

## Aula 10

### Ionização no MI

- Referências
  - Maciel – Cap. 6
  - Spitzer – Cap. 5
  - Scheffler & Elsässer – Seção 5.2

10-1

### Introdução

- Existem vários processos no MI capazes de ionizar os átomos ou dissociar moléculas
  - radiação
  - raios cósmicos
  - choques
- Existe gás ionizado no MI
  - regiões HII
  - restos de supernova (SN)
  - nebulosas planetárias (NP)
  - gás coronal = regiões muito quentes e poucas densas do MI

10-2

### Equilíbrio de ionização

- Como já feito para calcular as populações dos níveis atômicos, vamos considerar que no MI as densidades dos diferentes estágios de ionização de um átomo (HI e HII; CI, CII, CIII, etc.) são constantes no tempo. Isto é, estamos no estado estacionário.
- Vamos considerar inicialmente apenas dois processos nesse balanço:
  - fotoionização;
  - recombinação radiativa.

10-3

- A quantificação desses processos é feita por:
  - $\beta_{ff}$ : taxa de fotoionização [ $s^{-1}$ ]
    - ↳ probabilidade por unidade de tempo de uma transição radiativa do estado ligado j para o contínuo
  - $\alpha_j$ : coeficiente de recombinação [ $cm^3 s^{-1}$ ] para o estado ligado j
- Assim, a **equação de equilíbrio de ionização** torna-se:

$$\sum_j n_j (\chi^r) \beta_{ff} = \sum_j n (\chi^{r+1}) n_e \alpha_j$$

Estamos considerando todos os níveis ligados de um íon!

10-4

- Na fotoionização, temos a produção de elétrons cuja distribuição de velocidades inicial depende de  $\beta_{if}$ . Porém, devido aos altos valores da seção de choque para colisões elásticas a distribuição final torna-se Maxwelliana.

- Na recombinação para o nível  $n$ , temos a produção de um fóton cuja energia,  $h\nu$ , é dada por:

$$h\nu = \frac{1}{2} m_e w^2 + h\nu_n = \frac{1}{2} m_e w^2 + h\nu_1/n^2$$

onde  $w$  é a velocidade do elétron antes da recombinação e  $\nu_1$  é a frequência do limite de Lyman

Assim, a recombinação produz intrinsecamente uma emissão contínua

10-5

- No MI, podemos considerar que a maior parte das espécies possui apenas o nível fundamental povoado. Assim:

$$n(\chi^r) = \sum_j n_j(\chi^r) = n_1(\chi^r).$$

- De modo, que a equação de ionização pode ser simplificada para:

$$n(\chi^r) \beta_{if} = n(\chi^{r+1}) n_e \sum_j \alpha_j$$

10-7

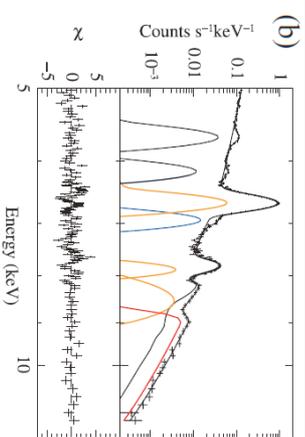


Fig. 3.— (a) XIS spectrum in the 5–12 keV band. The best-fit VAPEC model and additional Ko lines of Cr and Mn with Gaussian functions are shown by solid lines. The lower panel shows the residual from the best-fit model. (b) Same spectrum as (a), but with the radiative recombination continuum of He-like Fe (red), recombination lines (orange), and a Ly $\alpha$  line (blue).

**Suzaku Discovery of the Strong Radiative Recombination Continuum of Iron from the Supernova Remnant W49B**

Ozawa et al. -  
2009ApJ...706L..71O

**Vermelho:** espectro contínuo de recombinação  
**laranja:** espectro discreto de recombinação

VAPEC: modelo de emissão para um plasma colisionalmente excitado

10-6

- Se definimos o coeficiente de recombinação total,  $\alpha$ :

$$\alpha = \sum_j \alpha_j$$

- A equação de ionização torna-se:

$$n(\chi^r) \beta_{if} = n(\chi^{r+1}) n_e \alpha$$

10-8

- No caso geral, uma dada espécie existe em vários estados de ionização. Assim:

$$n(\chi) = \sum_r n(\chi^r)$$

- Porém, é comum que apenas dois estados dominem a abundância total:

$$n(\chi) \approx n(\chi^r) + n(\chi^{r+1})$$

- Nesse caso, podemos definir o grau de ionização,  $x(C)$

$$x(\chi) = x = \frac{n(\chi^{r+1})}{n(\chi)} \rightarrow \text{abundância total}$$

