



Aula 2

Modelagem estelar e polítrpos

Formação estelar

Carlos Alexandre Wuensche
INPE Divisão de Astrofísica
ca.wuensche@inpe.br



Modelagem estelar e polítropos



Leitura recomendada

- ☑ R. Kippenhahn, A. Weigert, A. Weiss. Stellar Structure and Evolution (2nd ed.). Springer (2012)
 - ✓ Caps. 19 e 22
- ☑ C. Hansen; S. Kawaler. Stellar interiors: Physical Principles, Structure and Evolution. Springer (1994)
 - ✓ Cap. 2 – a referência ao programa ZAMS está ali.

Princípios básicos

- ☑ Para construir um modelo estelar é necessário conhecer:
 - ✓ Massa total, composição química, densidade

Variáveis primárias

- ✓ Temperatura, pressão, luminosidade, opacidade

Variáveis secundárias

- ☑ As relações cruzadas abaixo e suas derivadas são usadas na elaboração dos modelos numéricos

$$P = P(\rho, T, X)$$

$$E = E(\rho, T, X)$$

$$\kappa = \kappa(\rho, T, X)$$

$$\varepsilon = \varepsilon(\rho, T, X)$$

- ☑ X é a composição química e, partir das grandezas P , E , κ e ρ , integramos as equações para gerar diferentes modelos.

- ☑ As equações da estrutura estelar podem ser escritas nas formas:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM_r}{r^2} \rho$$
$$\frac{dM_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho$$
$$\frac{dL_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho \epsilon$$

$$\frac{dP}{dM_r} = -\frac{GM_r}{4\pi r^4}$$
$$\frac{dr}{dM_r} = 1/4\pi r^2 \rho$$
$$\frac{dL_r}{dM_r} = \epsilon$$

☑ Mecanismo de transferência de energia

$$\nabla_{rad} = \frac{3}{16\pi ac} \frac{P}{T^4} \frac{L}{GM(r)} \quad [1]$$

☑ Transferência radiativa

$$\nabla = \nabla_{rad}, \text{ se } \nabla_{rad} \leq \nabla_{ad} \quad [2]$$

☑ Convecção adiabática

$$\nabla < \nabla_{rad}, \text{ se } \nabla_{rad} > \nabla_{ad} \quad [3]$$

☑ Sendo que

$$\nabla = \frac{d(\ln T)}{d(\ln P)} = - \frac{r^2 P}{GM(r)\rho T} \frac{dT}{dr} \quad [4]$$

Critério de Ledoux

$$\nabla_{rad} < \nabla_{ad} + \frac{\varphi}{\delta} \nabla_{\mu}$$

☑ Condições de contorno

✓ Centro: $M_r = 0, r = L_r = 0$

✓ Superfície: $M_r = M_{\text{total}}, \rho = P_r = 0$

☑ Em geral, embora diversos modelos numéricos possam ser calculados, somente um deles é considerado uma solução real.



Equações de estado politrópicas

- ☑ Solução clássica encontrada no trabalho de Chandrasekhar (1939).
- ☑ Definição formal: Modelos pseudo-estelares onde se supõe que valham relações semelhantes à eq. de estado $P = P(\rho^n)$
- ☑ Não são feitas suposições sobre transferência de energia ou eq. térmico.

- ☑ Ideia: remover a parte “energética” das equações, via eq. de estado $\rho = \rho(P)$.
- ☑ Nesse caso, tratamos as estrelas através das eqs. de equilíbrio hidrostático e de Poisson:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{d\Phi}{dr} \rho \quad \boxed{5.1}$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\Phi}{dr} \right) = 4\pi G \rho \quad \boxed{5.2}$$

- ☑ Podemos derivar uma equação para P e ρ , integrando a eq. de transferência radiativa.
- ☑ Algumas manipulações algébricas levam à derivação da chamada relação politrópica:

$$P = K \rho^\gamma = K \rho^{1+1/n} \quad \boxed{6}$$

☑ Podemos explorar casos conhecidos com a eq. politrópica:

✓ Estrela totalmente convectiva:

→ ignoramos transporte radiativo, e temos $\nabla_{ad} = \frac{2}{5}$, logo, ao longo do raio da estrela, $T \sim P^{2/5}$ e, para uma eq. de estado com μ constante:
 $T \sim P/\rho$, logo $P \sim \rho^{5/3}$

✓ Esfera gasosa homogênea

→ $\rho = K_1 P^{1/\gamma}$, para $\gamma \rightarrow \infty$, $\rho = K_1$ (*constante*)

- ☑ Vantagens de usar relações politrópicas:
 - ✓ A eq. de estado assume uma forma simples, do tipo
$$P = K \rho^\gamma \quad \boxed{7}$$
 - ✓ A eq. de estado contém, indiretamente, a temperatura (no caso de um gás ideal) mas a relação adicional entre T e P (cond. adiabática) permite criar uma relação politrópica, com K sendo o parâmetro livre.
- ☑ Problemas...
 - ✓ Automaticamente a temperatura é estratificada, na forma de $T = T(P)$.

- Partindo da condição de eq. hidrostático (5) e usando a relação politrópica, encontramos EDO que descreve adequadamente as condições de temperatura e pressão no interior estelar

$$\frac{d\Phi}{dr} = -\gamma K \rho^{\gamma-2} \frac{d\rho}{dr} \quad [8] \quad \longrightarrow \quad \rho = \left(\frac{-\Phi}{(n+1)K} \right)^n \quad [9]$$

- Substituindo (9) no lado direito da eq. de Poisson (5) obtemos uma EDO para Φ :

$$\frac{d^2\Phi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\Phi}{dr} = 4\pi G \left(\frac{-\Phi}{(n+1)K} \right)^n \quad [10]$$

- que, com algumas parametrizações adequadas é transformada na eq. de Lane-Emden.

$$\frac{1}{\xi^2} \frac{d}{d\xi} \left[\xi^2 \frac{d\theta}{d\xi} \right] = -\theta^n \quad [11]$$

- Com as seguintes substituições:

$$\xi = Ar, \quad A^2 = \frac{4\pi G}{(n+1)^n K^n} (-\Phi_c)^{(n-1)} = \frac{4\pi G}{(n+1)K} \quad 12$$

$$\theta = \frac{\Phi}{\Phi_c} = \left(\frac{\rho}{\rho_c}\right)^{1/n} \quad 13$$

- Soluções de interesse devem ser finitas em $\xi=0$, e ter as condições de contorno $\xi(0)=1$ e $\frac{d\theta}{d\xi}=0$. Na superfície, $\theta(\xi) \rightarrow 0$.
- Modelos correspondentes às soluções da equação de Lane-Emden para um certo valor de n são conhecidos como polítopos de índice n . As soluções são as chamadas soluções de Lane-Emden.
- Soluções analíticas existem somente para $n=0, 1, e 5$.

- ☑ É possível usar os modelos politrópicos para descrever uma estrela com o núcleo composto de matéria degenerada relativística ($n=3$) e matéria ordinária não relativística ($n=3/2$)
- ☑ Chandrasekhar usou esses modelos para descrever estrelas não convencionais e fazer o primeiro modelo de uma anã branca. Um polítropo com $n=3$ teria a forma:

$$M = 4\pi \left(-\frac{\theta'}{\xi}\right) \xi^3 \left(\frac{K}{\pi G}\right)^{3/2} \quad 14$$

- ☑ E, no caso de uma anã branca (com e- degenerados...)

$$M_{Ch} = \frac{5,836}{\mu_e^2} M_{\odot} = 1,459 M_{\odot} \quad 14.1$$

- ☑ Os casos discutidos anteriores partem da eq. de equilíbrio hidrostático e de Poisson e consideram um sistema em equilíbrio. Entretanto, é possível também modelar polítrópos em colapso e aplicar os conceitos ao estudo de objetos compactos!
- ☑ No caso de considerarmos o termo de inércia na eq. (5.1), temos:

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial \Phi}{\partial r} = 0$$

15

- ☑ Consideramos um polítrópo relativístico, de matéria degenerada, com $n=3$
ou $\gamma = \gamma_{ad} = \frac{4}{3} \dots$

- Realizamos as substituições equivalentes a (12) e (13), com $a(t)$ equivalente a $1/A$ na eq. (12). Nesse caso, ξ é independente do tempo, e a dependência fica contida em $a(t)$.

- Introduzimos também um potencial ψ para a velocidade, tal que $v_r = \frac{\partial \Psi}{\partial r}$, com a condição $\Psi = 0$ quando $\xi = 0$:

$$r = a(t)\xi, \quad v_r = \dot{a}\xi \quad \Psi = \frac{1}{2}a\dot{a}z^2 \quad [16]$$

$$av_r = a\dot{a}\xi = a \frac{\partial \Psi}{\partial r} = \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \quad [17]$$

- E a derivada total de Ψ no sistema de referência comóvel (do polítropo) é:

$$\frac{d\Psi}{dt} = \frac{\partial \Psi}{\partial t} + v_r \frac{\partial \Psi}{\partial r} = \frac{\partial \Psi}{\partial t} + (\dot{a}z)^2 \quad [18]$$

- Com as novas variáveis, reescrevemos a eq. de Poisson e a eq. de continuidade da seguinte forma:

$$\frac{1}{\xi^2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi^2 \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \right) = 4\pi G \rho a^2 \quad 19$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{1}{a^2 \xi^2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi^2 \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \right) \equiv \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + 3 \frac{\dot{a}}{a} = 0 \quad 20$$

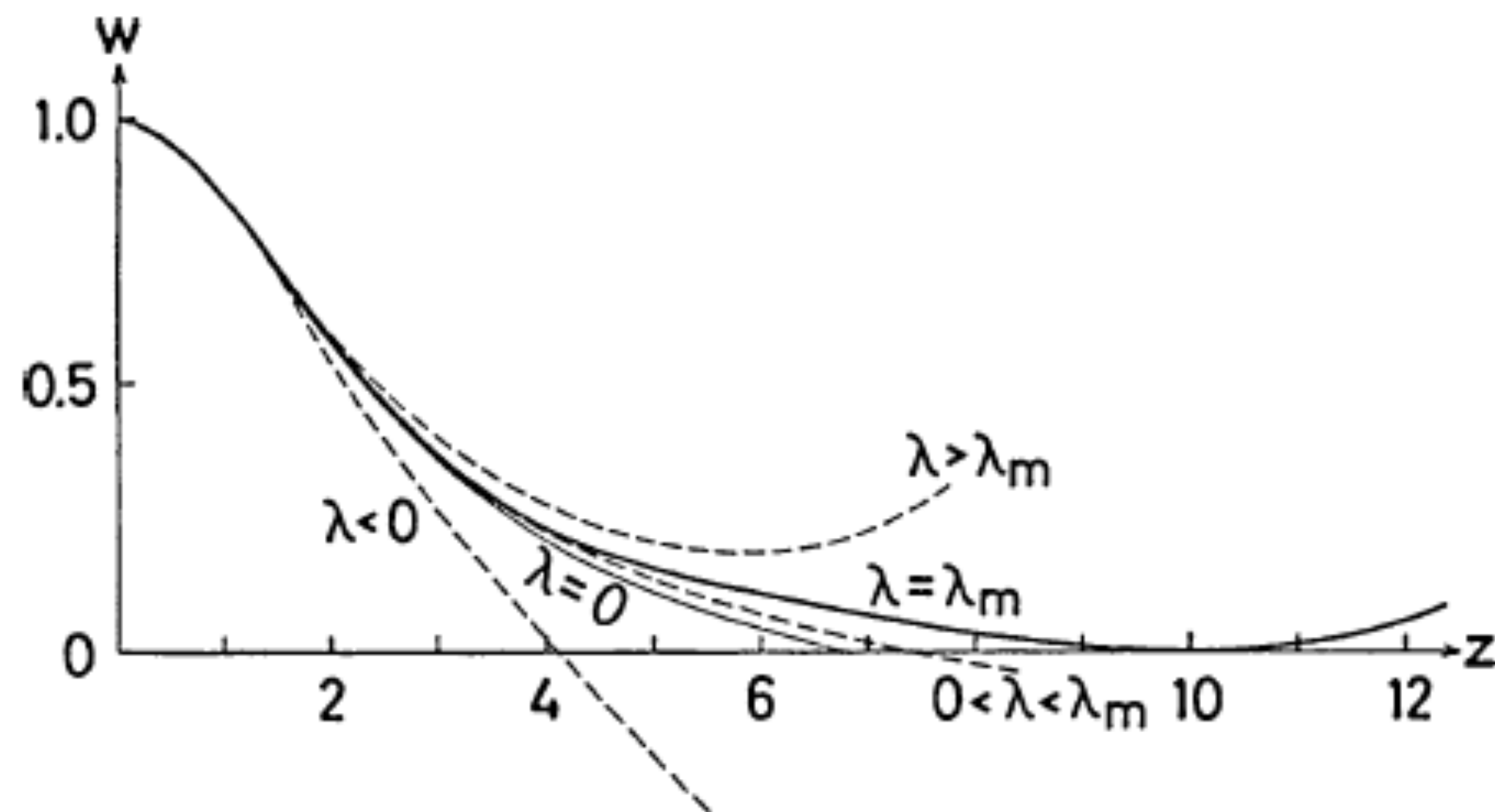
- Após alguma álgebra, chegamos às soluções que envolvem $a(t)$ e ξ :

"setor"
temporal \longrightarrow $\frac{3}{4} \frac{(\pi G)^{1/2}}{K^{3/2}} a^2 \ddot{a} = -\lambda$ 21

$$6 \frac{g(\xi) + w(\xi)}{\xi^2} = \lambda \quad \longleftarrow$$

"setor"
espacial 22

- ☑ λ é uma constante que permite soluções diferentes:
 - ✓ $\lambda = 0$ - eq. de Lane-Emden clássica (eq. hidrostático)
 - ✓ $\lambda \neq 0$ - situações fora do eq. hidrostático; o valor de λ mede o desvio
 - ✓ Soluções finitas para $0 < \lambda \leq \lambda_m$, e para valores pequenos de λ (tipicamente $\lambda_m = 0,0065$).
 - ✓ Para $\lambda > \lambda_m$, $\rho(r)$ não tende a zero para valores finitos do raio...



Fonte: KWW (cap. 19)



- ☑ Interpretação do “colapso politrópico” ($n=3$):
 - ✓ Situação de equilíbrio independe do raio
 - ✓ Se P decresce ligeiramente (por um aumento de K , ver sol. na pág. 229 do KKW), a esfera de gás começa a contrair – processo descrito por (21) e (22)
 - ✓ λ é uma medida do desvio do E.H. causado pela redução de K

Soluções numéricas

☑ Métodos utilizados

- ✓ Shooting (integrador Runge-Kutta): integração em camadas, da origem para a superfície.
- ✓ Método de ajuste: integra simultaneamente de dentro para fora e vice-versa, e testa a convergência de ambas as soluções em algum ponto interno (em geral = $R/2$).
- ✓ Método de Henvey (integrador Newton-Rapson).

O modelo de Eddington

- ☑ Um exemplo simples do uso de polítropos para fazer um “pseudo-modelo” estelar é o modelo de Eddington
- ☑ Ele incorpora, de maneira aproximada, a equação de transferência radiativa e a equação de energia.
- ☑ Partimos de uma situação não-convectiva, em que:

$$\nabla = \frac{d \ln T}{d \ln P} = \frac{3}{16\pi ac} \frac{P\kappa}{T^4} \frac{L_r}{GM_r}$$

24

- Desenvolvendo essa equação para o gradiente estelar, vamos chegar na relação:

$$1 - \beta(r) = \frac{L}{4\pi cGM} \langle \kappa \eta(r) \rangle$$

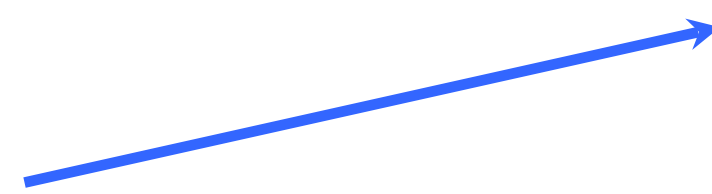
25

em que κ é a opacidade do interior estelar e η é a relação entre as taxas de geração de energia L_r/M_r para diferentes raios.

