.5: Ajuste da curva de luz e polarização dependente da fase orbital para a binária HD5980 Cyg. Consideramos que a fase 0.0 corresponde ao eclipse da estrela WR pela estrela O. Veja Tab. 4.2 para os parâmetros utilizados.

que um simples aumento da luminosidade do sistema não é suficiente para explicar a polarização observada no sistema no final da década de 80, início da de 90.

Os dados polarimétricos parecem apresentar um desvio da modulação nos segundos harmônicos do período ao redor da fase 0.36. Isso seria uma indicação que na época em que os dados polarimétricos foram colhidos o vento da estrela anteriormente de tipo O já era bastante denso, e o desvio observado seria devido ao eclipse da luz da estrela O e de seu envelope pela estrela WR, cujo envelope nessa época seria menos importante. Por isso, fizemos uma segunda série de ajustes que representaria o caso onde a estrela O possui um envelope mais intenso que a WR. Isto é, a partir de agora, a nossa convenção de WR como a estrela com envelope não é mais válida. O ajuste 3 (linha pontilhada, Fig. 4.6) é o melhor ajuste da polarização que conseguimos. O envelope obtido para a estrela é opticamente bastante espesso e concentrado próximo à estrela. Ajustando a razão de luminosidades a fim de obter uma melhor concordância com a curva de luz (ajuste 4), nota-se que o eclipse primário torna-se bem mais largo. Essa curva mostra alguma semelhança com a do sistema depois do eclipse (Moffat et al. 1997).

A discrepância entre os ajustes e os dados polarimétricos indica que os dois ventos devem contribuir de maneira significativa para a polarização do sistema. De qualquer modo, os dados parecem indicar que a estrela inicialmente com vento pouco importante e que era a secundária do sistema (em frente na fase 0.0) teve um aumento de densidade do seu envelope. A semelhança entre o ajuste 3 e a curva de luz pós-erupção aponta que provavelmente foi a secundária que passou para a fase de LBV.