10-9

- A razão entre os dois estados dominantes de ionização torna-se, então:

$$\frac{x}{1-x} = \frac{n(\chi^{r+1})}{n(\chi^r)}$$

- Assim, a equação de equilíbrio de ionização pode ser reescrita como:

$$(1-x)\beta_{1r} = x n_e \alpha$$

ou

$$\frac{n(\chi^{r+1}) n_e}{n(\chi^r)} = \frac{\beta_{1r}}{\alpha}$$

10-10

- Podemos comparar a última forma

$$\frac{n(\chi^{r+1}) n_e}{n(\chi^r)} = \frac{\beta_{1r}}{\alpha}$$

com a equação de Saha

$$\frac{n(\chi^{r+1}) n_e}{n(\chi^r)} = \frac{f_{r+1} f_e}{f_r}$$

10-11

## Taxa de fotoionização

- Por analogia com o caso ligado-ligado, vamos encontrar uma relação entre a taxa de fotoionização,  $\beta_{1f}$ , e a seção de choque de fotoionização,  $\sigma_{\nu f}$
- Energia total absorvida em uma linha,  $E$ , em uma dada direção

$$E = \int_{\text{linha}} I_{\nu} \kappa_{\nu} d\nu \quad [\text{erg cm}^{-3} \text{s}^{-1} \text{sr}^{-1}]$$

- Considerando a densidade de energia do campo de radiação dada por (integral em direção):

$$U_{\nu} = \frac{1}{c} \int I_{\nu} d\omega \quad \text{Spitzer - eq. 4.3}$$

- A energia total absorvida pode ser escrita como:

$$E' = \int_{\text{linha}} c U_{\nu} \kappa_{\nu} d\nu \quad [\text{erg cm}^{-3} \text{s}^{-1}]$$

10-12

- Portanto o número de transições por volume e por unidade de tempo é:

$$(\# \text{transições}) = \int_{\text{linha}} \frac{c U_{\nu} \kappa_{\nu}}{h \nu} d\nu \quad [\text{cm}^{-3} \text{s}^{-1}]$$

- Para transições ligado-ligado (jk) temos:

$$\beta_{jk} = \frac{1}{n_j} \int_{\text{linha}} \frac{c U_{\nu} \kappa_{\nu}}{h \nu} d\nu \quad [\text{s}^{-1}]$$

- Como

$$\kappa_{\nu} = n_j \sigma_{\nu}$$

$$\beta_{jk} = \int_{\text{linha}} \frac{c U_{\nu} \sigma_{\nu}}{h \nu} d\nu$$

10-13

- Por analogia, a probabilidade de fotoionização [s<sup>-1</sup>] é:

$$\beta_{jf} = \int_{\nu_0}^{\infty} \frac{c U_{\nu} \sigma_{\nu f}}{h \nu} d\nu$$

10-14

## Coefficiente de recombinação radiativa

- De modo análogo à taxa de colisões, temos que o coeficiente de recombinação relaciona-se com a seção de choque por:

$$\alpha_j = \langle w \sigma_{cj} \rangle = \int_0^{\infty} w \sigma_{cj} f(w) dw$$

- que, usando uma distribuição Maxwelliana, torna-se:

$$\alpha_j = \frac{4 l^3}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \sigma_{cj} w^3 e^{-l^2 w^2} dw$$

onde  $l^2 = \frac{m_e}{2kT}$

10-15

## Relação de Milne

- Relação entre as seções de choque de recombinação,  $\sigma_{cj}$ , e fotoionização,  $\sigma_{vf}$
- Considerando balanceamento detalhado, isto é, ionizações a partir do nível j são contrabalancadas por recombinações para o mesmo nível pode-se chegar a seguinte expressão:

$$4\pi n_j^* (\chi^r) \sigma_{vf} (1 - e^{-h\nu/kT}) \frac{I_{\nu}^*}{h\nu} d\nu = n^* (\chi^{r+1}) n_e \sigma_{cj} w f(w) dw$$

A equação acima pode ser resolvida de modo a obtermos:

$$\sigma_{cj} = \frac{g_{rj}}{g_{r+1,1}} \left[ \frac{h\nu}{m_e c \nu} \right]^2 \sigma_{\nu f}$$