- Utilizamos como opacidade:

$$\mathbf{\kappa} = \mathbf{\kappa}_e + \mathbf{\kappa}_0 \rho T^{-3,5}$$

Opacidade eletrônica



26

- ☑ Opacidade κ cresce para o exterior se a densidade não decresce suficientemente rápido!
- ☑ $\eta(r)$ é proporcional à taxa de geração de energia e , na SP, ela tende rapidamente a 1, por causa do expoente positivo de ε .
- ☑ Solução simples se consideramos uma estrutura de camadas em que $\kappa l/m$ é constante ao longo do raio da estrela.
- ☑ Nesse caso, $\beta \approx$ constante!

- Trabalhando com as expressões para a pressão de um gás perfeito e pressão de radiação,

$$P = \frac{\kappa}{\mu m_H} \rho T + \frac{a}{3} T^3 = \frac{\kappa}{\mu m_H \beta} \rho T, \quad \beta = \frac{P_{gas}}{P} \quad 27$$

- vamos chegar numa relação para equação de estado politrópica, da forma:

$$P = \left[\frac{3}{a} \left(\frac{\kappa}{\mu m_H} \right)^4 \frac{1 - \beta}{\beta^4} \right]^{1/3} \rho(r)^{4/3} \quad 28$$

- Em que definimos a "constante politrópica K" como:

$$K = \left[\frac{3}{a} \left(\frac{\kappa}{\mu m_H} \right)^4 \frac{1 - \beta}{\beta^4} \right]^{1/3} \quad 29$$

- ☑ A pressão de radiação, reescrita em termos de β , fica:

$$P_{rad} = \frac{1 - \beta}{\beta} P_{gas} = \frac{1 - \beta}{\beta} \left(\frac{\kappa}{\mu m_H} \right) \rho T^4 = \frac{1}{3} a T^4 \quad \boxed{30}$$

- ☑ Uma expressão útil para a temperatura pode ser derivada das equações (27) e (28):

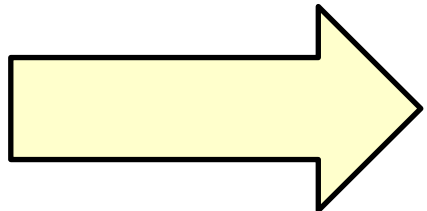
$$T(r) = \left[\frac{3}{a} \left(\frac{1 - \beta}{\beta} \right) \left(\frac{\kappa}{\mu m_H} \right) \right]^{1/3} \rho(r)^{1/3} \quad \boxed{31}$$

- ☑ Podemos também estimar a massa para o modelo de Eddington sabendo que, para um polítropo com $n=3$, a massa total só depende do valor de K :

$$M = \left(\frac{K}{0,3639G} \right)^{1/2} \rightarrow \frac{M}{M_{\odot}} = \frac{18.1 (1 - \beta)^{1/2}}{\mu^2 \beta^2} \quad \boxed{32}$$

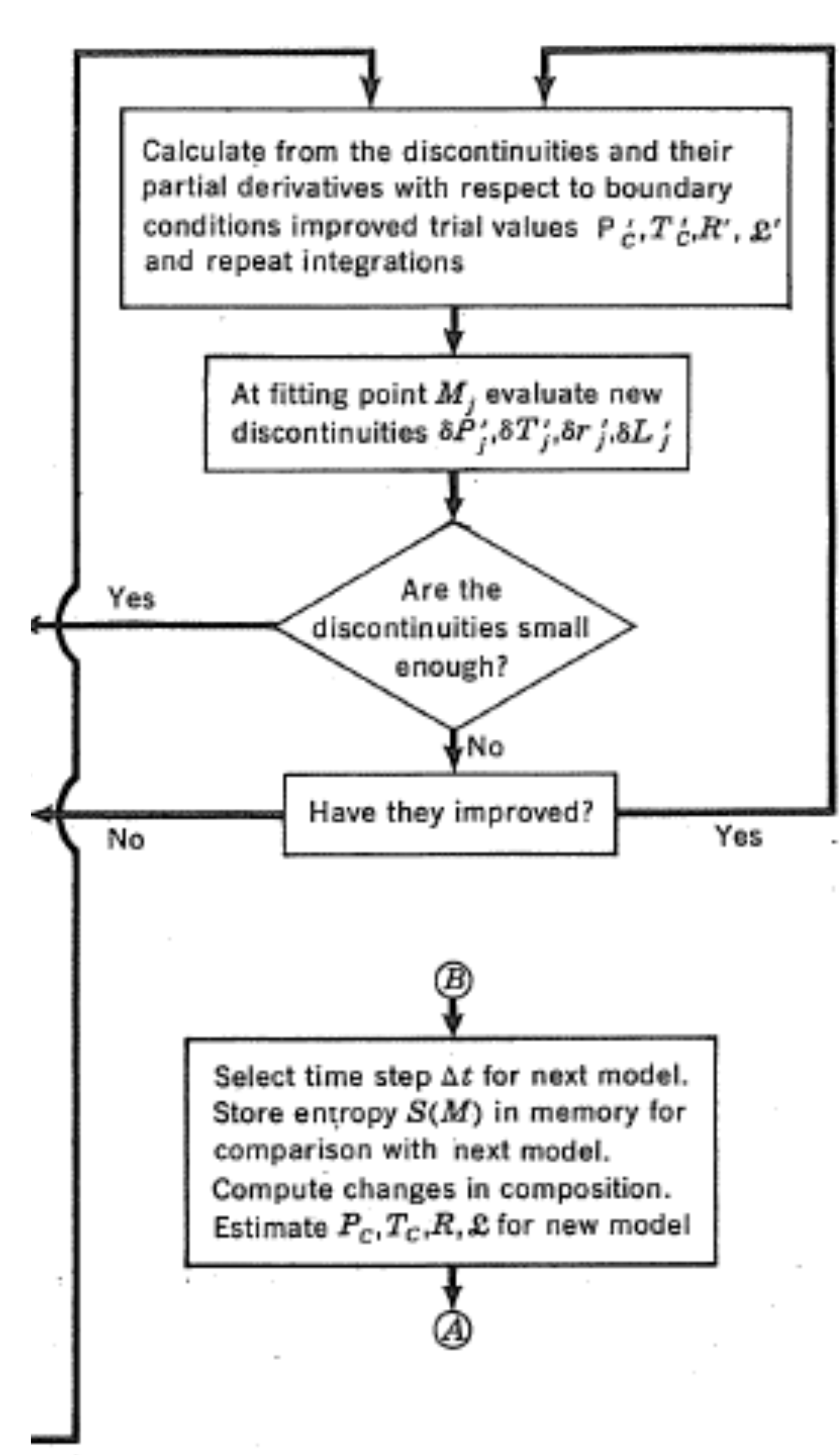
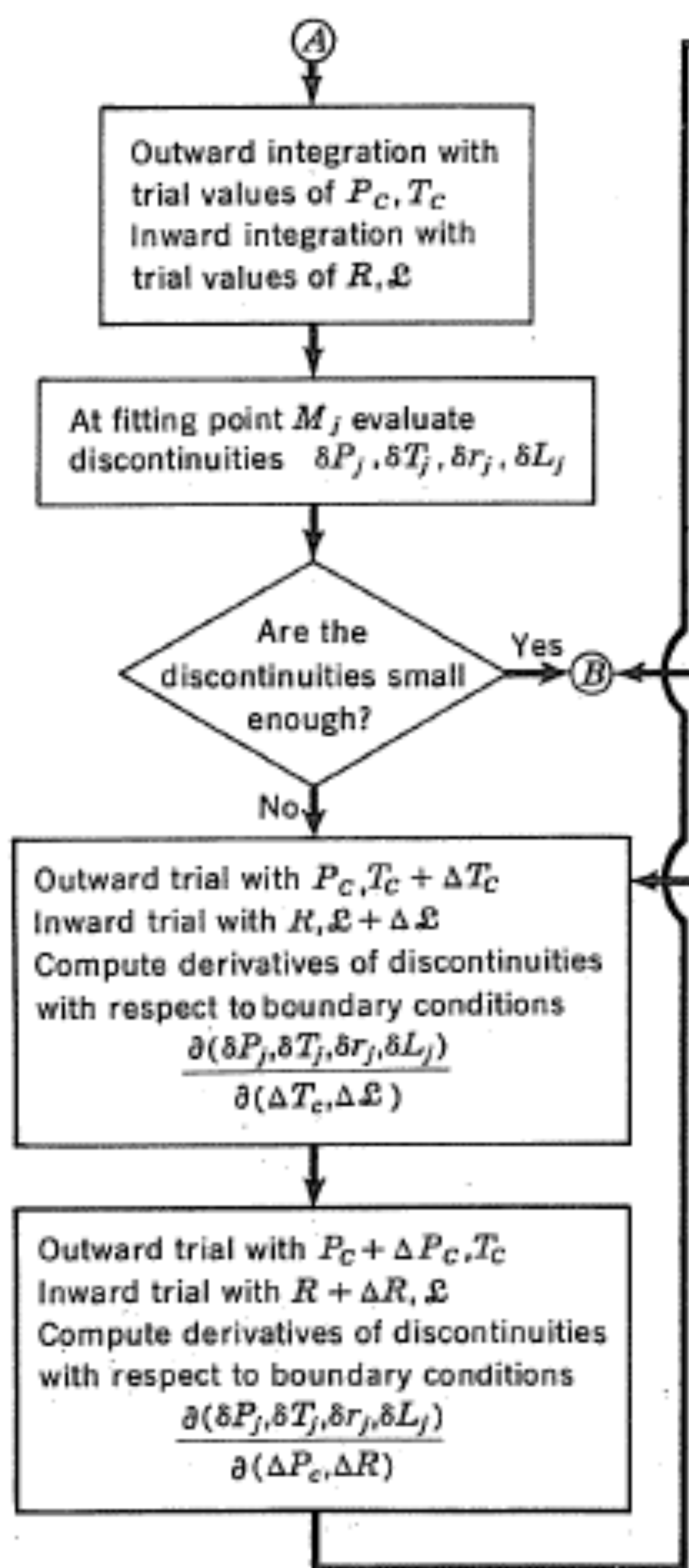
- ☑ De acordo com (32), a pressão do gás predomina quando a massa é muito pequena ($\beta \rightarrow 1$)
- ☑ Quando a massa é muito grande, a pressão de radiação domina ($\beta \rightarrow 0$)
- ☑ A contribuição das duas pressões é igual quando $\beta \rightarrow 1/2$, ou seja, $\frac{M}{M_{\odot}} = 51/\mu^2$
- ☑ Para $M/M_{\odot} = 1$ e $\mu \sim 0.62$ (valor solar), $\beta \approx 0,9995$, e podemos desprezar a pressão de radiação.
- ☑ Falhas no modelo:
 - ✓ Ele não fornece valores absolutos para as grandezas secundárias, uma vez que o raio e a massa são parametrizados.
 - ✓ Não se pode resolver o problema do modelo estelar sem atacar as equações de transporte de energia e calor.
 - ✓ Nesse sentido, o modelo é incompleto e só admite uma solução adequada se especificamos M e R .

A abordagem para modelos realistas!

- ☑ Modelos realistas  estrelas reais!
- ☑ Atacamos duas regiões:
 - ✓ Caroço central, mais denso.
 - ✓ Envelope rarefeito (convectivo ou radiativo).

Soluções numéricas

Fonte: Principles of Stellar Evolution and nucleosynthesis (D.D. Clayton)





Expansão central

- ☑ Solução de singularidades nas equações da estrutura estelar quando $R \longrightarrow 0$?
- ☑ É necessário que as soluções sejam regulares na origem.
- ☑ Expansão de r em séries, em torno do ponto $r=0$
- ☑ Transferência de energia: convecção e/ou radiação

Envelope radiativo

- ☑ Envelope?
 - ✓ Região tênue que envolve o núcleo degenerado das supergigantes vermelhas...
 - ✓ Camada finíssima não degenerada que envolve o núcleo totalmente degenerado de uma anã branca
- ☑ Para essa abordagem, envelope é a porção da estrela que começa na fotosfera, com massa desprezível, em eq. hidrostático e que não gera energia por reações nucleares ou contração gravitacional
 - ✓ Definição da fotosfera? Superfície estelar?
 - ✓ Região de pressão zero?

- ☑ A discussão do limite físico do envelope radiativo leva à luminosidade limite que mantém a estrela em equilíbrio: a luminosidade de Eddington.

$$L_{Edd} = \frac{4\pi cGM}{\kappa}$$

33

- ☑ Valores típicos para estrutura em equilíbrio hidrostático e a opacidade, considerando envelope radiativo em estrelas do tipo solar
 - ✓ $\kappa = 0,34 \text{ cm}^2/\text{g}$
 - ✓ $X = 0,7$
 - ✓ $T_{ef} = 5780 \text{ K}$
 - ✓ $\rho_{press} = 10^{-6} - 10^{-7} \text{ g/cm}^3$



Estrelas totalmente convectivas

- ☑ Opacidade superficial dominada por H- (hidrido)
- ☑ Equação politrópica $P = K T^{5/2}$
- ☑ Esse quadro representa uma fotosfera de onde escapa a radiação visível, seguida de uma tênue camada radiativa e, em seguida, a zona convectiva.
- ☑ Essa estrutura representa bastante bem as camadas externas do Sol.

- ☑ A relação de temperatura derivada da equação politrópica é dada por

$$T_{eff} = 2600\mu^{13/51} \left[\frac{M}{M_{\odot}} \right]^{7/51} \left[\frac{L}{L_{\odot}} \right]^{1/102} K$$

34

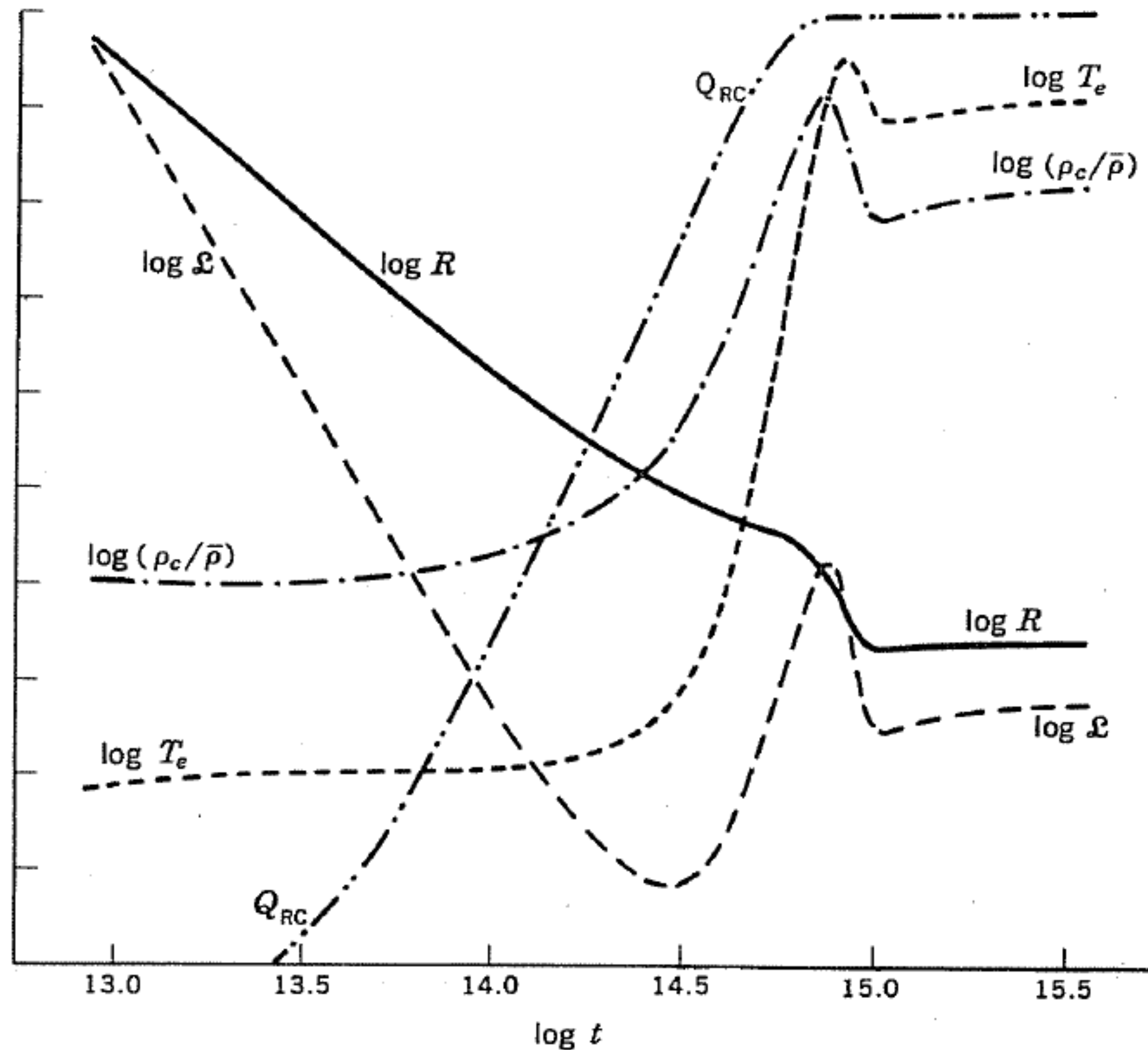
- ☑ Os expoentes estranhos refletem a dificuldade e a imprecisão dos cálculos para esses casos.