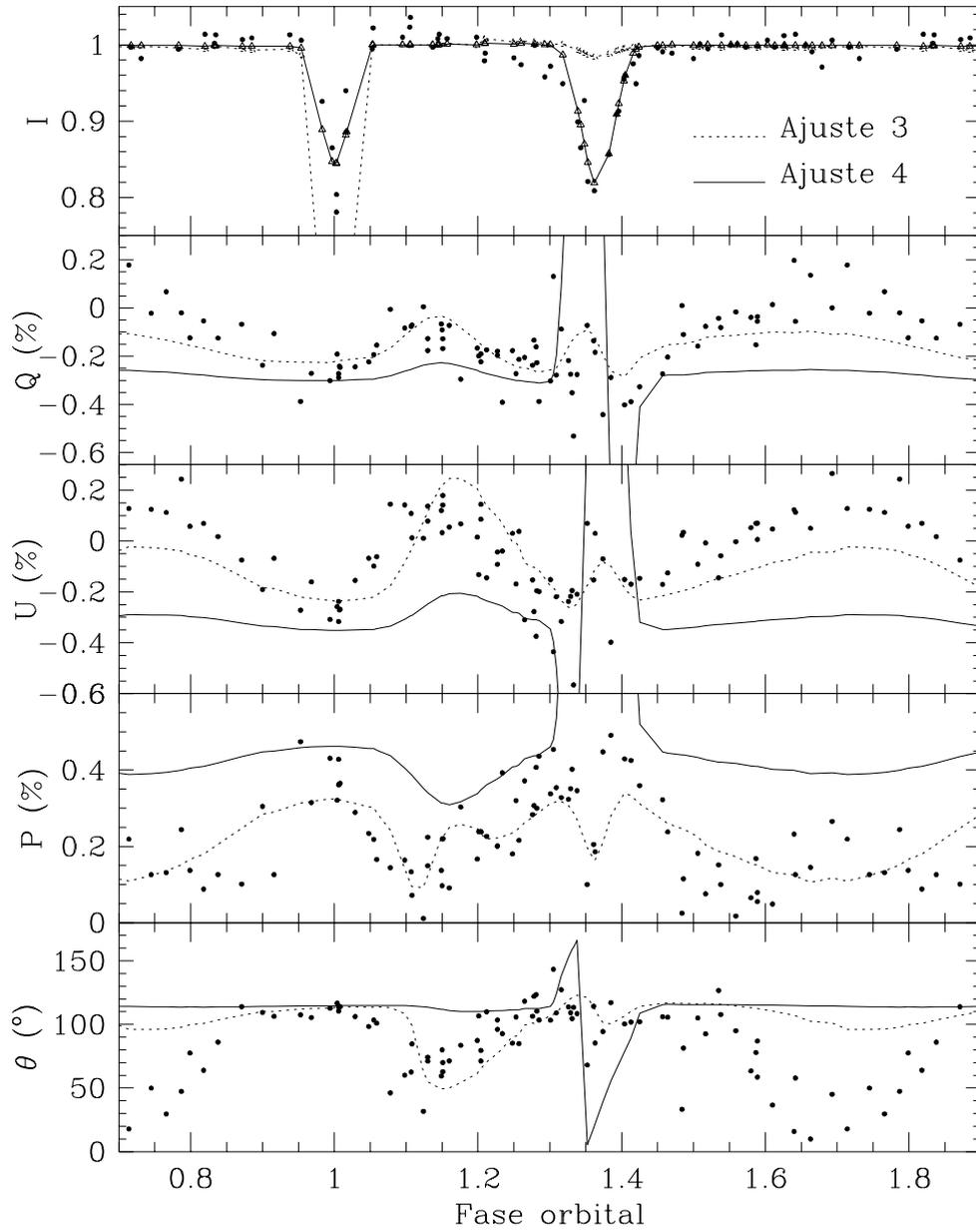


Figura 4.6: Ajuste da curva de luz e polarização dependente da fase orbital para a binária HD5980 Cyg. Consideramos que a fase 0.0 corresponde ao eclipse da estrela O pela estrela WR. Veja Tab. 4.2 para os parâmetros utilizados.

Capítulo 5

Conclusões e Perspectivas Futuras

Ao longo dos anos de doutoramento, conseguimos desenvolver um código de Monte Carlo para tratar do transporte radiativo em envoltórias estelares. O código parece-nos competitivo e capaz de produzir resultados cientificamente relevantes dentro de temas explorados nesta tese e muitos outros, por exemplo, estrelas Be e estrelas tardias com envelopes de poeira. Por outro lado, aprimoramentos ao código poderiam ampliar mais o leque de problemas a serem investigados. Com relação ao contínuo, gostaríamos de incluir os efeitos de absorção e emissão em um envelope eletrônico. Ainda no contínuo, porém mais relevante no contexto de estrelas frias e, possivelmente, B[e]s, é importante incluir a reemissão da luz absorvida pela poeira. Os avanços instrumentais têm tornado acessíveis uma grande quantidade de dados espectro-polarimétricos. Isso torna bastante atrativa a implementação do transporte em linhas em nosso código.

Mostramos no Cap. 3 que é possível explicar a variação aleatória da intensidade e polarização observada no contínuo de estrelas Wolf-Rayet pelo espalhamento eletrônico da luz estelar por condensações de matéria em um vento esférico. A variação da intensidade seria devida à extinção da luz estelar por um adensamento na linha de visada. Esses adensamentos devem possuir um tamanho da ordem do raio estelar o que descarta sua associação direta com instabilidades de pequena escala que podem surgir naturalmente em um vento radiativo. Instabilidades de grande escala devem, portanto, ser as responsáveis por essas variações. A contrapartida espectroscópica dessas variações parece ser os DACs - estruturas variáveis em absorção existentes nos perfis P Cygni de estrelas quentes. Consideramos que um estudo ob-

servacional simultâneo da variação foto-polarimétrica de estrelas quentes em geral, não apenas Wolf-Rayet, deve auxiliar bastante a definir o cenário da variabilidade dos ventos radiativos.

No Cap. 4 apresentamos um modelo para o ajuste simultâneo da curva de luz e polarização de sistemas binários onde uma das estrelas possui um envelope. Aplicamos o nosso método para dois sistemas WR + O: V444 Cygni e HD5980. Os parâmetros obtidos para V444 Cyg são consistentes com os obtidos com outros métodos. Porém, o ajuste da curva de luz e polarização permitiu a determinação simultânea de todos eles. O sistema HD5980 é um sistema bastante complexo, onde as duas estrelas possuem envelopes. Assim, um modelo para um sistema binário onde as duas estrelas possuem envelope seria bastante interessante para complementar o estudo dessa estrela em particular. Dados simultâneos em polarização e fotometria seriam bastante valiosos também. O ajuste dos sistemas binários apresentados aqui foi feito de uma maneira bastante artesanal. Seria de muito utilidade desenvolver um método eficiente computacionalmente para determinar os parâmetros de maneira automática e, se possível, com uma estimativa de erros.