\* ETE

10-16

## Força de oscilador para transições ligado-livre

- Caso ligado-ligado

$$\sigma = \sigma_u \left[ \frac{b_k}{b_j} e^{(-h\nu_{jk})/(kT)} \right]$$

$$\text{onde } \sigma_u = \frac{h\nu_{jk} B_{jk}}{c} = \frac{\pi e^2}{m_e c} f_{jk}$$

- Caso ligado-livre (ionização)

$$\sigma_{\nu, f} = \frac{\pi e^2}{m_e c} \frac{df_{\nu}}{d\nu} = \frac{8.110^{-18}}{Z^2} \frac{df_{\nu}}{d(\nu/\nu_1)} \text{ cm}^2$$

onde

- $f_{\nu}$  é a força de oscilador acumulada para todas as frequências
- $\nu_1$  é  $Z^2 \times$  a frequência do limite de Lyman do HI

10-17

## Valores para o H

- Nos livros do Spitzer e do Maciel, os valores para as seções de choque de fotoionização e radiativa são calculados para o caso do hidrogênio e hidrogenídeos
- A aplicação para regiões HII e NP será feitas na aula de nebulosas gasosas fotoionizadas

10-18

## Outros mecanismos de ionização

- Existem regiões do MI onde o fluxo de fótons com energia  $> \sim 13.6$  eV é muito pequeno, pois o MI tende a ser opticamente espesso para essas energias
- Porém, mesmo nessas regiões o H pode estar parcialmente ionizado
- Possíveis mecanismos
  - ionização por elétrons livres térmicos
  - ionização por raios cósmicos ou raios-X

10-19

## Existência de gás quente no MI

- Linhas largas de elementos altamente ionizados são observadas na direção de estrelas quentes e indicam a presença de gás muito quente
- FWHM(Doppler)  $\Rightarrow \Delta \nu_h = \frac{2b\sqrt{\ln 2}}{\lambda_{jk}}$        $b = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$
- Para linhas do OVI (1031.9Å e 1037.6Å) do MI observadas na direção de estrelas quentes, encontra-se valores como:
  - $T \sim 2.2 \cdot 10^5 - 2.4 \cdot 10^6$  K

10-20

• O que é esse gás? → gás coronal

- “fundo” quente e tênue de material no MI
- aquecimento por choque advindo de explosões de SN
- massa: ~0.1% da massa do disco Galáctico

- Nessas condições físicas, o principal mecanismo de ionização do H é a ionização colisional por e- que é contrabalançada por recombinações radiativa e dieletrônica.
  - recombinação dieletrônica: recombinação sem emissão, mas com a excitação de dois elétrons

10-21

## Ionização por elétrons livres

- Equilíbrio de ionização para ionização por e- livres
  - ionizações colisionais contrabalançadas por recombinações radiativas e dieletrônicas

$$n_e \sum_j n_j (\chi^r) \gamma_{jr} = n_e n (\chi^{r+1}) \sum_j \alpha_j$$

não depende de  $n_e!$

taxa de ionização por colisão com elétrons térmicos

- Para o Hidrogênio:

$$\sum_m n_m (HI) \gamma_{mj^r} = n_p \sum_{m=1}^{\infty} \alpha_m$$

10-22

Definindo

$$\alpha^{(n)} = \sum_{m=n}^{\infty} \alpha_m$$

Temos que:

$$\sum_m n_m (HI) \gamma_{mj^r} = n_p \alpha^{(1)}$$

Considerando apenas ionizações a partir do estado fundamental, temos:

$$n(HI) \gamma_{1^r} = n_p \alpha^{(1)}$$

Lembrando do grau de ionização,

$$x = \frac{n_p}{N(H)}$$

10-23

temos que ela pode ser expressa como:

$$x = \frac{1}{1 + \alpha^{(1)} / \gamma_{1^r}}$$

- Para  $T \sim 10^6$  K,  $\gamma_{1^r} / \alpha^{(1)} \gg 10^6$ 
  - assim,  $x \approx 1 \Rightarrow$  H está totalmente ionizado

10-24

# Ionização do H por raios cósmicos

- raios cósmicos
  - partículas carregadas a altas velocidades
    - elétrons, prótons e núcleos atômicos
- colisões muito energéticas com átomos do MI
- ionização primária: ionização por colisão com raio cósmico
- ionização secundária: ionização por colisão com partícula (elétron) produzida na ionização primária
- $\zeta_H$ : taxa de ionização total (primária + secundária)
- É importante em regiões HI onde não existe fluxo UV e a temperatura cinética das partículas é baixa