- ☑ Essa relação define o locus de temperatura constante para diversas luminosidades (para uma dada massa).
- ☑ A temperatura efetiva de estrelas completamente convectivas em equilíbrio hidrostático são essencialmente independentes do mecanismo inicial de geração de energia.



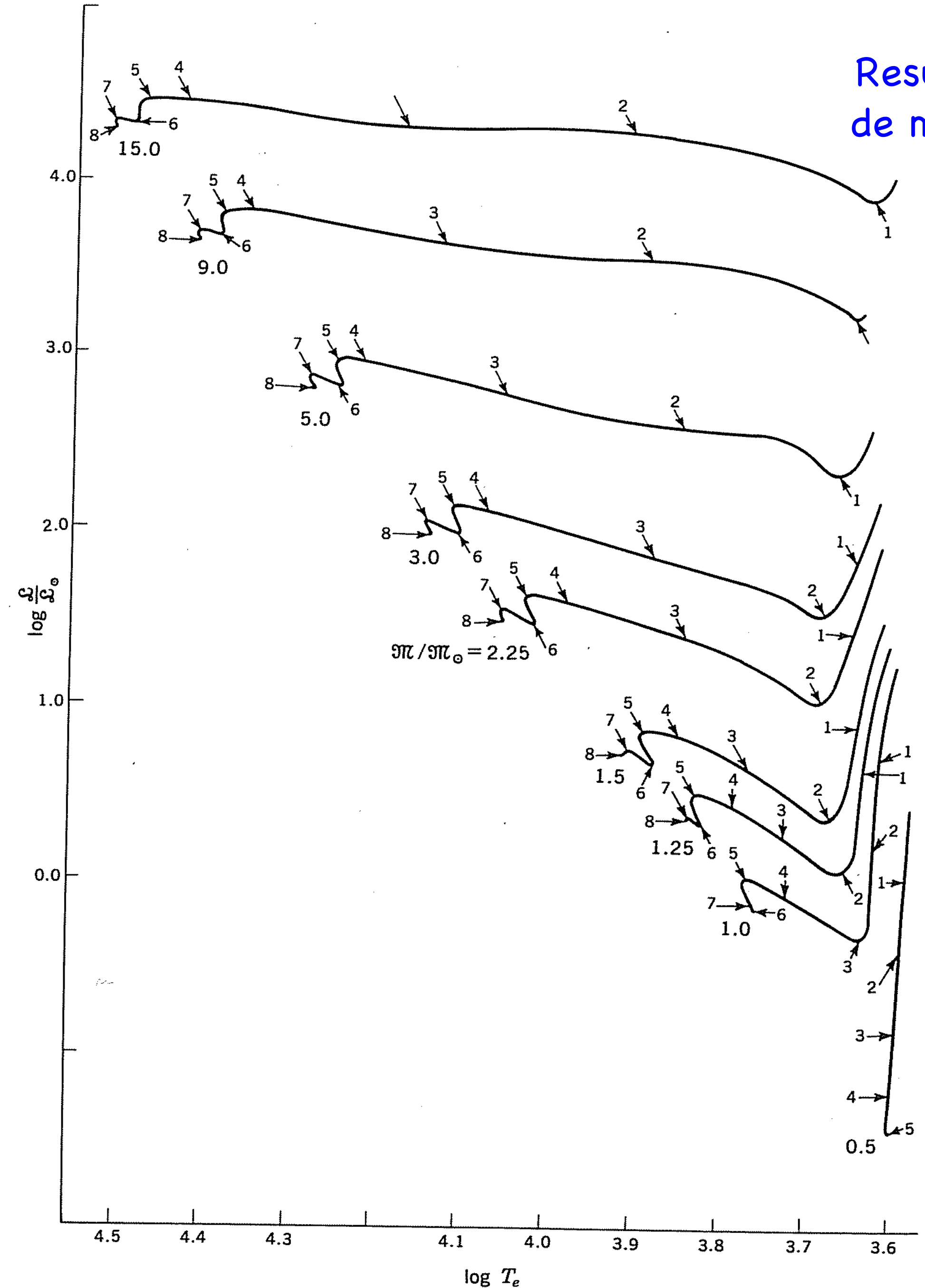
Resultados de modelos

- ☑ Leitura (recomendadíssima): “Principles of Stellar Evolution and Nucleosynthesis” (D. D. Clayton), caps. 2 (Eq. de Lane-Emden) e 6 (Modelagem estelar)



- ☑ Variação em função do tempo das grandezas secundárias durante a contração de uma estrela de uma massa solar para a sequência principal.
- ☑ Intervalos:
 - ✓ $3,58 < \log T < 3,78$
 - ✓ $-0,4 < \log (L/L_{sol}) < 0,6$
 - ✓ $-0,4 < \log (R/R_{sol}) < 0,6$
 - ✓ $0 < \log(\rho_c/\rho) < 2,0$
 - ✓ $0 < Q_{rc} < 1$

- ☑ Trajetórias da contração pré-SP para modelos com massas 0,5; 1; 1,25; 1,5; 2,25; 3; 5; 9 e 15 M_{sol} .
- ☑ Os tempos necessários para as estrelas atingirem os pontos numerados ao longo de suas trajetórias encontram-se na tabela a seguir.



Tempos evolutivos (anos)

Table 6-1 Evolutionary lifetimes, years†

Point	M/M_{\odot}								
	15.0	9.0	5.0	3.0	2.25	1.5	1.25	1.0	0.5
1	6.740×10^2	1.443×10^3	2.936×10^4	3.420×10^4	7.862×10^4	2.347×10^5	4.508×10^5	1.189×10^6	3.195×10^6
2	3.766×10^3	1.473×10^4	1.069×10^5	2.078×10^5	5.940×10^5	2.363×10^6	3.957×10^6	1.058×10^7	1.786×10^7
3	9.350×10^3	3.645×10^4	2.001×10^5	7.633×10^5	1.883×10^6	5.801×10^6	8.800×10^6	8.910×10^6	8.711×10^6
4	2.203×10^4	6.987×10^4	2.860×10^5	1.135×10^6	2.505×10^6	7.584×10^6	1.155×10^7	1.821×10^7	3.092×10^7
5	2.657×10^4	7.922×10^4	3.137×10^5	1.250×10^6	2.818×10^6	8.620×10^6	1.404×10^7	2.529×10^7	1.550×10^8
6	3.984×10^4	1.019×10^5	3.880×10^5	1.465×10^6	3.319×10^6	1.043×10^7	1.755×10^7	3.418×10^7	
7	4.585×10^4	1.195×10^5	4.559×10^5	1.741×10^6	3.993×10^6	1.339×10^7	2.796×10^7	5.016×10^7	
8	6.170×10^4	1.505×10^5	5.759×10^5	2.514×10^6	5.855×10^6	1.821×10^7	2.954×10^7		

† I. Iben, Jr., *Astrophys. J.*, 141:993 (1965). By permission of The University of Chicago Press. Copyright 1965 by The University of Chicago.

- ☑ Estrelas de pop I, com massas 1; 1,5; 3; 5; 9 e 15 M_{sol} . O ponto de partida é a SPIZ
- ☑ A idade das estrelas nos pontos numerados está na tabela a seguir.

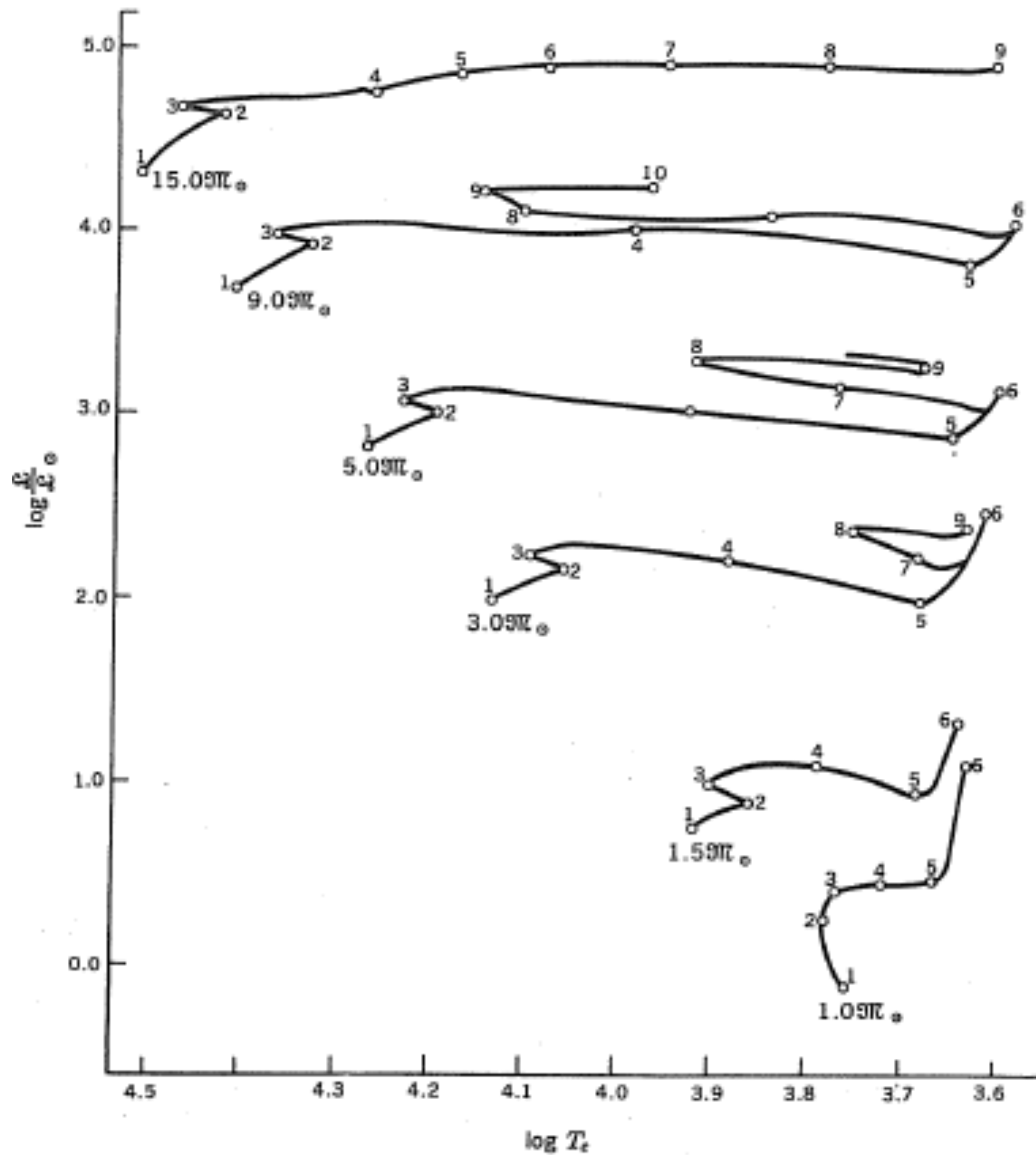
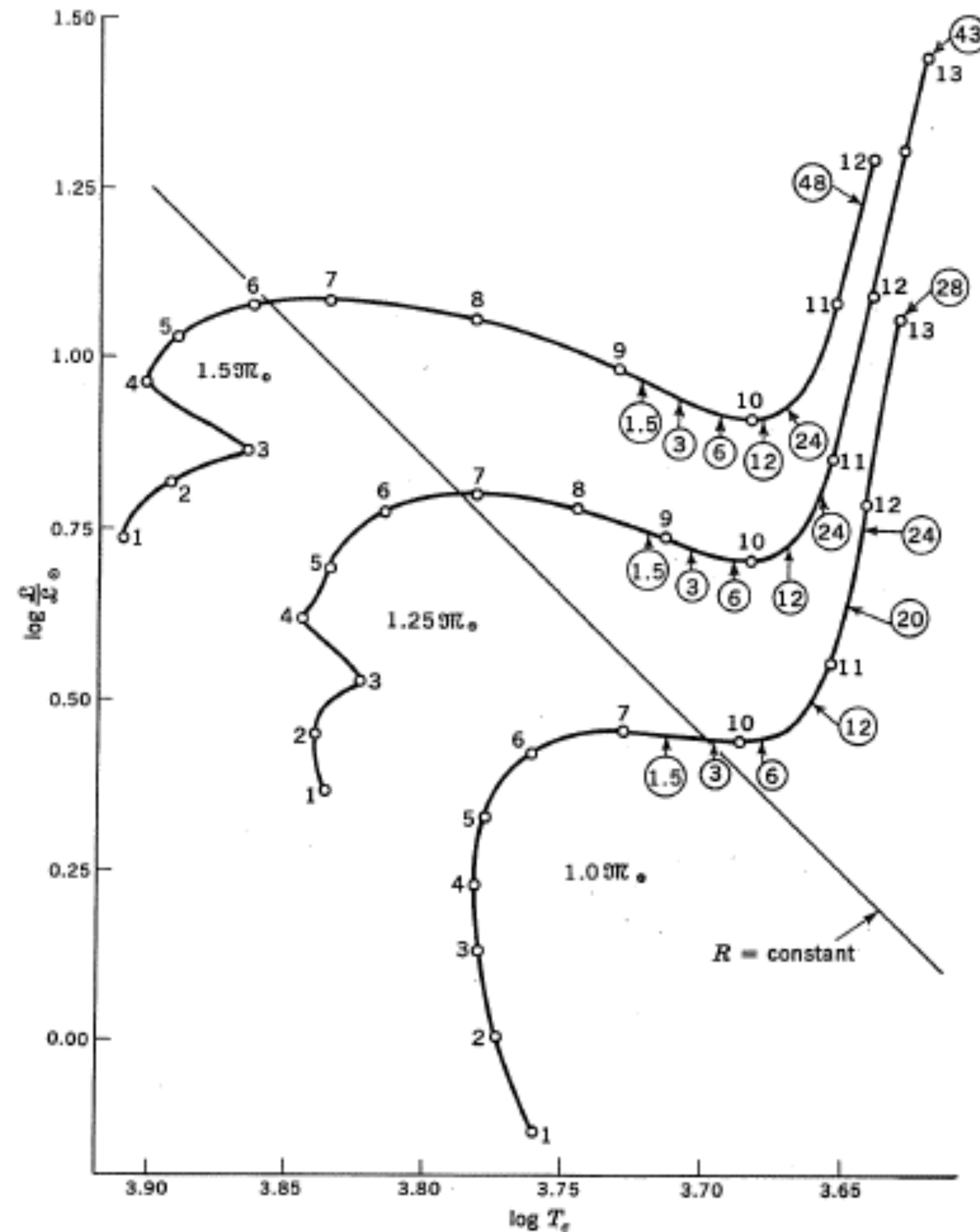


Table 6-8 Evolutionary lifetimes, years†

Point	M/M_{\odot}						
	15.0	9.0	5.0	3.0	1.5	1.0	
1	6.160×10^4	1.511×10^5	5.760×10^5	2.510×10^6	1.821×10^7	5.016×10^7	
2	1.023×10^7	2.129×10^7	6.549×10^7	2.273×10^8	1.567×10^9	8.060×10^9	
3	1.048×10^7	2.190×10^7	6.823×10^7	2.394×10^8	1.652×10^9	9.705×10^9	
4	1.050×10^7	2.208×10^7	7.019×10^7	2.478×10^8	2.036×10^9	1.0236×10^{10}	
5	1.149×10^7	2.213×10^7	7.035×10^7	2.488×10^8	2.105×10^9	1.0446×10^{10}	
6	1.196×10^7	2.214×10^7	7.084×10^7	2.531×10^8	2.263×10^9	1.0875×10^{10}	
7	1.210×10^7	2.273×10^7	7.844×10^7	2.887×10^8			
8	1.213×10^7	2.315×10^7	8.524×10^7	3.095×10^8			
9	1.214×10^7	2.574×10^7	8.782×10^7	3.262×10^8			
10		2.623×10^7					

† I. Iben, Jr., *Astrophys. J.*, 140:1631 (1964). By permission of The University of Chicago Press. Copyright 1964 by The University of Chicago.