Referências

- Abbott, D. C. 1982, *Astrophys. Journal* **259**, 282
- Abbott, D. C. & Conti, P. S. 1987, *Ann. Rev. Astron. & Astrophys.* **25**, 113
- Abbott, D. C. & Hummer, D. G. 1985, *Astrophys. Journal* **294**, 286
- Antokhin, I., Bertrand, J. F., Lamontagne, R., Moffat, A. F. J. & Matthews, J. 1995, *Astron. Journal* **109**, 817
- de Araújo, F. X. 1995, *Astron. & Astrophys.* **298**, 179
- Barba, R. H., Niemela, V. S., Baume, G. & Vazquez, R. A. 1995, *Astrophys. Journal* **446**, L23
- Beals, C. S. 1944, *Month. Not. Royal Astron. Soc.* **104**, 205
- Bjorkman, J. E. & Bjorkman, K. S. 1994, *Astrophys. Journal* **436**, 818
- Bjorkman, J. E. & Cassinelli, J. P. 1993, *Astrophys. Journal* **409**, 429
- Bjorkman, K. S., Meade, M. R., Nordsieck, K. H., Anderson, C. M., Babler, B. L., Clayton, G. C., Code, A. D., Magalhaes, A. M., Schulte-Ladbeck, R. E., Taylor, M. & Whitney, B. A. 1993, *Astrophys. Journal* **412**, 810
- Blomme, R. & Runacres, M. C. 1997, *Astron. & Astrophys.* **323**, 886
- Bohren, C. F. & Huffman, D. R. 1983 *Absorption and Scattering of Light by Small Particles* (New York: John Wiley & Sons)
- Breysacher, J., Moffat, A. F. J. & Niemela, V. S. 1982, *Astrophys. Journal* **257**, 116
- Breysacher, J. & Perrier, C. 1980, *Astron. & Astrophys.* **90**, 207
- Breysacher, J. & Perrier, C. 1991, em IAU Symp. 143, *Wolf-Rayet Stars and Interrelations with other massive stars in Galaxies*, ed. K. A. van der

- Hucht & B. Hidayat (Dordrecht: Kluwer), p. 229
- Breysacher, J. & Westerlund, B. E. 1978, *Astron. & Astrophys.* **67**, 261
- Brown, J. C. 1994, *Astrophys. Space Sci.* **221**, 357
- Brown, J. C., Aspin, C., Simmons, J. F. L. & McLean, I. S. 1982, *Month. Not. Royal Astron. Soc.* **198**, 787
- Brown, J. C., Carlaw, V. A. & Cassinelli, J. P. 1989, *Astrophys. Journal* **344**, 34
- Brown, J. C. & McLean, I. S. 1977, *Astron. & Astrophys.* **57**, 141 (BM77)
- Brown, J. C., McLean, I. S. & Emslie, A. G. 1978, *Astron. & Astrophys.* **68**, 415 (BME)
- Brown, J. C., Richardson, L. L., Antokhin, I., Robert, C., Moffat, A. F. J. & St-Louis, N. 1995, *Astron. & Astrophys.* **295**, 725
- Bruch, A. 1994, Notas de aulas do curso *Variáveis cataclísmicas*, IAG-USP
- Capps, R. N., Coyne, G. V. & Dick, H. M. 1973, *Astrophys. Journal* **184**, 173
- Cashwell, E. D. & Everett, C. J. 1959, *A practical Manual on the Monte Carlo Method for random walk problems*, (London: Pergamon Press)
- Cassinelli, J. P. & Haisch, B. M. 1974, *Astrophys. Journal* **188**, 101
- Cassinelli, J. P., Nordsieck, K. H. & Murison, M. A. 1987, *Astrophys. Journal* **317**, 290
- Castor, J. I., Abbott, D. C. & Klein, R. I. 1975, *Astrophys. Journal* **195**, 157
- Castor, J. I. & Lamers, H. J. G. L. M. 1979, *Astrophys. Journal Suppl.* **39**, 481
- Chandrasekhar, S. 1946, *Astrophys. Journal* **103**, 351
- Chandrasekhar, S. 1950, *Radiative Transfer* (Oxford: University Press): (re-impresso em 1960 pela Dover, New York)
- Cherepashchuk, A. M. 1975, *Sov. Astronomy* **17**, 330
- Cherepashchuk, A. M., Eaton, J. A. & Khaliullin, K. F. 1984, *Astrophys. Journal* **281**, 774