10-25

- Assim, a equação de equilíbrio de ionização pode ser expressa como:

$$(1-x)\zeta_H = x n_e \alpha^{(1)}$$

- Os fótons provenientes da recombinção para o estado  $n=1$  têm energia suficiente para ionizar o H. Como o processo acima ocorre em um ambiente primariamente neutro e, portanto, opticamente espesso para  $\lambda > 912 \text{ \AA}$ , temos que esses fótons são usados para ionizar o H e assim podem ser desprezados no equilíbrio de ionização (aproximação *on-the-spot*)

$$(1-x)\zeta_H = x n_e \alpha^{(2)}$$

10-26

Essa equação pode também ser escrita como:

$$\frac{n_p}{n(HI)} n_e \alpha^{(2)} - \zeta_H = 0$$

Considerando  $n_e = n_p + n_i$  → densidade de ions mais pesados que He

$$\frac{\alpha^{(2)}}{n(HI)} n_p^2 + \frac{\alpha^{(2)} n_i}{n(HI)} n_p - \zeta_H = 0$$

Válido para nuvens difusas.  
Em nuvens moleculares é necessário considerar moléculas.

que é uma equação de segundo grau para  $n_p$ . Mas só uma raiz é positiva

$$n_p = \frac{n_i}{2} \left\{ \sqrt{1 + \frac{4 \zeta_H n(HI)}{\alpha^{(2)} n_i^2}} - 1 \right\}$$

10-27

Tabela 6.1.

$T$ (K)	$n_H$ ( $\text{cm}^{-3}$ )	$\zeta_H$	$n_p$ ( $\text{cm}^{-3}$ )	$x$ (%)
6000	0,1	mín.	$1,3 \times 10^{-3}$	1,3
6000	0,1	máx.	$1,6 \times 10^{-2}$	16
6000	0,01	mín.	$4,2 \times 10^{-4}$	4,2
6000	0,01	máx.	$5,0 \times 10^{-3}$	50
100	0,1	mín.	$3,1 \times 10^{-4}$	0,1
100	0,1	máx.	$3,8 \times 10^{-3}$	3,8
100	0,01	mín.	$1,0 \times 10^{-4}$	1,0
100	0,01	máx.	$1,2 \times 10^{-3}$	12

Tab. 6.1 – Maciel – p.165  
grau de ionização devido a raios cósmicos

$$\zeta_H: 10^{-17} \text{ a } 10^{-15} \text{ s}^{-1}$$

10-28

- Em regiões com material predominantemente na forma molecular, outros processos, como reações de troca, podem ser mais eficientes para a ionização que raios cósmicos.

10-29

## Ionização dos elementos pesados

- O equilíbrio de ionização dos elementos pesados pode envolver os seguintes mecanismos:
  - fotoionização
  - ionização colisional
    - ✓ átomos, íons, elétrons, moléculas, partículas energéticas
  - recombinação dielétrica (dois elétrons excitados)
    - ✓ energia para excitar e- interno é alta, portanto processo é importante apenas em regiões com  $T > 10.000\text{ K}$
  - reações de troca de carga
    - ✓ não existe emissão ou absorção de radiação, possuem seções de choque altas

10-30

## Fotoionização de elementos pesados

- Em regiões HII e mesmo em regiões HI de acordo com o campo de radiação, podemos considerar o equil. de ionização como expresso a seguir
- Equação de equilíbrio de ionização

$$(1 - x)\beta = x n_e \alpha \quad \rightarrow \quad \text{pode ser usada para se obter } n_e \text{ ou } x$$

- $x$ : grau de ionização
- $\beta$ : taxa de fotoionização
  - ✓ vide tabela a seguir
- $\alpha$ : taxa de recombinação total
  - ✓ valores da ordem de  $10^{-16} - 10^{-9}\text{ cm}^3\text{s}^{-1}$
  - ✓ dependência com  $T$  (vide figura a seguir)

