

**Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE**  
**EVOLUÇÃO ESTELAR I**  
**2º Trimestre - 2021**  
**Prof. Carlos Alexandre Wuensche**  
**Série de exercícios nº 2: entregar em 29/07/2021**

**FORMAÇÃO ESTELAR E SEQUÊNCIA PRINCIPAL**

1. Mostre que a expressão  $y = A \frac{\sin(x)}{x} + B \frac{\cos(x)}{x}$  é solução da equação de Lane-Emden, com  $n=1$ , e mostre que  $A = 1$  e  $B=0$
2. Usando as relações da sec. 19.4 do livro “Stellar Structure and Evolution”, 2ª. Edição, calcule os valores de  $\rho_c$ ,  $M_c$  e  $P_c$  para uma estrela de  $10 M_{\text{Sol}}$ , no caso de um polítropo com índice  $n=3$ . Comente os valores obtidos.
3. Se uma nuvem molecular gigante possui uma massa de  $10^{38}$  g e converte 1% de sua massa em estrelas durante um único encontro com uma onda de choque, quantas estrelas podem ser formadas (suponha a massa média das estrelas formadas  $M \sim 1 M_{\text{Sol}}$ )
4. Uma estrela T Tauri tem  $L = 10 L_{\text{Sol}}$  e  $T_{\text{ef}} = 4000$  K.
  - a. Defina a classe de estrelas T Tauri
  - b. Qual é o valor do raio dessa estrela, em unidades solares?
  - c. Suponha que essa estrela pertença a um estágio pré-sequência principal de uma estrela de  $1 M_{\text{Sol}}$ . Qual deve ser o valor da massa da estrelas T Tauri considerando que esse estágio dura aproximadamente  $10^6$  anos e a taxa de perda de massa é de  $5 \times 10^{-7} M_{\text{Sol}}/\text{ano}$ ?
5. Massa de Jeans:
  - a. estime a massa mínima necessária para que haja o colapso espontâneo de uma nuvem molecular (considere  $\mu = 2$ ). Para referência de valores, consulte a fig. 1.2 do livro “Diffuse Matter in the Universe, M. Dopita e R. Sutherland, Verlag, 2001.
  - b. Repita o procedimento para o **núcleo denso de uma nuvem molecular gigante**, com temperaturas típicas da ordem de 150 K e densidades numéricas da ordem de  $10^8 \text{ cm}^{-3}$ . Quais as suas conclusões, em comparação ao caso anterior.
  - c. Estime o tempo de colapso da nuvem.
  - d. Estime o tempo de colapso do núcleo denso.
  - e. Estime o raio de Jeans da nuvem.
  - f. Estime o raio de Jeans do núcleo denso.

6. Estrelas O, com temperaturas típicas de 40000 K e  $L \sim 1,3 \times 10^5 L_{\text{Sol}}$ , são normalmente formadas no núcleo denso de uma nuvem molecular gigante
  - a. Estime em que faixa do espectro eletromagnético encontra-se a emissão de pico desses objetos.
  - b. Supondo que 90% dos fótons emitidos estejam no pico de emissão, isto é, com a energia máxima, estime o número de fótons emitidos por segundo pela estrela.
  - c. Explique o que é o raio de Strömgren e calcule-o, para a nuvem molecular gigante considerada no exercício 6.
7. O limite de Eddington é definido como a luminosidade máxima de uma estrela para que a força devida à pressão de radiação que atua sobre elétrons e íons não exceda a força gravitacional.
  - a. Mostre que o limite pode ser escrito como:

$$L \leq \frac{4\pi c G m_H M}{\sigma}$$

- b. Obtenha um limite superior para a massa das estrelas da sequência principal. Use uma relação massa-luminosidade aproximada, do tipo  $L/L_{\text{Sol}} \sim a (M/M_{\text{Sol}})^3$ , em que  $a = 3.5 \times 10^4 \text{ erg/s}$ .
  - c. Usando a condição  $L < L_{\text{Edd}}$ , derive um limite superior para a massa e luminosidade das estrelas da sequência principal. Estime a temperatura efetiva na parte superior da SP.
  - d. Estime a temperatura efetiva correspondente à parte inferior da sequência principal. Justifique suas considerações.
8. Usando argumentos de análise dimensional para o caminho livre médio, densidade e pressão, mostre que:
  - a.  $L \sim M^2$ , para estrelas de massa muito baixa
  - b.  $L \sim M^4$ , para estrelas de massa baixa
  - c.  $L \sim M^3$ , para estrelas de massa intermediária
  - d.  $L \sim M$ , para estrelas de massa grande

definindo os intervalos de massa “muito baixa, baixa, intermediária e grande”.