- Cherepashchuk, A. M., Koenigsberger, G., Marchenko, S. V. & Moffat, A. F. J. 1995, *Astron. & Astrophys.* **293**, 142
- Chiosi, C. & Maeder, A. 1986, *Ann. Rev. Astron. & Astrophys.* **24**, 329
- Clampin, M., Schulte-Ladbeck, R., Nota, A., Robberto, M., Paresce, F. & Clayton, G. C. 1995, *Astron. Journal* **110**, 251
- Code, A. D. & Whitney, B. A. 1995, *Astrophys. Journal* **441**, 400 (CW95)
- Collins, G. W. 1970, *Astrophys. Journal* **159**, 583
- Collins, G. W. 1988, *Month. Not. Royal Astron. Soc.* **234**, 417
- Conti, P. S. 1988, em *O Stars and Wolf-Rayet Stars*, ed. P. S. Conti & A. B. Underhill, NASA SP-497, p. 157
- Conti, P. S. & Underhill, A. B. 1988, *O Stars and Wolf-Rayet Stars*, NASA SP-497
- Cranmer, S. R. & Owocki, S. P. 1996, *Astrophys. Journal* **462**, 469
- Daniel, J. Y. 1980, *Astron. & Astrophys.* **86**, 198
- Davidson, K., Moffat, A. F. J. & Lamers, H. J. G. L. M. 1988, Colóquio da IAU 113, *Physics of Luminous Blue Variables* (Dordrecht: Kluwer)
- Diaz-Cordovés, J., Claret, A. & Gimenez, A. 1995, *Astron. & Astrophys. Suppl. Ser.* **110**, 329
- Doazan, V. 1982 em *B stars with and without emission lines*, ed. A. Underhill & V. Doazan, NASA SP-456
- Drissen, L., Lamontagne, R., Moffat, A. F. J., Bastien, P. & Seguin, M. 1986, *Astrophys. Journal* **304**, 188
- Drissen, L., St.-Louis, N., Moffat, A. F. J. & Bastien, P. 1987, *Astrophys. Journal* **322**, 888
- Feast, W. M., Thackeray, A. D. & Wesselink, A. J. 1960, *Month. Not. Royal Astron. Soc.* **121**, 337
- Fox, G. K. 1991, *Astrophys. Journal* **379**, 663
- Fox, G. K. 1993a, *Month. Not. Royal Astron. Soc.* **260**, 513
- Fox, G. K. 1993b, *Month. Not. Royal Astron. Soc.* **264**, 565
- Fox, G. K. 1994, *Astrophys. Journal* **435**, 372