10-31

Tabela 6.2

ion	$\phi$ (eV)	$\beta$ ( $\text{s}^{-1}$ )
Cl I	11,26	$3,1 \times 10^{-10}$
Na I	5,14	$2,1 \times 10^{-11}$
Mg I	7,65	$8,1 \times 10^{-11}$
Al I	5,99	$1,0 \times 10^{-9}$
Si I	8,15	$3,8 \times 10^{-9}$
SI	10,36	$2,1 \times 10^{-9}$
K I	4,34	$6,1 \times 10^{-11}$
Ca I	6,11	$3,8 \times 10^{-10}$
Ca II	11,87	$4,0 \times 10^{-12}$
Ti I	6,82	$5,0 \times 10^{-10}$
Mn I	7,44	$1,1 \times 10^{-10}$
Fe I	7,87	$3,7 \times 10^{-10}$

Tabela 6.2 – Maciel – p. 169  
Potenciais de ionização e taxa de fotoionização para alguns elementos pesados

Campo de radiação considerado é o típico do MII em regiões HII

10-32

Coefficientes de recombinação do Nitrogênio: dependência com T

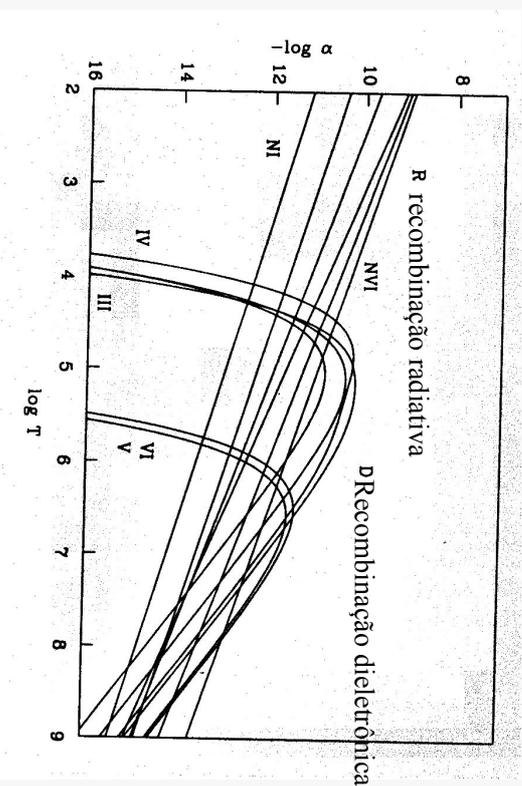


Fig. 6.4 – Maciel – p. 168

10-33

## Equilíbrio de ionização do Na e Ca

- Os potenciais de ionização do Na e Ca são:

Tabela 6.3. Maciel

íon	I	II	III
Na	5,14	47,29	71,64
Ca	6,11	11,87	50,91

- Assim, os estágios de ionização que dominam são:
  - NaI e NaII
  - CaII e CaIII

10-35

- Os resultados da equação anterior podem ser usados para calcular a densidade eletrônica em regiões HI (difusas)
- ξ Oph (linha de visada)
  - Resultado:  $n_e = 0.06 - 0.25 \text{ cm}^{-3}$  (majoritariamente do C)
  - 2 componentes
    - $n_H \sim 500 \text{ cm}^{-3}$  e  $T \sim 100 \text{ K}$
    - $n_H \sim 2.500 \text{ cm}^{-3}$  e  $T \sim 20 \text{ K}$
  - A variação espacial de T, devido à dependência do coef. de recomb., deve ser considerada

10-34

$$\frac{n(\text{NaI})\beta(\text{NaI})}{n(\text{CaII})\beta(\text{CaII})} = \frac{n(\text{NaII})\alpha(\text{NaI})n_e}{n(\text{CaIII})\alpha(\text{CaII})n_e} e$$

$$\frac{n(\text{NaI})}{n(\text{CaII})} = \frac{\alpha(\text{NaI})\beta(\text{CaII})n(\text{NaII})}{\alpha(\text{CaII})\beta(\text{NaI})n(\text{CaIII})}$$

Considerando:

$$n(\text{NaII}) \approx n(\text{Na}) = a(\text{Na})n(H)$$

$$n(\text{CaIII}) \approx n(\text{Ca}) = a(\text{Ca})n(H)$$

$$\frac{n(\text{NaI})}{n(\text{CaII})} = \frac{\alpha(\text{NaI})\beta(\text{CaII})a(\text{Na})}{\alpha(\text{CaII})\beta(\text{NaI})a(\text{Ca})} \approx 0.01$$

Modelo

$$\frac{n(\text{NaI})}{n(\text{CaII})} \approx 1 - 10 \rightarrow \text{Observações} \rightarrow \text{Diferença devida à depleção do Ca}$$