- ☑ Trajetórias evolutivas de estrelas de baixa massa (pop I) com massas 1; 1,25 e 1,5 M_{sol} .
- ☑ As idades nos pontos numerados encontram-se na tabela a seguir.
- ☑ Os círculos numerados representam os fatores de depleção da abundância superficial de Li^7 causada pelo aprofundamento da camada convectiva externa.



Tempos evolutivos (10^9 anos)

Table 6.9 Evolutionary lifetimes (10^9 years)†

<i>Point</i>	$1.0M_{\odot}$	$1.25M_{\odot}$	$1.50M_{\odot}$
1	0.05060	0.02954	0.01821
2	3.8209	1.4220	1.0277
3	6.7100	2.8320	1.5710
4	8.1719	3.0144	1.6520
5	9.2012	3.5524	1.8261
6	9.9030	3.9213	1.9666
7	10.195	4.0597	2.0010
8		4.1204	2.0397
9		4.1593	2.0676
10	10.352	4.2060	2.1059
11	10.565	4.3427	2.1991
12	10.750	4.4505	2.2628
13	10.875	4.5349	

† L. Iben, Jr., *Astrophys. J.*, **147**:624 (1967). By permission of The University of Chicago Press. Copyright 1967 by The University of Chicago.



FIM DA PARTE DE MODELAGEM

A large, rectangular image of a star-forming region, likely the Orion Nebula, serves as the background for the title. It shows a dense field of stars in various colors (yellow, orange, blue) and a prominent bright yellow star with a starburst effect in the center. The text 'Formação estelar' is overlaid in blue on this image.

Formação estelar



Leitura recomendada

- ☑ R. Kippenhahn, A. Weigert, A. Weiss. Stellar Structure and Evolution (2nd ed.). Springer (2012)
 - ✓ Caps. 22, 24, 26, 27, 28 and 29

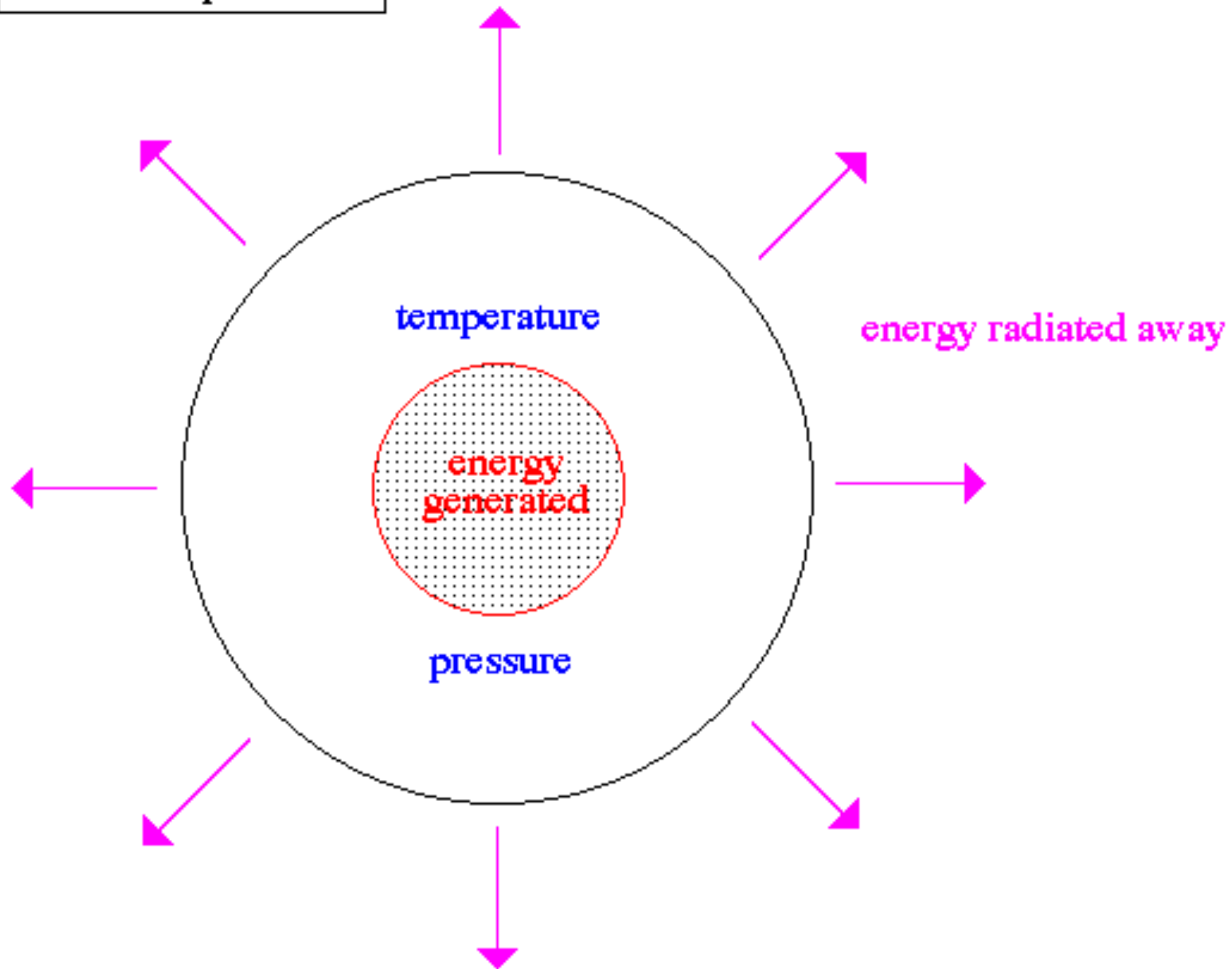


Premissas básicas

- ☑ Estrelas são formadas a partir da matéria no meio interestelar
- ☑ O mecanismo mais provável é a instabilidade gravitacional
- ☑ Em condições realistas, termos de inércia e troca de calor são importantes no colapso
- ☑ $t_{\text{ff}} \gg t_{\text{term}}$ (colapso em geral isotérmico)

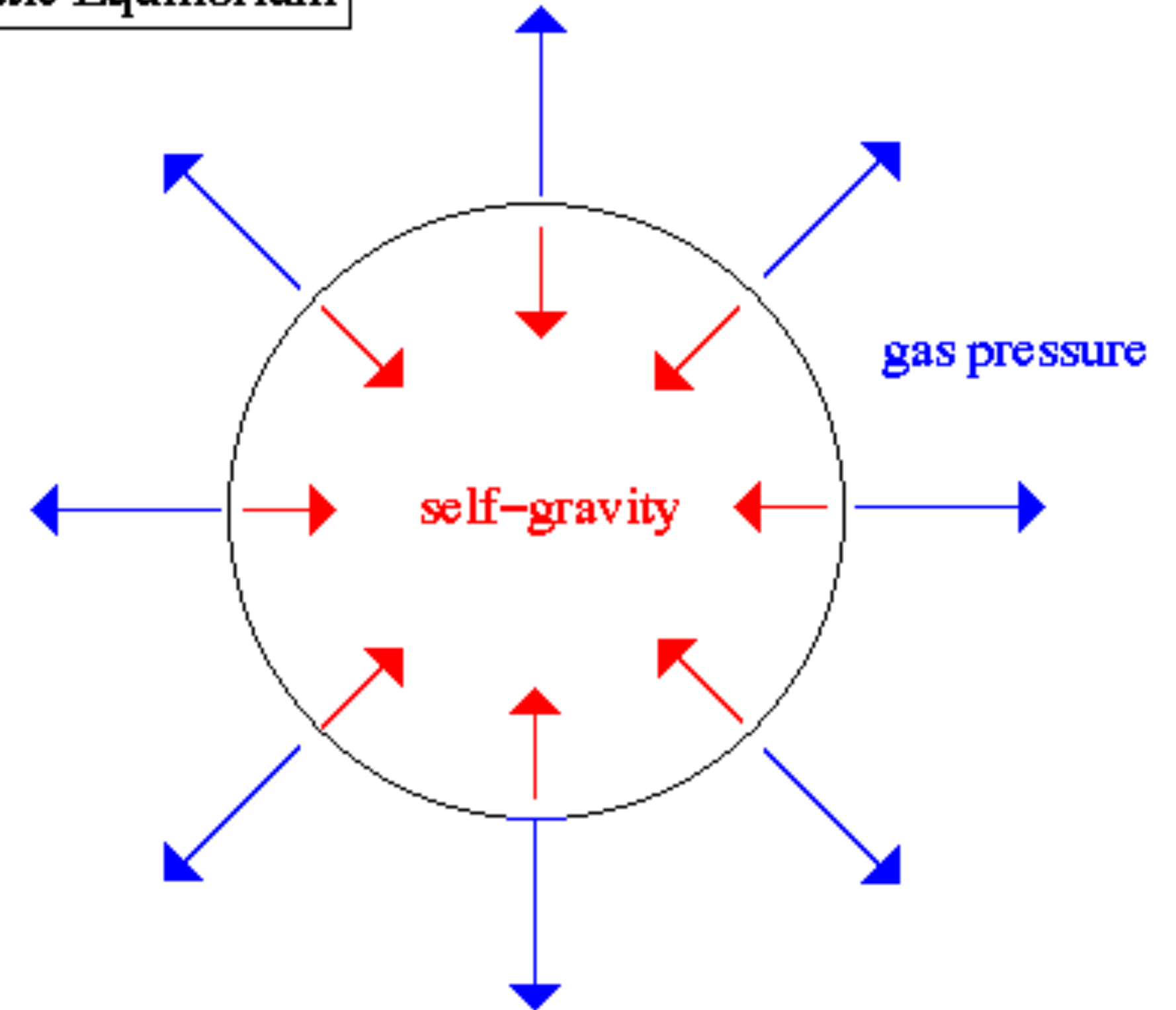
Condições de estabilidade

Thermal Equilibrium



the energy generated must be radiated away, if the energy production is increased, the temperature goes up, therefore the pressure goes up and the star expands – the surface area increases and more energy is radiated to space to balance the increased production

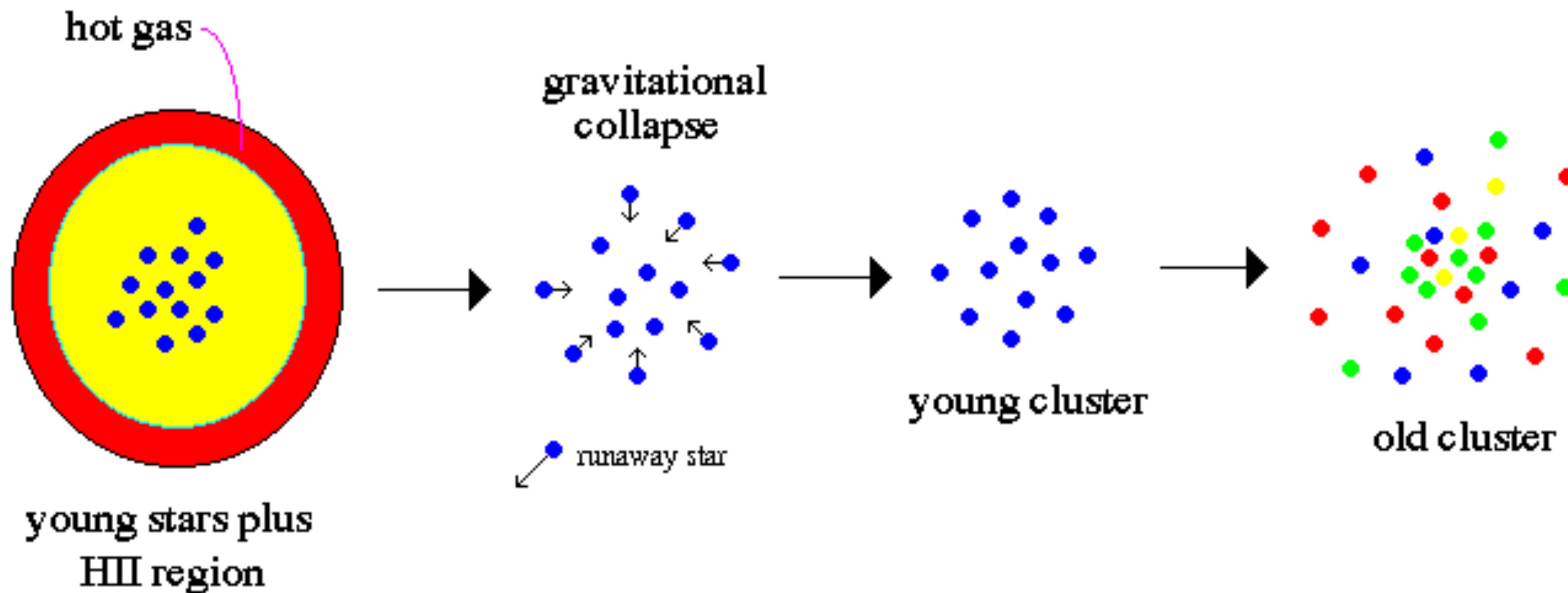
Hydrostatic Equilibrium



the Sun is not expanding or contracting, therefore it is in equilibrium, the downward force of gravity is balanced by the higher force of pressure

Formação de aglomerados estelares

- ✓ Estrelas nascem de grandes nuvens moleculares.
- ✓ Aglomerados são formados e mantidos por efeitos gravitacionais.
- ✓ Após o sistema tornar-se gravitacionalmente ligado, seus componentes orbitarão uns em torno dos outros para sempre.