- Fox, G. K. & Henrichs, H. F. 1994, *Month. Not. Royal Astron. Soc.* **266**, 945
- Friend, D. & Abbott, D. C. 1986, *Astrophys. Journal* **311**, 701
- Fullerton, A. W., Massa, D. L., Prinja, R. K., Owocki, S. P. & Cranmer, S. R. 1997, *Astron. & Astrophys.*, em impressão
- Gaposchkin, S. 1940, *Publ. Astron. Soc. Pacific* **10**, 52
- Gaposchkin, S. 1941, *Astrophys. Journal* **93**, 202
- Garmany, C. D. & Conti, P. S. 1984, *Astrophys. Journal* **284**, 705
- Gayley, K. G. & Owocki, S. P. 1995, *Astrophys. Journal* **446**, 801
- Gradshteyn, I. S. & Ryzhik, I. M. 1965, *Table of Integrals series and products* (New York: Academic Press)
- Haisch, B. M. & Cassinelli, J. P. 1976, *Astrophys. Journal* **208**, 253
- Hamann, W. R. & Schwarz, E. 1992, *Astron. & Astrophys.* **261**, 523
- Harries, T. J. 1995, *Spectropolarimetry as a probe of stellar winds*, Tese de Doutorado, Univ. of London
- Harrington, J. P. & Collins, G. W. 1968, *Astrophys. Journal* **151**, 1051
- Henrichs, H. 1988, em *O Stars and Wolf-Rayet Stars*, ed. P. S. Conti & A. B. Underhill, NASA SP-497, p. 199
- Heydari-Malayeri, M., Rauw, G., Esslinger, O. & Beuzit, J.-L. 1997, *Astron. & Astrophys.* **322**, 554
- Hillier, D. J. 1994, *Astron. & Astrophys.* **289**, 492
- Hillner, W. A. & Mook, D. E. 1966, *Astrophys. Journal* **143**, 1008
- Hoffmann, M., Stift, M. J. & Moffat, A. F. J. 1978, *Publ. Astron. Soc. Pacific* **90**, 101
- van der Hucht, K. A. 1992, *Astron. & Astrophys. Review* **4**, 123
- Kalos, M. H. & Whitlock, P. A. 1986, *Monte Carlo Methods* (New York: John Wiley & Sons)
- Knuth, D. E. 1971, *The Art of Computer Programming, Vol. 2: Seminumerical Algorithms* (Reading: Addison-Wesley)
- Koenigsberger, G., Moffat, A. F. J., St.-Louis, N., Auer, L. H., Drissen, L. &

- Seggewiss, W. 1994, *Astrophys. Journal* **436**, 301
- Koenigsberger, G., Guinan, E., Auer, L. & Georgiev, L. 1995, *Astrophys. Journal* **452**, L107
- Koenigsberger, G., Auer, L. H. & Guinan, E. 1997, submetido ap *Astrophys. Journal*
- Kopal, Z. & Shapley, M. 1946, *Astrophys. Journal* **104**, 160
- Kron, G. E. & Gordon, K. S. 1943, *Astrophys. Journal* **97**, 311
- Kron, G. E. & Gordon, K. S. 1950, *Astrophys. Journal* **111**, 454
- Kudritzki, R. P. 1988, *The atmospheres of Hot Stars: Modern Theory and observations*, MPA 380, Max Planck Institut
- Kudritzki, R. P., Pauldrach, A., Puls, J. & Abbott, D. C. 1989, *Astron. & Astrophys.* **219**, 205
- Kurucz, R. L. 1991, *Harvard Preprint* **3348**
- Lamers, H. J. G. L. M. 1994, *Astrophys. Space Sci.* **221**, 41
- Lamers, H. J. G. L. M. 1997 em *Lecture Notes in Physics, Stellar Atmospheres: Theory and observations*, (Berlin: Springer)
- Lamers, H. J. G. L. M. & Cassinelli, J. P. 1996, em *ASP Conf. Series 98, From stars to Galaxies: The impact of stellar physics on Galactic evolution*, ed. Leitherer, C., Fritze-von-Alvensleben, U. & Huchra, J. (San Francisco: ASP)
- Lamers, H. J. G. L. M., Gathier, R. & Snow, T. P. 1982, *Astrophys. Journal* **258**, 186
- Lamers, H. J. G. L. M. & Pauldrach, A. W. A. 1991, *Astron. & Astrophys.* **244**, L5
- Langer, N., Hamann, W.-R., Lennon, M., Najarro, F., Pauldrach, A. W. A., & Puls, J. 1994, *Astron. & Astrophys.* **290**, 819
- Lefevre, J. & Daniel, J.-Y. 1988, em *Polarized Radiation of Circumstellar Origin*, ed. G. V. Coyne, A. M. Magalhães, A. F. J. Moffat, R. E. Schulte-Ladbeck, S. Tapia & D. T. Wickramasinghe (Vaticano: Vaticano Press), 523
- Lucy, L. B. & Solomon, P. M. 1970, *Astrophys. Journal* **159**, 879