10-36

## Ionização colisional por elétrons térmicos para elementos pesados

- Em regiões quentes do MI, os processos que dominam o equilíbrio de ionização são:
  - ionização colisional
  - recombinação radiativa e dieletrônica

$$n_e \sum_j n_j(\chi^r) \gamma_{jf} = n_e n(\chi^{r+1}) \sum_j \alpha_j$$

- Considerando que a fotoionização é de elementos no estado fundamental e considerando a taxa de recombinação total

$$n(\chi^r) \gamma_{1r} = n(\chi^{r+1}) \alpha^{(1)}$$

10-37

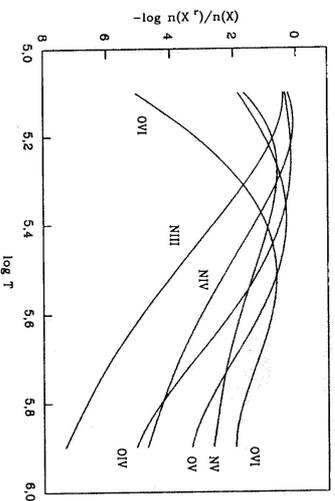


Figura 6.5

A figura 6.5 mostra a razão  $n(\chi^r)/n(\chi)$  para os íons do N e O para temperaturas  $T \gtrsim 10^5$  K. Por exemplo, para  $\log T \simeq 5,8$ ,  $T \simeq 6,3 \times 10^5$  K, temos  $n(\text{OVI})/n(\text{O}) \simeq 2,3 \times 10^{-2}$  e  $n(\text{OVI})/n(\text{O}) \simeq 1,8 \times 10^{-3}$ , de modo que  $1-x = n(\text{OV})/n(\text{O}) \simeq 1,8 \times 10^{-3}$  e  $x \simeq 0,998$ . Vemos que nesta temperatura a maior parte do oxigênio é OVI, de acordo com a figura 6.5. De (6.99) temos ainda que  $\gamma/\alpha \simeq 550$ . Usando os coeficientes de recombinação de Aldrovandi e Pequignot (1973),  $\alpha \simeq 2 \times 10^{-11}$   $\text{cm}^3/\text{s}$ , temos  $\gamma \simeq 10^{-8} \text{ s}^{-1}$ , superior às taxas de fotoionização dadas na tabela 6.2.

10-39

- Assim:

$$\frac{n(\chi^{r+1})}{n(\chi^r)} = \frac{\gamma_{1r}}{\alpha^{(1)}} = \frac{\gamma}{\alpha}$$

não depende de  $n_e!$

- De modo que o grau de ionização é dado por:

$$1-x = \frac{n(\chi^r)}{n(\chi)} = \frac{1}{1+\gamma/\alpha}$$

10-38

## Ionização pelos raios cósmicos e raios-X

- A ionização por raios cósmicos e raios-X é importante quando:
  - $\text{Te} \sim 1.000$  K
  - $\phi(\chi^r) > 13.6$  eV
- A taxa de ionização por esses mecanismos,  $\zeta(\chi^r)$ , pode ser aproximada por:

$$\frac{\zeta(\chi^r)}{\zeta_H} = \frac{\sigma(\chi^r)}{\sigma_H} = \left[ \frac{\phi_H}{\phi(\chi^r)} \right]^2 \xi(\chi^r)$$

número de elétrons da última camada do elemento  $\chi^r$

10-40

## Reações de troca de carga

- Reações de troca de carga podem ser importantes na formação e destruição de íons no MI e em nebulosas ionizadas

Ex:  $O^+ + H \rightarrow O + H^+ + 0.20 \text{ eV}$

$$\frac{dn(O)}{dt} = k n(O^+) n_H$$

Taxa ou coeficiente de troca de carga [cm<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>]

Equação de equilíbrio de ionização

$$n(OI)\beta(OI) = n(OII)n_e\alpha(OI) + n(OII)n_Hk$$

10-41

## Elemento com dois estágios de ionização

- Processos/aproximações considerados na equação de equilíbrio de ionização do elemento pesado  $\chi$ 
  - fotoionização
  - ionização por partículas não-térmicas
  - dois estados ionização,  $\chi I$  e  $\chi II$
- $\beta(\chi I)$ : taxa de fotoionização
- $\zeta(\chi I)$ : taxa de ionização por raios cósmicos e raios-X
- $\alpha(\chi I)$ : coeficiente de recombinção total (radiativa + dieletrônica)
- $\Gamma(\chi I) = \beta(\chi I) + \zeta(\chi I)$ : taxa de ionização total