Aglomerados estelares



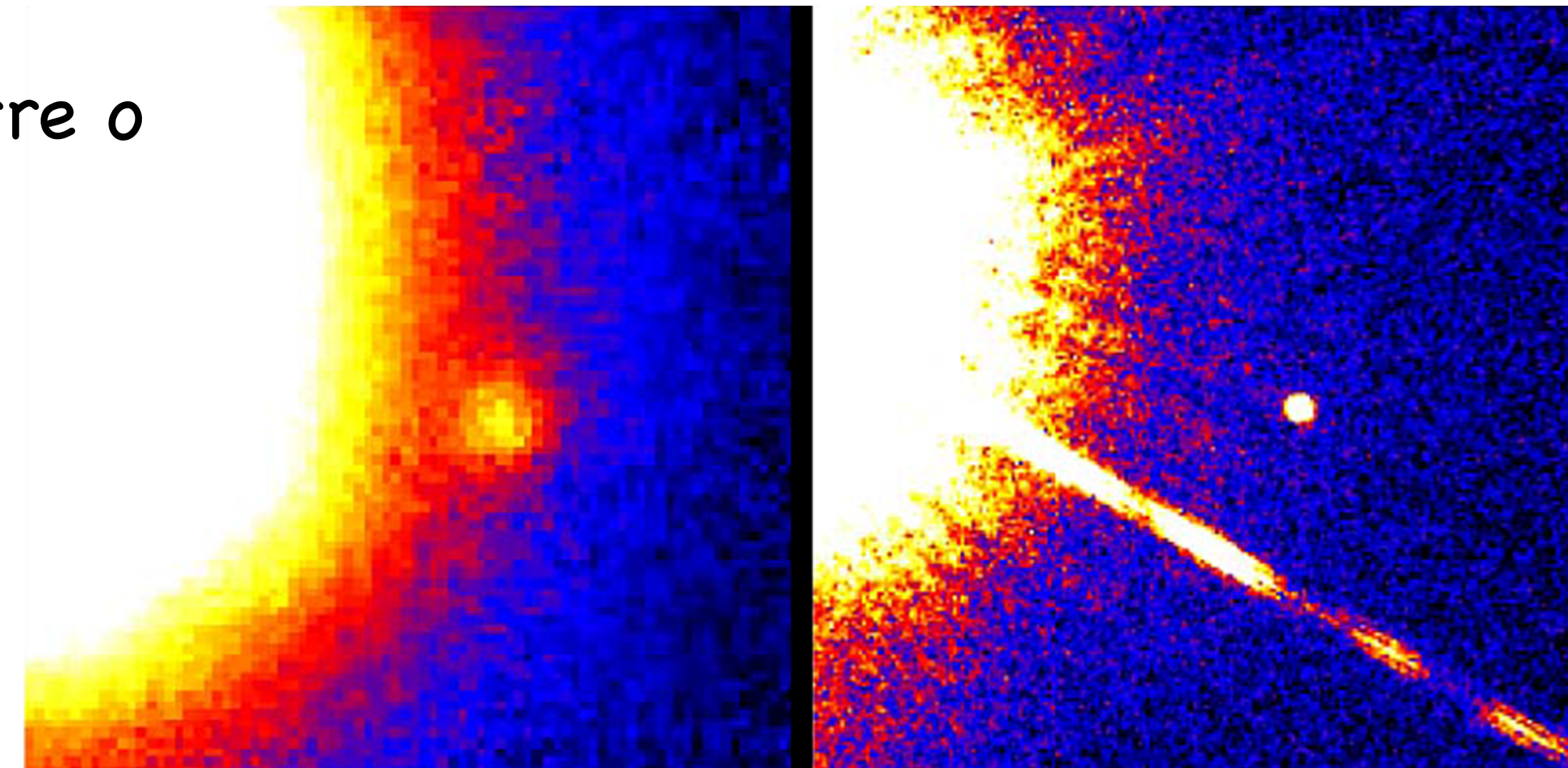
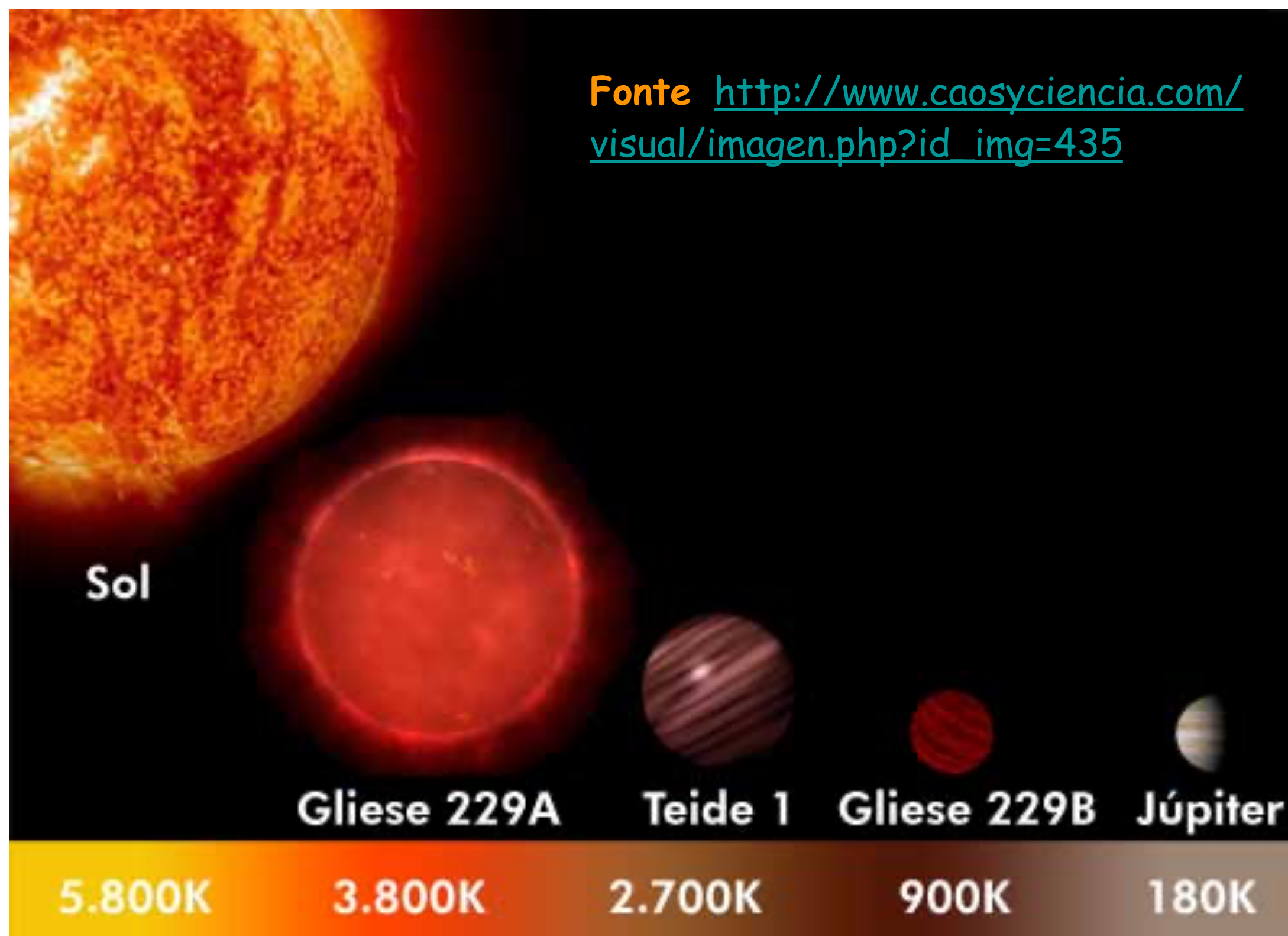
Caixinha de jóias (aglomerado aberto)



M80 (aglomerado globular)

Anãs marrons – fracassos estelares

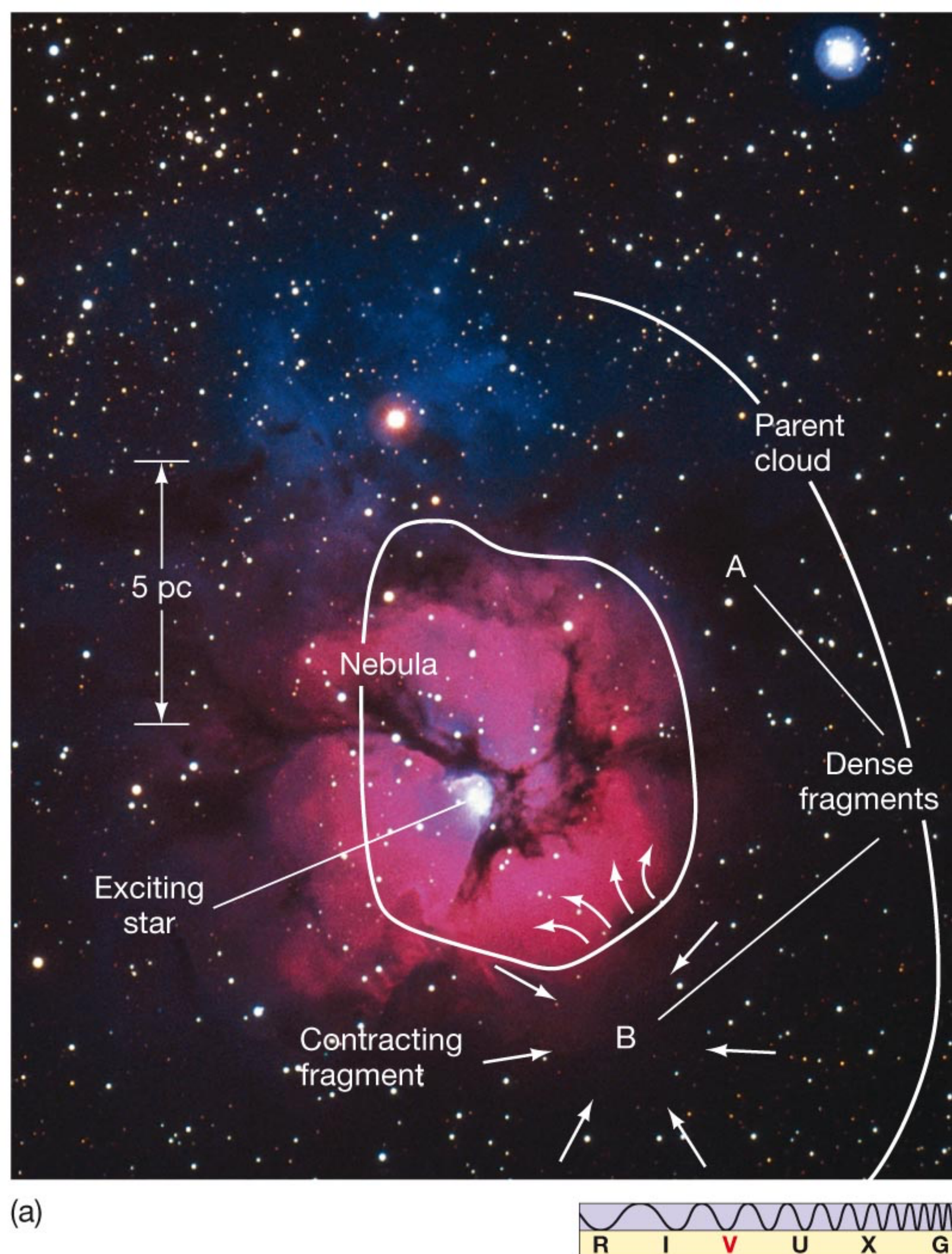
- ☑ Se uma protoestrela tem menos de $0,08 M_{\text{sol}}$, não ocorre o início da fusão nuclear => anã marrom
- ☑ tamanho aproximado de planetas gigantes
- ☑ Emissão de energia por colapso gravitacional.



Fonte: Hubblesite.org

- ☑ um dos tipos mais comuns de estrelas
- ☑ Anãs marrons esfriam e viram “anãs negras”.

Evidência de formação estelar



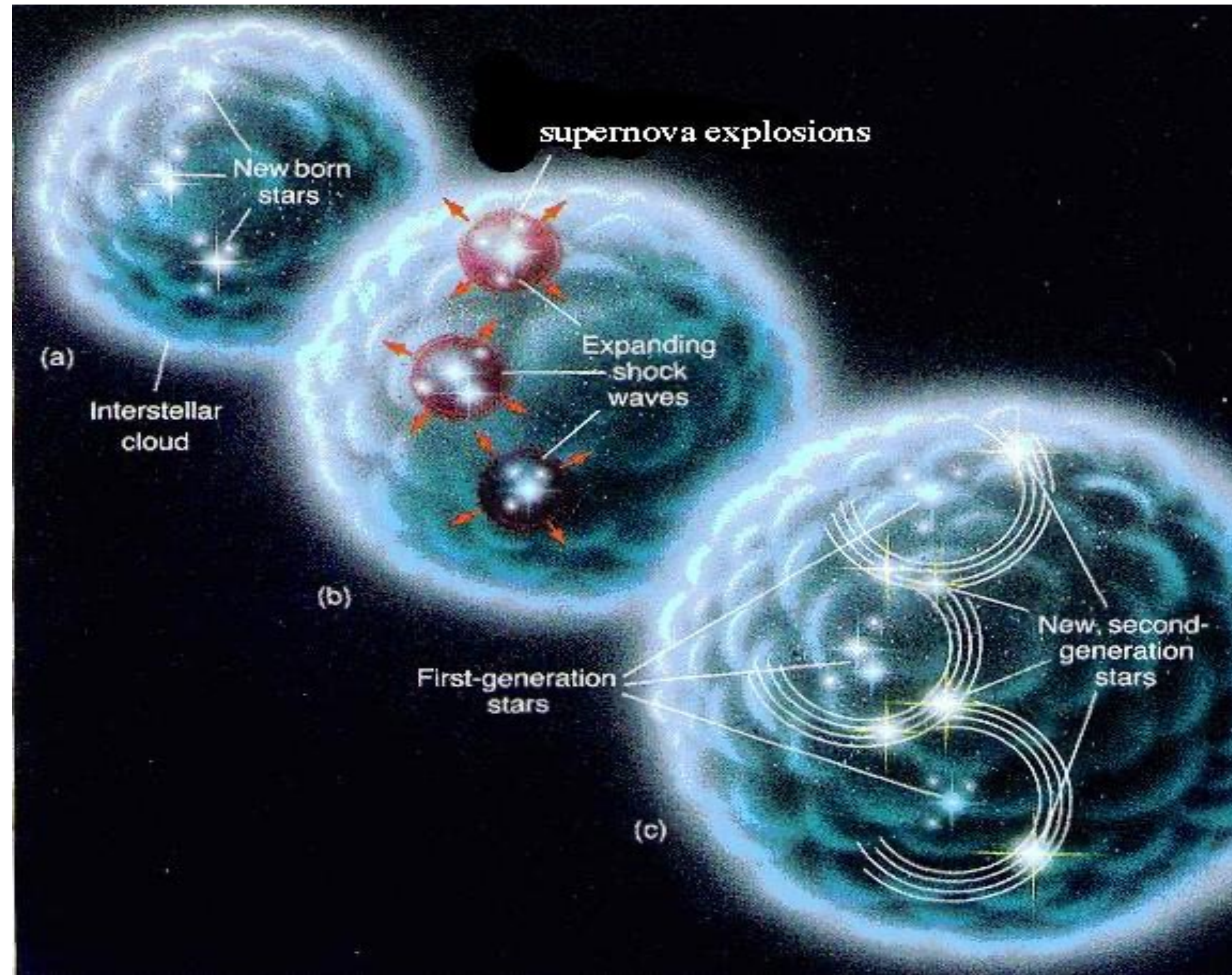
- ☑ A região em torno da nebulosa M20 mostra evidências de contração
- ☑ Uma nuvem molecular gigante escura rodeia a nebulosa visível
- ☑ Densidade e temperatura são muito baixas
- ☑ A região brilhante de gás ionizado resulta diretamente de uma estrela massiva tipo O