- Lupie, O. L. & Nordsieck, K. H. 1987, *Astron. Journal* **92**, 214
- Maeder, A. & Meynet, G. 1987, *Astron. & Astrophys.* **182**, 243
- Magalhães, A. M. 1992, *Astrophys. Journal* **398**, 286
- Marchenko, S. V., Moffat, A. F. J. & Koenigsberger, G. 1994, *Astrophys. Journal* **422**, 810
- Marchenko, S. V., Moffat, A. F. J., Eversberg, T., Hill, G. M., Tovmassian, G. H., Morel, T. & Seggewiss, W. 1997, submetido ao *Month. Not. Royal Astron. Soc.*
- Massa, D., Prinja, R. K. & Fullerton, A. W. 1995, *Astrophys. Journal* **452**, 842
- Massey, P., Parker, J. W. & Garmany, C. D. 1989, *Astron. Journal* **98**, 1305
- Meaburn, J., Walsh, J. R. & Wolstencroft, R. D. 1993, *Astron. & Astrophys.* **268**, 283
- Meliani, M. T. 1987, *Polarimetria óptica de sistemas binários contendo estrelas Wolf-Rayet*, Dissertação de mestrado, IAG-USP
- Milgrom, M. 1978, *Astron. & Astrophys.* **213**, L17
- Moffat, A. F. J., Marchenko, S. V., Bartzakos, P., Niemela, V. S., Cerruti, M. A., Magalhães, A. M., Balona, L., St.-Louis, N., Seggewiss, W. & Lamontagne, R. 1997, submetido ao *Astrophys. Journal*
- Moffat, A. F. J. & Pirola, V. 1993, *Astrophys. Journal* **413**, 724
- Mullan, D. J. 1984, *Astrophys. Journal* **283**, 303
- Mullan, D. J. 1986, *Astron. & Astrophys.* **165**, 157
- von Neumann, J. 1951, *U. S. Nat. Bur. Stand. Appl. Math. Ser.* **12**, 36
- Niemela, V. S. 1988, em ASP Conf. Ser. 1, *Progress and Opportunities in Southern Hemisphere Optical Astronomy*, ed. V. M. Blanco & M. M. Phillips (São Francisco: ASP), p. 381
- Nota, A. & Lamers, H. 1997, ASP Conf. Ser. 120, *Luminous Blue Variables: Massive Stars in Transition*, (São Francisco: ASP)
- Nota, A., Livio, M., Clampin, M. & Schulte-Ladbeck, R. 1995, *Astrophys. Journal* **448**, 788
- Owocki, S. P. 1994, *Astrophys. Space Sci.* **221**, 3

- Owocki, S. P., Cranmer, S. R. & Gayley, K. G. 1996, *Astrophys. Journal* **472**, L115
- Pauldrach, A., Puls, J. & Kudritzki, R. P. 1986, *Astron. & Astrophys.* **164**, 86
- Payne-Gasposchkin, C. & Gasposchkin, S. 1945, *Astrophys. Journal* **101**, 56
- Pirola, V. & Linnaluoto, S. 1988, em *Polarized radiation of circumstellar origin*, ed. G. V. Coyne, A. M. Magalhães, A. F. J. Moffat, R. E. Schulte-Ladbeck, S. Tapia & D. T. Wickramasinghe (Vatican: Vatican Observatory), p. 607
- Poeckert, R. & Marlborough, J. M. 1978, *Astrophys. Journal* **220**, 940
- Press, W. H., Flannery, B. P., Teukolsky, S. A. & Vetterling, W. T. 1990, *Numerical recipes: The art of scientific computing (FORTRAN version)* (Cambridge: Cambridge Univ. Press)
- Prinja, R. K. & Howarth, I. D. 1986, *Astrophys. Journal Suppl.* **61**, 357
- Prinja, R. K. & Smith, L. J. 1992, *Astron. & Astrophys.* **266**, 377
- Richardson, L. L., Brown, J. C. & Simmons, J. F. L. 1996, *Astron. & Astrophys.* **306**, 519
- Robert, C. 1994, *Astrophys. Space Sci.* **221**, 137
- Robert, C., Moffat, A. F. J., Bastien, P., Drissen, L. & St.-Louis, N. 1989, *Astrophys. Journal* **347**, 1034
- Robert, C., Moffat, A. F. J., Bastien, P., St.-Louis, N. & Drissen, L. 1990, *Astrophys. Journal* **359**, 211
- Rodrigues, C. V. & Magalhães, A. M. 1994, no IAU Symp. 163, *Wolf-Rayet Stars: Binaries, colliding winds and evolution*, ed. K. A. van der Hucht & P. M. Williams (Dordrecht: Kluwer), p. 260
- Rubinstein, R. J. 1981, *Simulation and the Monte Carlo Method*, (New York: John Wiley & Sons)
- Rudy, R. J. & Kemp, J. C. 1978, *Astrophys. Journal* **221**, 200
- Rybicki, G. B. & Lightman, A. P. 1979, *Radiative Process in Astrophysics* (New York: John Wiley & Sons)
- St.-Louis, N., Drissen, L., Moffat, A. F. J., Bastien, P. & Tapia, S. 1987, *Astrophys. Journal* **322**, 870