10-43

- Assim, temos:

$$\frac{n(OII)}{n(OI)} = \frac{\beta(OI)}{n_e\alpha(OI) + n_Hk}$$

- Considerando  $T = 300 \text{ K}$ , temos:

$k = 0.4 \cdot 10^{-9} \text{ cm}^3\text{s}^{-1}$

$\alpha(OI) \sim 3.3 \cdot 10^{-12} \text{ cm}^3\text{s}^{-1}$

$$\frac{n_e}{n_H} \alpha(OI) + k = \frac{n_e}{n_H} 3.3 \cdot 10^{-12} + 4.0 \cdot 10^{-10}$$

Assim, as reações de troca de carga são mais importantes que a recombinção radiativa no caso acima

- Problema: não se conhece  $k$  para muitas reações

10-42

$$n(\chi I)\Gamma(\chi I) = n(\chi II)n_e\alpha(\chi I)$$

$$n(\chi) = n(\chi I) + n(\chi II)$$

$$x_I = \frac{n(\chi I)}{n(\chi)} \quad x_{II} = \frac{n(\chi II)}{n(\chi)}$$

$$R_{II,I} = \frac{n(\chi II)}{n(\chi I)} = \frac{\Gamma(\chi I)}{n_e\alpha(\chi I)}$$

$$x_I = \frac{1}{1 + R_{II,I}} \quad x_{II} = \frac{1}{1 + 1/R_{II,I}}$$

Se  $R_{II,I} \gg 1$ ,  $x_I \rightarrow 0$  e  $x_{II} \rightarrow 1$

$R_{II,I} \ll 1$ ,  $x_I \rightarrow 1$  e  $x_{II} \rightarrow 0$

10-44

• Aplicação: Si em nuvem difusa

- $T = 100 \text{ K}$
- $n_H \sim 10 \text{ cm}^{-3}$
- $\zeta_H = 10^{-15} \text{ s}^{-1}$
- $n_e = 10^{-4} n_H = 10^{-3} \text{ cm}^{-3}$
- $\beta(\text{SiII}) = 3.8 \cdot 10^{-9} \text{ s}^{-1}$
- $\zeta(\text{SiI}) \sim 1.1 \cdot 10^{-14} \text{ s}^{-1}$
- $\alpha(\text{SiI}) \sim 9.4 \cdot 10^{-12} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$
- $\Gamma(\text{SiI}) \sim 3.8 \cdot 10^{-9} \text{ s}^{-1}$

$$R_{\text{II,I}} = 4.0 \cdot 10^5 \gg 1$$

$$x_{\text{II}} \sim 1.0$$

10-45

Aplicação: Si em nuvem difusa

- SiI, SiII e SiIII
- $\beta(\text{SiII}) = 0$ , pois  $\phi(\text{SiII}) = 16.3 \text{ eV} (> 13.6 \text{ eV})$
- $\zeta(\text{SiII}) \sim 2.1 \cdot 10^{-15} \text{ s}^{-1}$
- $\alpha(\text{SiII}) \sim 3.7 \cdot 10^{-11} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$
- $\Gamma(\text{SiII}) \sim 2.1 \cdot 10^{-15} \text{ s}^{-1}$

$$R_{\text{III,II}} \sim 5.7 \cdot 10^{-2} \ll 1$$

$$R_{\text{II,II}} \sim 4.0 \cdot 10^5$$

$$R_{\text{III,II}} \sim 2.3 \cdot 10^4$$

confirmar números no livro do Maciel

$$x_{\text{I}} \sim 0 \quad x_{\text{II}} \sim 0.95 \quad x_{\text{III}} \sim 0.05$$

10-47

$$x_{\text{I}} = \frac{1}{1 + R_{\text{II,I}} + R_{\text{III,I}}}$$

$$x_{\text{II}} = \frac{1}{1 + 1/R_{\text{II,I}} + R_{\text{III,I}}/R_{\text{II,I}}}$$

$$x_{\text{III}} = \frac{1}{1 + 1/R_{\text{III,I}} + 1/R_{\text{III,II}}}$$

Se  $R_{\text{II,I}} \ll 1$ ,  $x_{\text{III}} \rightarrow 0$

10-48