Evidência de Protoestrelas

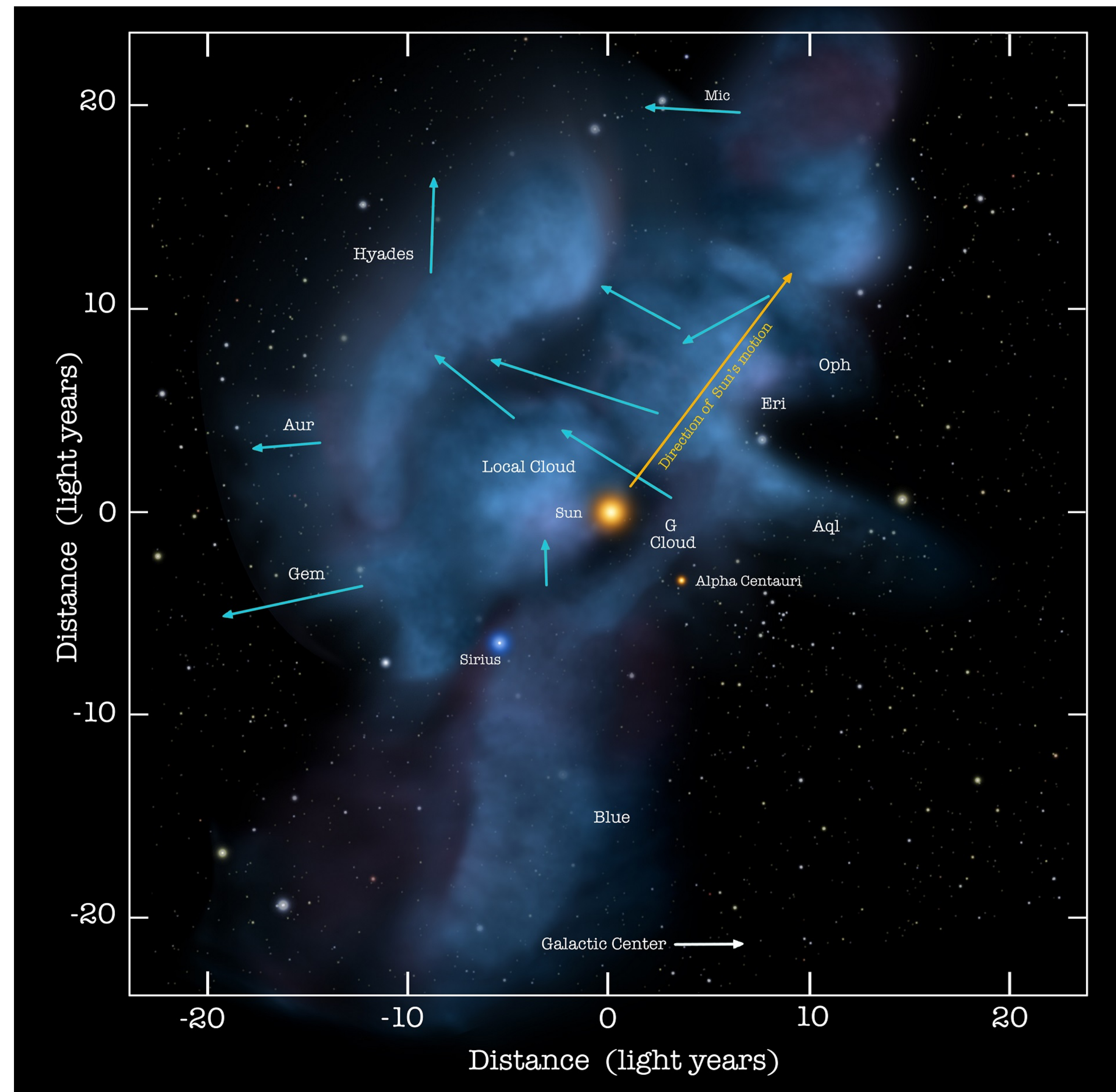
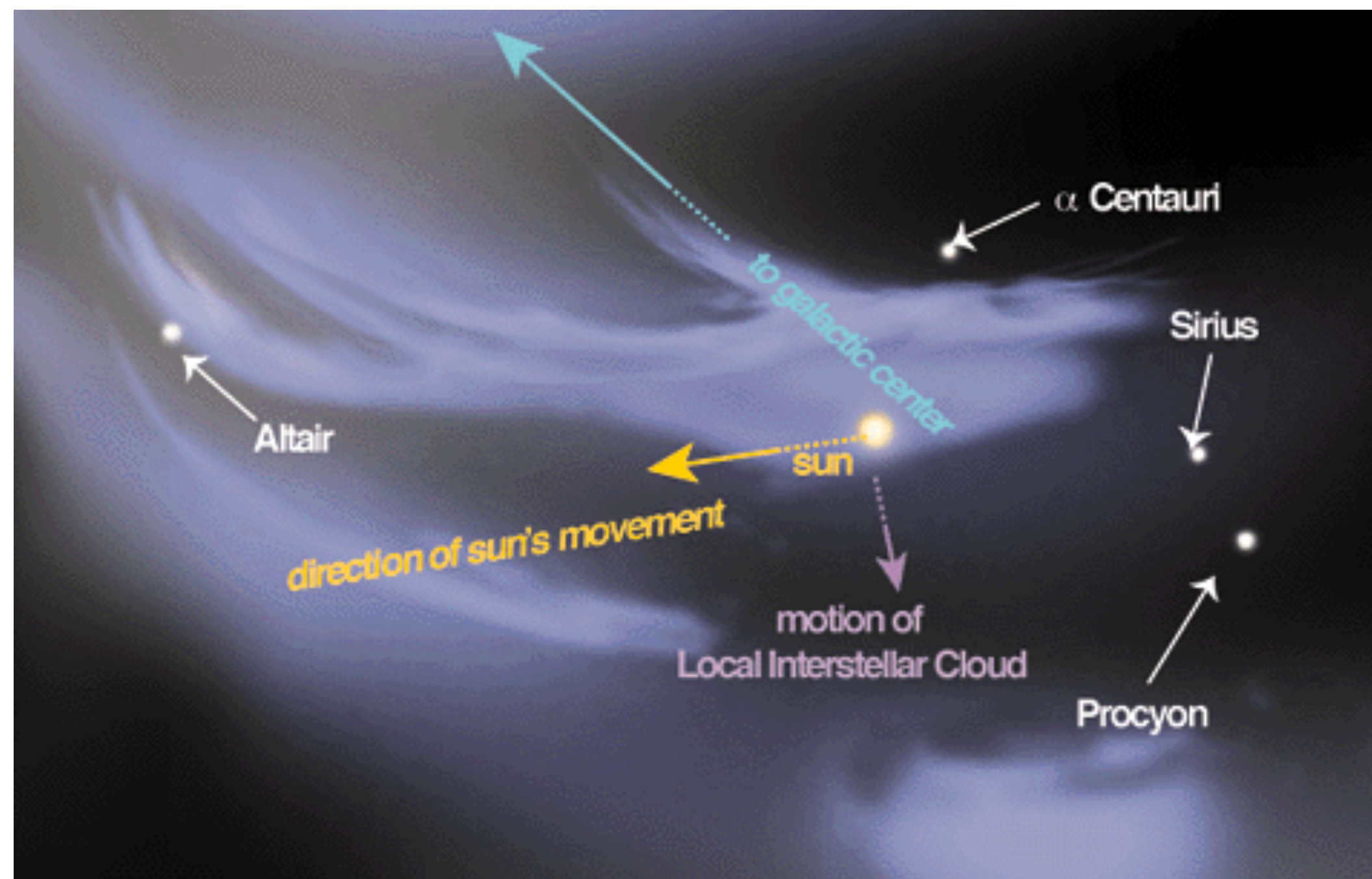


- ➔ Regiões de formação conhecidas como EGGs aparecem no topo deste pilar gigantesco de gás e poeira na Nebulosa da Águia (M16)
- ➔ EGGs (Evaporating Gaseous Globules) são regiões densas de hidrogênio molecular que se fragmentam e eventualmente colapsam para formar estrelas.

Ondas de choque e formação estelar



Onde a formação estelar ocorre?



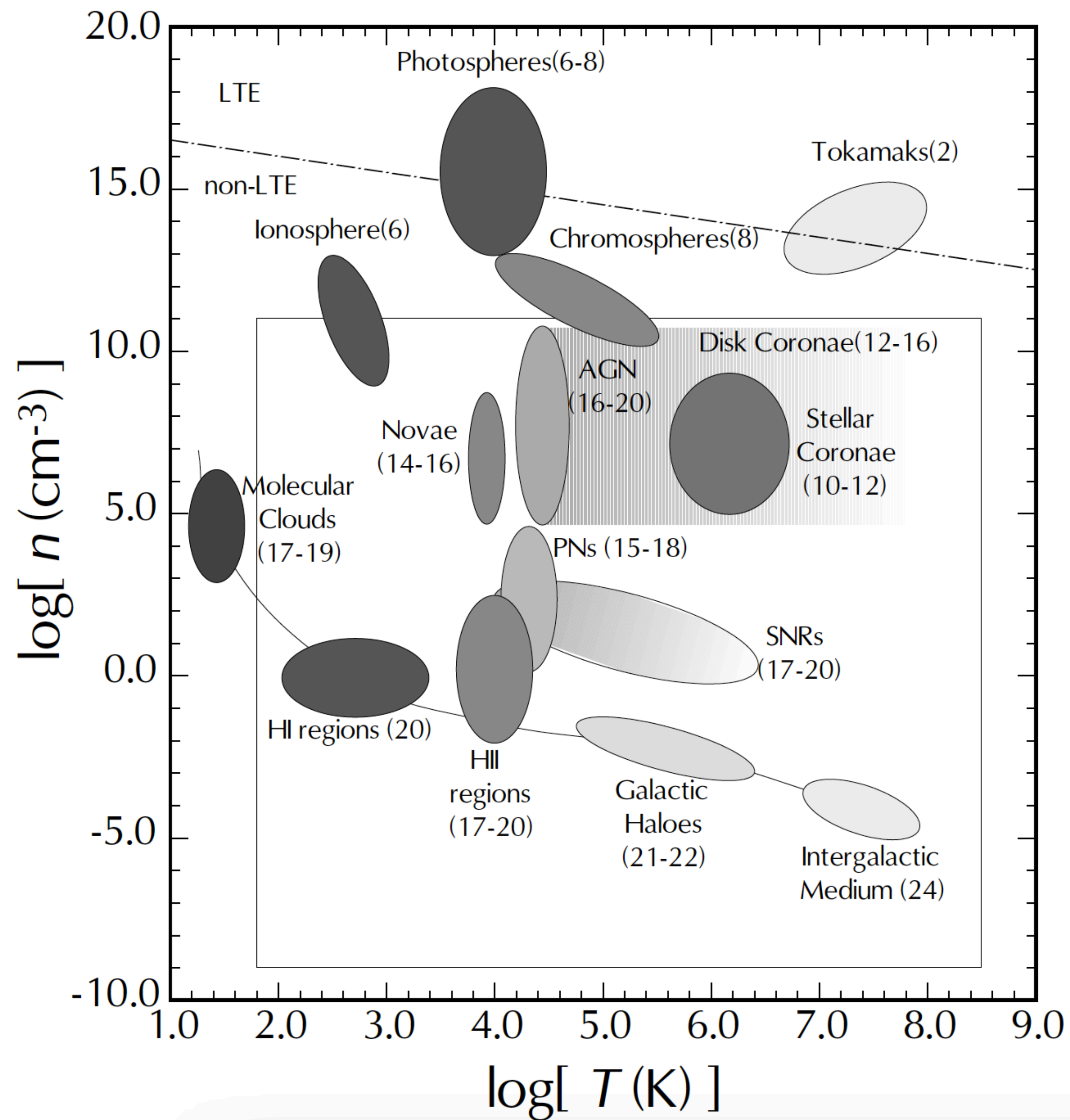


Fig. 1.2. Densities and characteristic sizes of diffuse astrophysical plasmas in the universe. For each class of objects, the characteristic size in $\log(\text{cm})$ is given.

The approximate boundary between plasmas in LTE and non-LTE plasmas is marked as a dash-dot line.

Current nebular modelling is valid within the approximate boundaries of the box-shaped region.

The thin solid curve connects the dominant phases of galactic and intergalactic diffuse media.



O critério de Jeans

- ☑ Determinação da massa cujo valor determina a estabilidade de uma esfera gasosa autogravitante
- ☑ Consideração inicial: meio homogêneo e infinito.
 - ✓ Problema: o potencial gravitacional deve ser constante, o que exige $\rho = 0$...
 - ✓ Perturbamos periodicamente o meio com pequenos λ

☑ Eqs. de movimento hidrodinâmico:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla P - \nabla \Phi \quad 8$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{v} \nabla \rho + \rho \nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad 9$$

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \rho \quad 10$$

$$P = \frac{\rho \kappa T}{\mu m_H} = v_s^2 \rho \quad 11$$

- Na condição de equilíbrio, supomos que:

$$\rho = \rho_0 = \text{const.}; \quad T = T_0 = \text{const.}; \quad \vec{v}_0 = 0.$$

12

- Perturbamos a condição de equilíbrio usando as relações abaixo, em que o subscrito 1 indica a quantidade perturbada.
- Ao substituir as grandezas perturbadas nas eqs. hidrodinâmicas, supomos perturbações isotérmicas e ignoramos termos não-lineares ou de segunda ordem (produto de duas grandezas perturbadas).

$$\begin{aligned}\rho &= \rho_0 + \rho_1 \\ P &= P_0 + P_1 \\ \Phi &= \Phi_0 + \Phi_1 \\ v &= \vec{v}_1\end{aligned}$$

13

☑ Obtemos então:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\nabla \left(\Phi_1 + v_s^2 \frac{\rho_1}{\rho_0} \right)$$

$$\nabla^2 \Phi_1 = 4\pi G \rho_1$$

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} = -\rho_0 \nabla \cdot \vec{v}_1$$

14

☑ que é um sistema de ED lineares homogêneas com coeficientes constantes, e que admite soluções do tipo

$$f(\vec{r}, t) \propto e^{-i(\vec{k} \cdot \vec{r} + \omega t)}$$

15

☑ Nesse caso,

$$\frac{\partial}{\partial x} = i\kappa; \frac{\partial}{\partial t} = i\omega; \frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial z} = 0$$
$$v_{1x} = v_1; v_{1y} = v_{1z} = 0$$

16

☑ E as eqs (14) tornam-se:

$$\omega v_1 + \frac{\kappa v_s^2}{\rho_0} \rho_1 + \kappa \Phi_1 = 0$$
$$\kappa \rho_0 v_1 + \omega \rho_1 = 0$$
$$4\pi G \rho_1 + \kappa^2 = 0$$

17

- ☑ Solução do sistema é a relação de dispersão:

$$\omega^2 = \kappa^2 v_s^2 - 4\pi G \rho_0$$

18

- ☑ Duas soluções possíveis:

- ✓ $\kappa v_s^2 \gg 4G\rho_0$

$$\omega^2 = \kappa^2 v_s^2$$

19

- ondas de pequenas amplitudes geram pequenos efeitos gravitacionais; pressão interna rapidamente restaura qualquer perturbação

- ✓ $\kappa v_s^2 < 4\pi G \rho_0$

20

- solução instável e pode crescer exponencialmente com o tempo, criando um desequilíbrio ($\propto \exp(\pm i\omega t)$)

- Definimos um número de onda (e , conseqüentemente, um comprimento de onda) característico tal que seja possível separar as perturbações em instáveis e estáveis:

$$\kappa_J^2 \equiv \frac{4\pi G \rho_0}{v_s^2} \rightarrow \lambda_J = \frac{2\pi}{\kappa_J}$$

21

- Condição de instabilidade: $\lambda > \lambda_J$

- Critério de Jeans:

$$\lambda_J^2 = \left(\frac{\pi}{G \rho_0}\right)^{1/2} v_s^2$$

22

- Caso valha a cond. de instabilidade, a solução das eqs. hidrodinâmicas é instável, dando início ao colapso. Para comprimentos de onda menores que λ_J , a pressão interna do meio restabelece o equilíbrio de forças, restituindo o sistema à condição de repouso.



Instabilidade no caso esférico

- ☑ Os pontos essenciais para entender o colapso esférico podem ser apreciados através da análise do teorema do Virial.
- ☑ Consideramos o caso mais realista de uma esfera de gás ideal, de massa M , raio R finito e embebida em um meio com $P^* > 0$.
- ☑ A estrutura da esfera pode ser obtida através de uma das soluções da eq. de Lane–Emden para um polítropo isotérmico.



Instabilidade no caso esférico

- ☑ Os pontos essenciais para entender o colapso esférico podem ser apreciados através da análise do teorema do Virial.

Rever cap. 3 do KWW...
- ☑ Consideramos o caso mais realista de uma esfera de gás ideal, de massa M , raio R finito e embebida em um meio com $P^* > 0$.
- ☑ A estrutura da esfera pode ser obtida através de uma das soluções da eq. de Lane–Emden para um polítropo isotérmico.

- ☑ Consideramos a esfera de gás isotérmica (pol. de Lane–Emden), com energias interna e gravitacional dadas por:

$$E_i = c_v MT; \quad E_g = \frac{\theta GM^2}{R} \quad 23$$

- ☑ Para um gás monoatômico, o teorema do Virial pode ser escrito da forma:

$$\zeta E_i + E_g = 4\pi R^3 P_0 \rightarrow P_0 = \frac{c_v MT}{2\pi R^3} - \frac{\theta GM^2}{4\pi R^4} \quad 24$$

- ☑ Em que P_0 representa a pressão externa.

✓ $P_0 > 0 \Rightarrow$ contração

✓ $P_0 < 0 \Rightarrow$ expansão

- ☑ Consideramos a esfera de gás isotérmica (pol. de Lane–Emden), com energias interna e gravitacional dadas por:

$$E_i = c_v MT; \quad E_g = \frac{\theta GM^2}{R} \quad 23$$

- ☑ Para um gás monoatômico, o teorema do Virial pode ser escrito da forma:

$$\zeta E_i + E_g = 4\pi R^3 P_0 \rightarrow P_0 = \frac{c_v MT}{2\pi R^3} - \frac{\theta GM^2}{4\pi R^4} \quad 24$$

- ☑ Em que P_0 representa a pressão externa.