- St.-Louis, N., Moffat, A. F. J., Drissen, L., Bastien, P. & Robert, C. 1988, *Astrophys. Journal* **330**, 286
- St.-Louis, N., Moffat, A. F. J., Lapointe, L., Efimov, Y. S., Shakhovskoi, N. M., Fox, G. K. & Piirola, V. 1993, *Astrophys. Journal* **410**, 342
- Seggewiss, W., Moffat, A. F. J. & Lamontagne, R. 1991, *Astron. & Astrophys. Suppl. Ser.* **89**, 105
- Serkowski, K. 1968, *Astrophys. Journal* **154**, 115
- Shakovskoi, N. M. 1964, *Soviet. Astr. A. J* **7**, 806
- Shakovskoi, N. M. 1965, *Soviet. Astr. A. J* **8**, 833
- Simmons, J. F. L., Aspin, C. & Brown, J. C. 1982, *Month. Not. Royal Astron. Soc.* **198**, 45
- Smith, L. F. 1968, *Month. Not. Royal Astron. Soc.* **140**, 409
- Smith, L. J. & Willis, A. J. 1994, *Astrophys. Space Sci.* **221**, 189
- Sobol, I. M. 1975, *Monte Carlo Method*, (Moscow: MIR)
- Sobolev, V. V. 1963, *A Treatise on Radiative Transfer*, (Londres: Van Nostrand), Chap. 5
- Stokes, G. G. 1852, *Trans. Camb. Philos. Soc* **9**, 399
- Struve, O. 1931, *Astrophys. Journal* **73**, 94
- Taylor, M., Nordsieck, K. H., Schulte-Ladbeck, R. & Bjorkman, K. S. 1991, *Astron. Journal* **102**, 1197
- Underhill, A. B. & Fahey, R. P. 1984, *Astrophys. Journal* **280**, 712
- Vreux, J. M., Detal, A., Fraipont-Caro, D., Gosset, E. & Rauw, G. 1996, *Wolf-Rayet stars in the framework of stellar evolution*, (Liege: Institut d'Astrophysique)
- Walborn, N. R. 1977, *Astrophys. Journal* **215**, 53
- Whitney, B. 1993, palestra apresentada na *Physics Computing '93*, Albuquerque
- Wilson, O. C. 1939, *Publ. Astron. Soc. Pacific* **51**, 55
- Wolf, C. J. E. & Rayet, G. 1867, *Comptes Rendus* **65**, 292
- Wolinski, K. G. & Dolan, J. F. 1994, *Month. Not. Royal Astron. Soc.* **267**,

5

- Wood, K., Bjorkman, J. E., Whitney, B. & Code, A. D. 1996a, *Astrophys. Journal* **461**, 828
- Wood, K., Bjorkman, J. E., Whitney, B. & Code, A. D. 1996b, *Astrophys. Journal* **461**, 847
- York, D. G., Vidal-Madjar, A., Laurent, C., Bonnet, R. 1977, *Astrophys. Journal* **213**, L61
- von Zeipel 1924, *Month. Not. Royal Astron. Soc.* **84**, 665
- Zickgraf, F.-J., Wolf, B., Stahl, O., Leitherer, C. & Klare, G. 1985, *Astron. & Astrophys.* **143**, 421
- Zickgraf, F.-J., Wolf, B., Stahl, O., Leitherer, C. & Appenzeller, I. 1986, *Astron. & Astrophys.* **163**, 119
- Zickgraf, F.-J., Humphreys, R. M., Lamers, H. J. G. L. M., Smolinski, J., Wolf, B. & Stahl, O. 1996, *Astron. & Astrophys.* **315**, 510