✓ $P_0 > 0 \Rightarrow$ contração

✓ $P_0 < 0 \Rightarrow$ expansão

$\theta = 3(5 - n)$, da ordem de 1, usado para ajustar a distribuição real de gases dentro da estrela.

- ☑ O valor máximo de $P(=P_{crit})$ que impede o colapso é dado por $dP/dR = 0$ ($c_v=3/2$ ($\kappa/\mu m_H$)):

$$R = R_{crit} = \frac{4\theta G\mu m_H M}{9 \kappa T} = \left[\frac{27}{16\pi\theta} \frac{\kappa T}{G\mu m_H \bar{\rho}} \right]^{1/2} \quad 25$$

- ☑ É interessante notar que esse valor é da ordem de λ_J !

$$\lambda_J = \left[\frac{\pi \kappa T}{G\mu m_H \bar{\rho}} \right]^{1/2} \quad 26$$

- ☑ De R e de considerações de estabilidade para o colapso sob a ação da pressão externa, podemos derivar a massa de Jeans:

$$M_J = \frac{4\pi}{3} \bar{\rho} R^3 = \frac{27}{16} \left(\frac{3}{\pi} \right)^{1/2} \left(\frac{\kappa T}{\theta \mu m_H G} \right)^{3/2} \left(\frac{1}{\bar{\rho}} \right)^{1/2} \quad 27$$

$$M_J = 1,1 M_{\odot} \left(\frac{T}{10 \text{ K}} \right)^{3/2} \left(\frac{\rho}{10^{-19} \text{ g.cm}^{-3}} \right)^{-1/2} \quad 28$$

- ☑ As condições de parametrização anteriores (densidade e temperatura) são típicas de nuvens moleculares onde ocorrem colapsos que levam à formação estelar
- ☑ Entretanto, simulações sugerem que, ao se condensar, a nuvem que sofre o colapso se fragmenta em unidades menores, de forma a produzir diversas protoestrelas a partir de um único colapso
- ☑ Fator causador das instabilidades: turbulência!
- ☑ Os fatores numéricos nas eqs. (26) e (27) refletem as diferentes condições de composição química na nuvem.
- ☑ Escalas de tempo relevantes: queda-livre ($t \sim 10^5$ anos) e ajuste térmico ($t \sim 10$ anos) => colapso essencialmente ISOTÉRMICO!

Fragmentação

- ☑ Nuvens moleculares com massas da ordem de $10^{4-5} M_{\text{sol}}$ sofrem ajustes internos devido a processos intensos de turbulência
- ☑ As mesmas ondas de choque que depositam energia no gás da nuvem para evitar o colapso dela como um todo produzem caroços e filamentos que, ao exceder o valor de M_J , sofrem colapso.
- ☑ Processo observado em simulações e através de observação no IV: fragmentação \Rightarrow produção de protoestrelas de massa $M \ll M_{\text{nuvem}}$

- ☑ Embora o processo seja bastante complexo, pode-se mostrar que os mecanismos radiativos durante o colapso definem a massa final dos fragmentos.
- ☑ Em termos gerais, a energia irradiada pela nuvem colapsante é da ordem da energia gravitacional da nuvem

$$E/t \sim GM^2 / R , \text{ sendo } t \sim (G\rho)^{-1/2}$$

29

$$E \sim (3/4\pi)^{1/2} G^{3/2}M^{5/2} / R^{5/2}$$

- ☑ Mas o objeto não pode irradiar mais do que um corpo negro à temperatura do colapso (praticamente isotérmico, como vimos), logo o fluxo radiativo para compensar o aquecimento da nuvem **SEM INTERROMPER O COLAPSO** é dado por

$$B = 4\pi f \sigma T^4 R^2$$

30

- ☑ O colapso isotérmico ocorre quando $B \gg E/t$. Quando temos $B \sim E/t$, o processo torna-se adiabático. Esse é o caso em que

$$M^5 = 64\pi^3/3 (f\sigma)^2 T^8 R^9 / G^3$$

31

- ☑ O limite do colapso ocorre quando a massa $M = M_J$.
- ☑ Usando o valor de R_J para isolar M_J e eliminando ρ , obtemos, a partir do valor de M_J para um colapso esférico:

$$M_J = 0,003 M_{Sol} T^{1/4} / f^{1/2} \text{ (considerando } \mu = 1\text{)}.$$

32

- ☑ f é um fator < 1 , que justifica o fato de que o fluxo radiativo da nuvem pode ser aproximado por uma emissão semelhante a um corpo negro, mas menor do que ele.

- ☑ Fisicamente, o valor da massa de Jeans varia ao longo do colapso, até que a opacidade (causada pelo aumento da densidade) é suficiente para impedir o fluxo radiativo que mantém o colapso!
- ☑ Descobrimos que os colapsos terminam quando as massas são da ordem da massa solar!!!
- ☑ Importante notar que esse resultado é fortemente dependente da composição química, uma vez que elementos mais pesados podem ser resfriadores extremamente eficientes, devido à grande possibilidade de dissipar energia nos muitos níveis espectrais disponíveis para os e^- .

- ☑ Estrelas de pop. III, cuja composição é essencialmente H e H, possuem um processo de resfriamento ineficiente.
- ☑ As menores condensações em uma nuvem colapsante na época da formação das primeiras estrelas é da ordem de $100 M_{\text{Sol}}$.
- ☑ Alguns fatores complicadores não são considerados nessa análise:
 - ✓ Campos magnéticos – dissipadores de energia, via transferência de momento angular, facilitando o colapso.

☑ Estágio para entrar na Sequencia Principal de Idade Zero (SPIZ):

- ✓ A acreção contínua no caroço → temperature varia de ~ 100 K para mais de 2000 K → dissociação do H^2 .
- ✓ Absorção de energia → γ_{ad} cresce → eq. hidrostático instável novamente → NOVO COLAPSO!
- ✓ Formação de um segundo caroço, mais interno, estável.

☑ Valores típicos para o caroço:

- ✓ $R \sim 1,3 R_{sol}$
- ✓ $M \sim 1,5 \times 10^{-3} M_{sol}$
- ✓ $\rho_{cen} \sim 1,2 \times 10^{-2} \text{ g.cm}^{-3}$
- ✓ $T_{cen} \sim 2 \times 10^4 \text{ K}$

☑ Etapas para entrar na SPIZ:

- ✓ 1) col. isotérmico: $t_{ff} \ll t_{KH}$
- ✓ 2) col. adiabático: $t_{acr} \ll t_{KH}$
- ✓ Ignição: qdo $t_{acr} > t_{KH}$ e o caroço se ajusta termicamente → não há mais evolução adiabática.



A formação protoestelar

- ☑ Transição do regime linear para o não-linear.
- ☑ Após o início do processo, o colapso gravitacional varia com $1/r^2$, enquanto a pressão restauradora varia com $1/r$.
- ☑ Solução inicial do colapso via eq. de movimento para uma esfera colapsando em queda livre (desprezando P).
- ☑ Colapso homólogo: r/r_0 e $(1/r_0)dr/dt$ são os mesmos para todas as camadas num dado instante t .
- ☑ Tempo de colapso (queda livre) é

$$t_{\text{ff}} = (3\pi/32G\rho_0)^{1/2}$$

✓ Para $\rho_0 = 4 \times 10^{-23} \text{ g.cm}^{-3}$ (material interestelar), $t_{\text{ff}} \sim 10^7$ anos

✓ Para $\rho_0 = 4 \times 10^{-19} \text{ g.cm}^{-3}$ (caroço protoestelar), $t_{\text{ff}} \sim 10^5$ anos

- ☑ Interrupção: à medida que o colapso evolui, a pressão “aparece” (gás torna-se opaco) e a temperatura cresce.
- ☑ Aproximação de queda livre é abandonada, quando a pressão passa a contrabalançar o processo de colapso
- ☑ A interrupção do colapso ocorre de dentro para fora da protoestrela (densidade maior no centro => maior opacidade)
- ☑ Cenário usual:
 - ✓ Caroço central em equilíbrio hidrostático
 - ✓ Envelope ainda em queda livre!!
- ☑ Nesse caso, o fluxo de material caindo radialmente no caroço é dado por

$$dM/dt = 4\pi r^2 \rho v$$

- ☑ Protoestrelas compactas
- ☑ $E_{\text{cin}} \Rightarrow E_{\text{ter}}$. Parte aquece o núcleo, parte é irradiada. Se ignoramos a parte que é usada para aquecer o núcleo, a perda por radiação é dada por:

$$L_{\text{acr}} = \frac{1}{2} v_{\text{ff}}^2(r) \dot{M} = \frac{1}{4} \frac{GM}{r} \dot{M}$$

41

- ☑ A velocidade da matéria caindo, da nuvem externa, sobre o núcleo é a vel. de queda livre:

$$v_{\text{ff}}(r) = \frac{1}{2} \left(\frac{GM}{r} \right)^{1/2}$$

42

- ☑ Como consideramos M constante para v_{ff} , a solução acima só vale para

$$t_{\text{acr}} = \frac{M}{\dot{M}} \gg t_{\text{ff}}$$

43

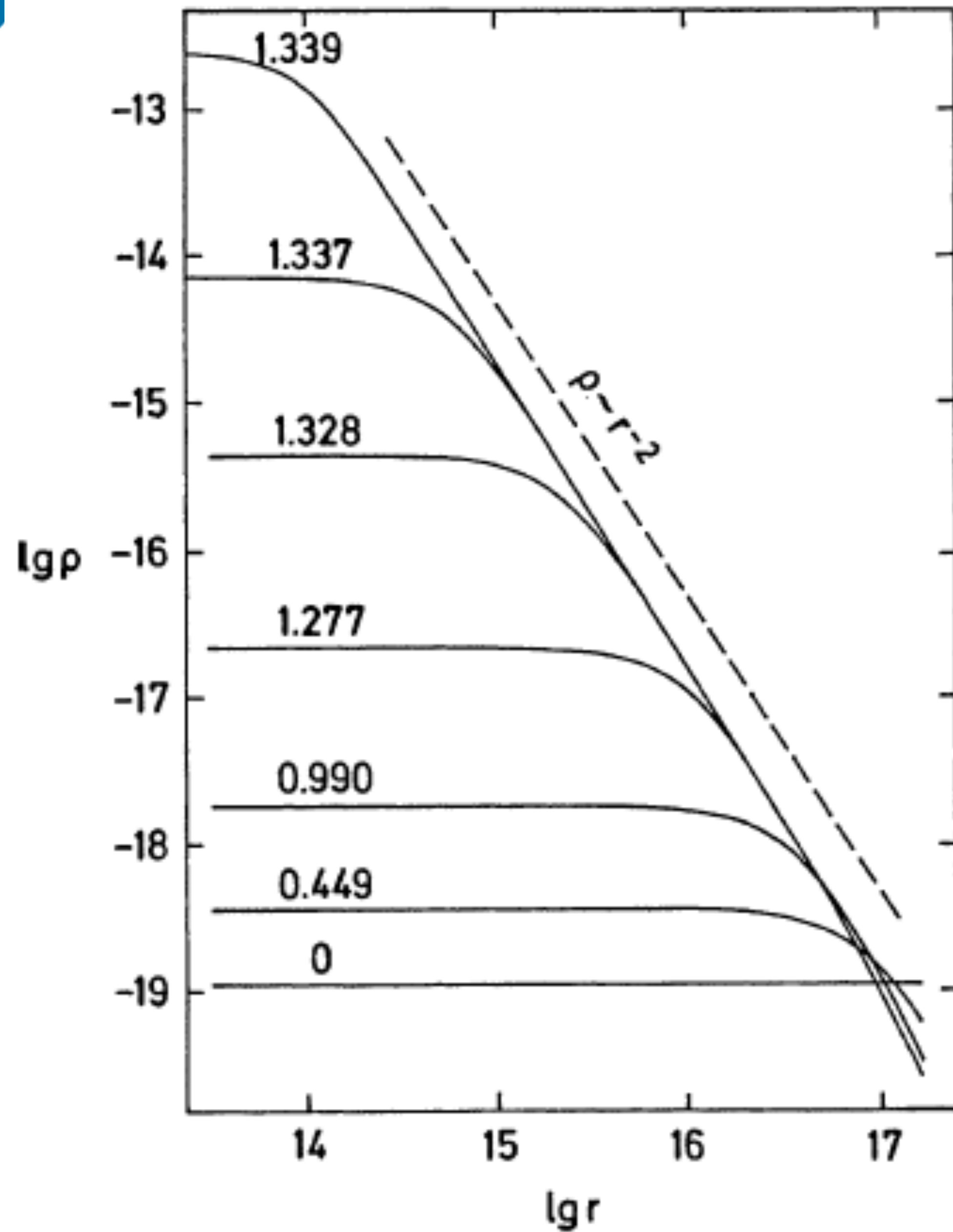
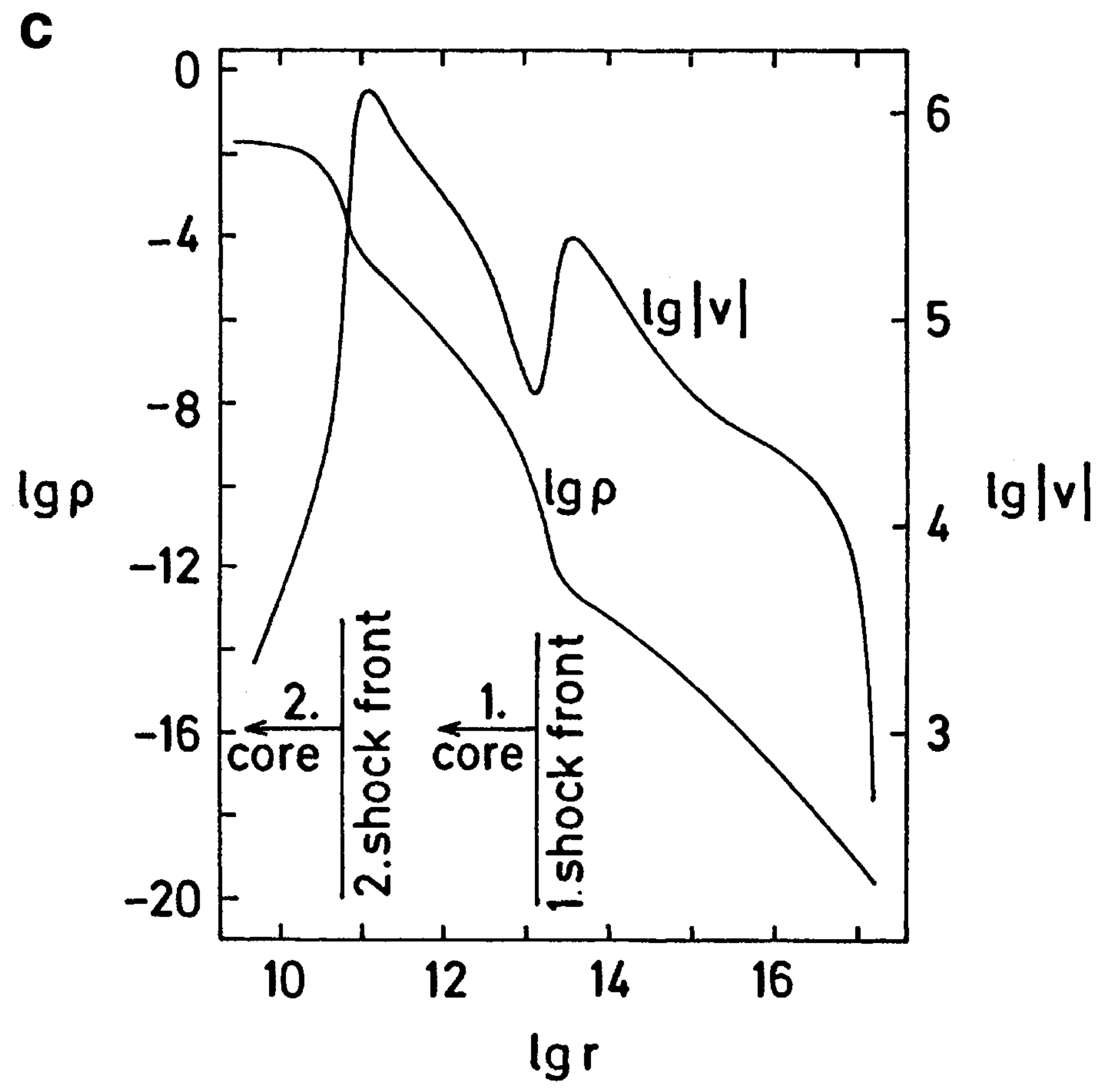
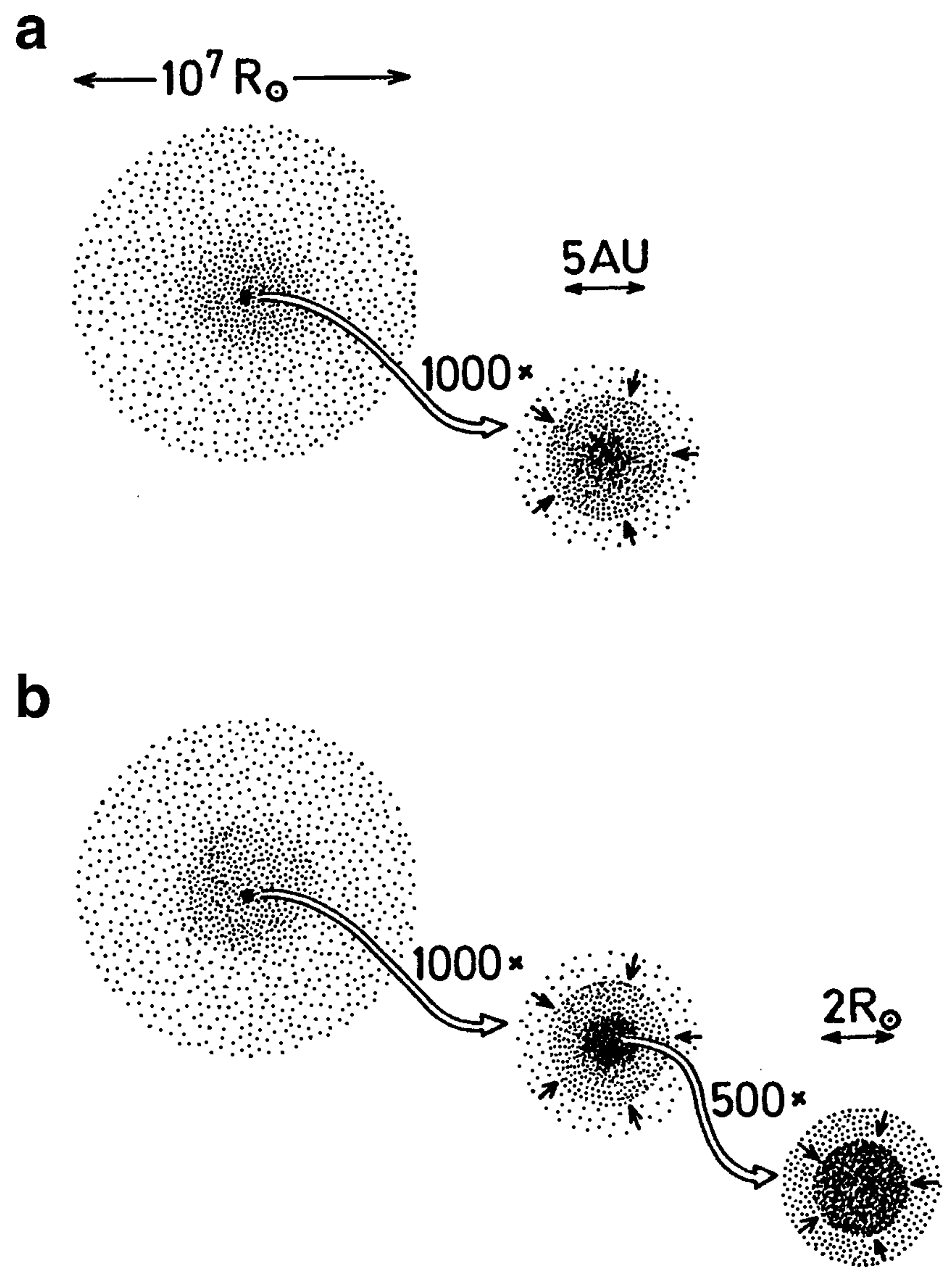
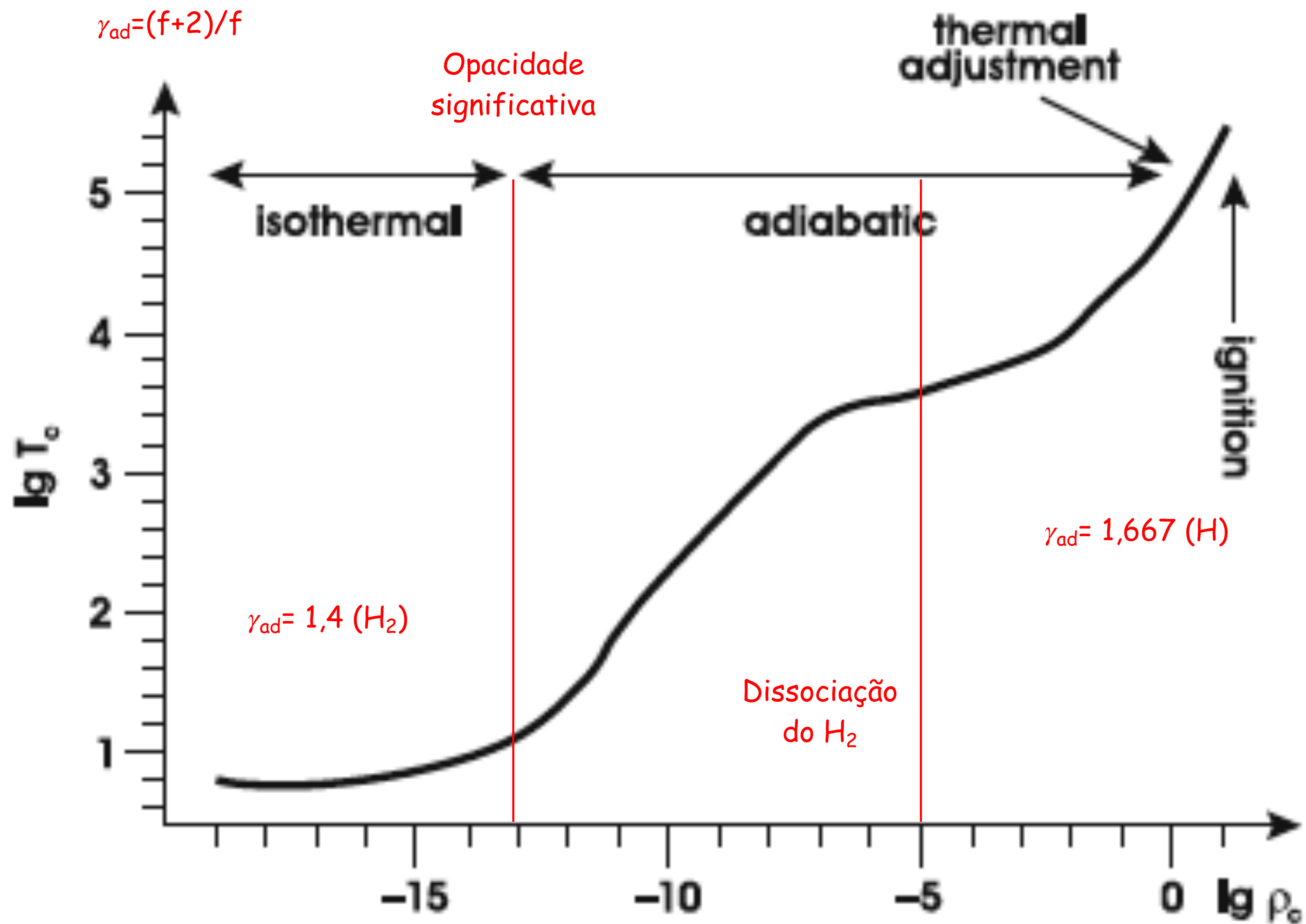


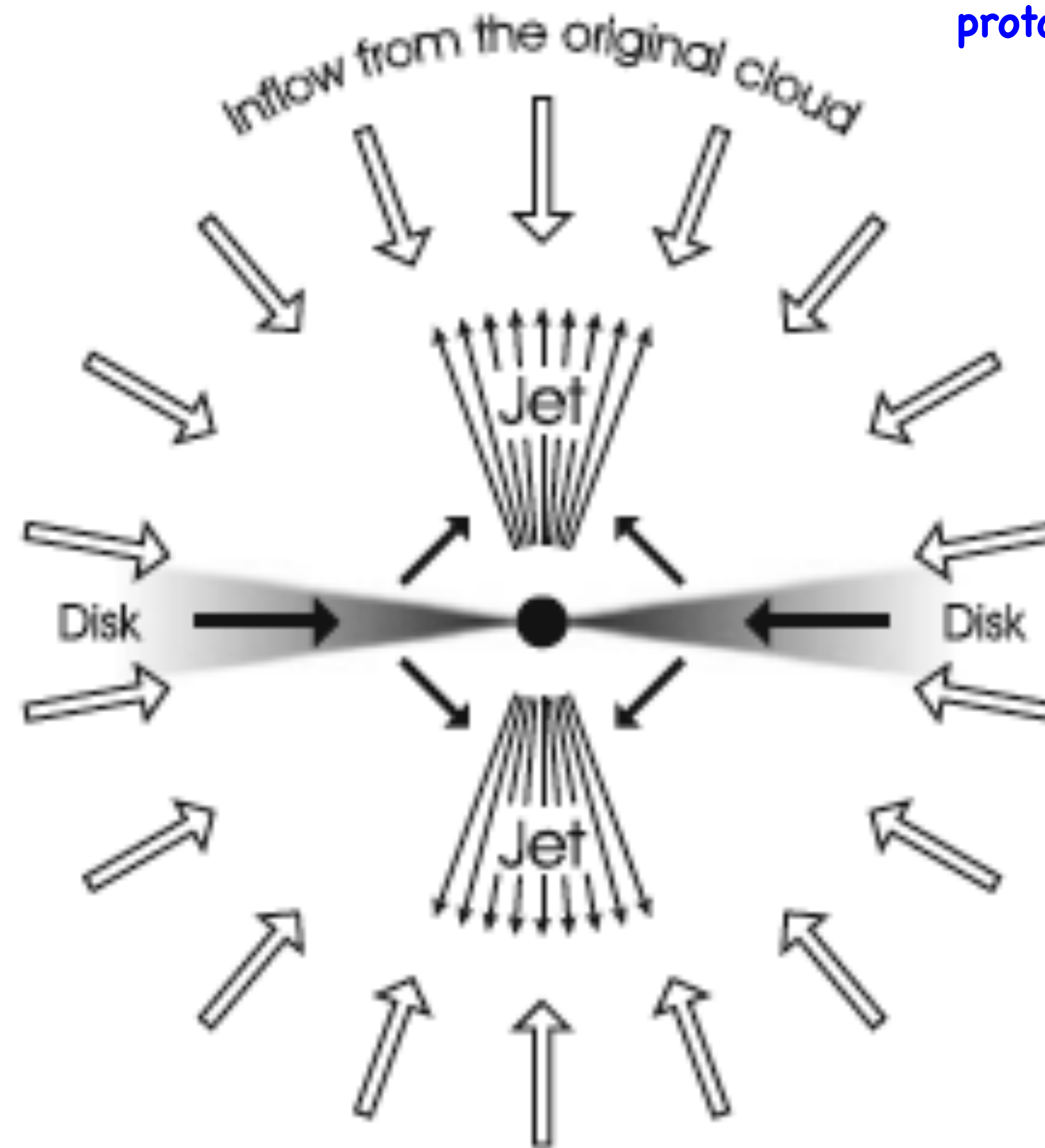
Fig. 27.1 The density ρ (in g cm^{-3}) against the distance from the centre r (in cm) in a collapsing cloud. The density distribution is shown by *solid lines* for different times (labels in 10^{13} s after the onset of the collapse). Regions with homologous changes remain homogeneous ($\partial \rho / \partial r = 0$); regions in free fall approach a distribution with $\rho \sim r^{-2}$ (i.e. a slope indicated by the *dashed line*) (After Larson 1969)

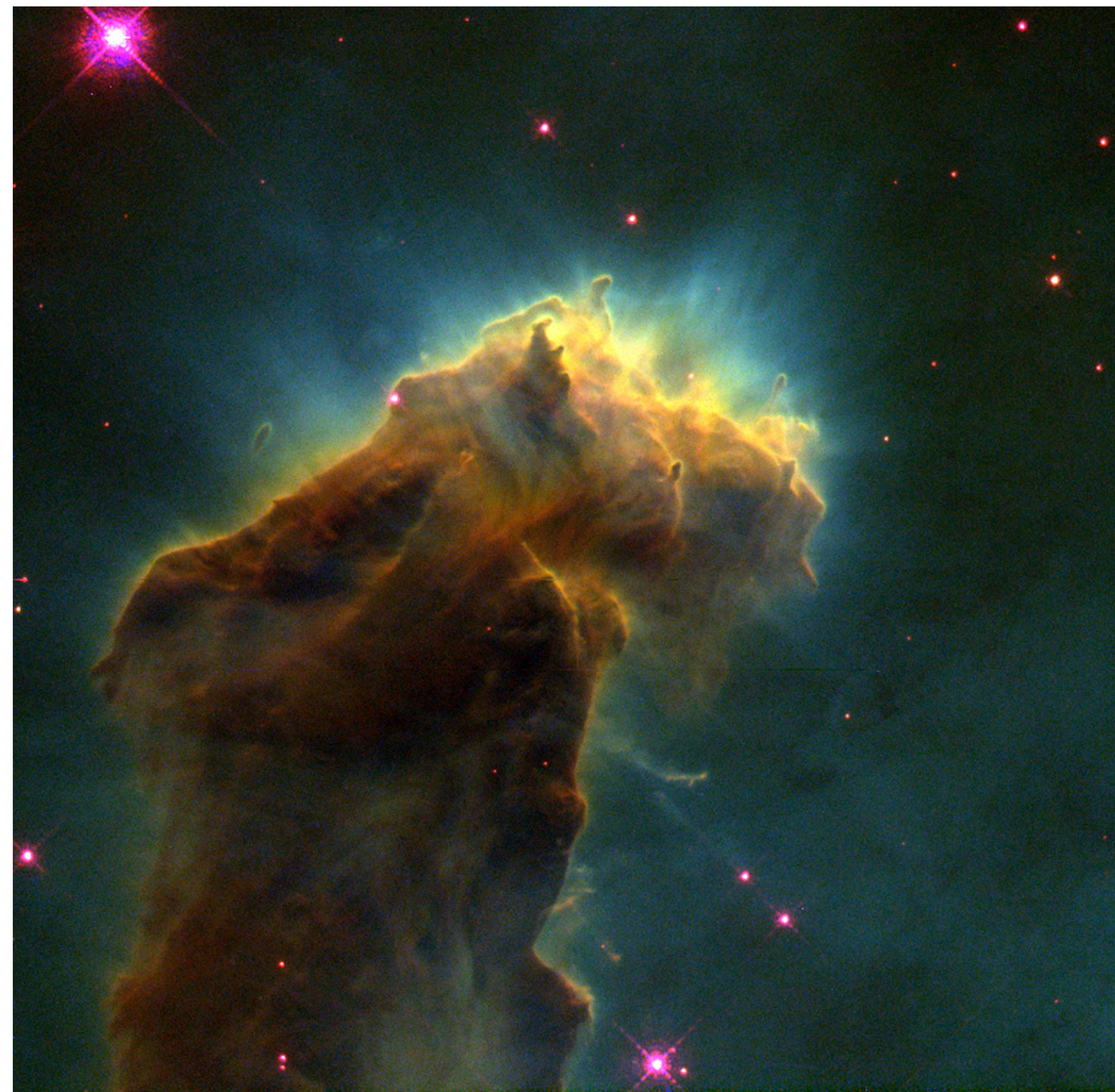
- ☑ Evolução de uma nuvem homogênea de uma massa solar
- ☑ Composição química: $X = 0,651$, $Y = 0,324$ e $Z = 0,025$.
- ☑ Eqs. de continuidade, movimento, geração de energia e luminosidade.
- ☑ Vários elementos causadores de opacidade (grãos de poeira, moléculas)



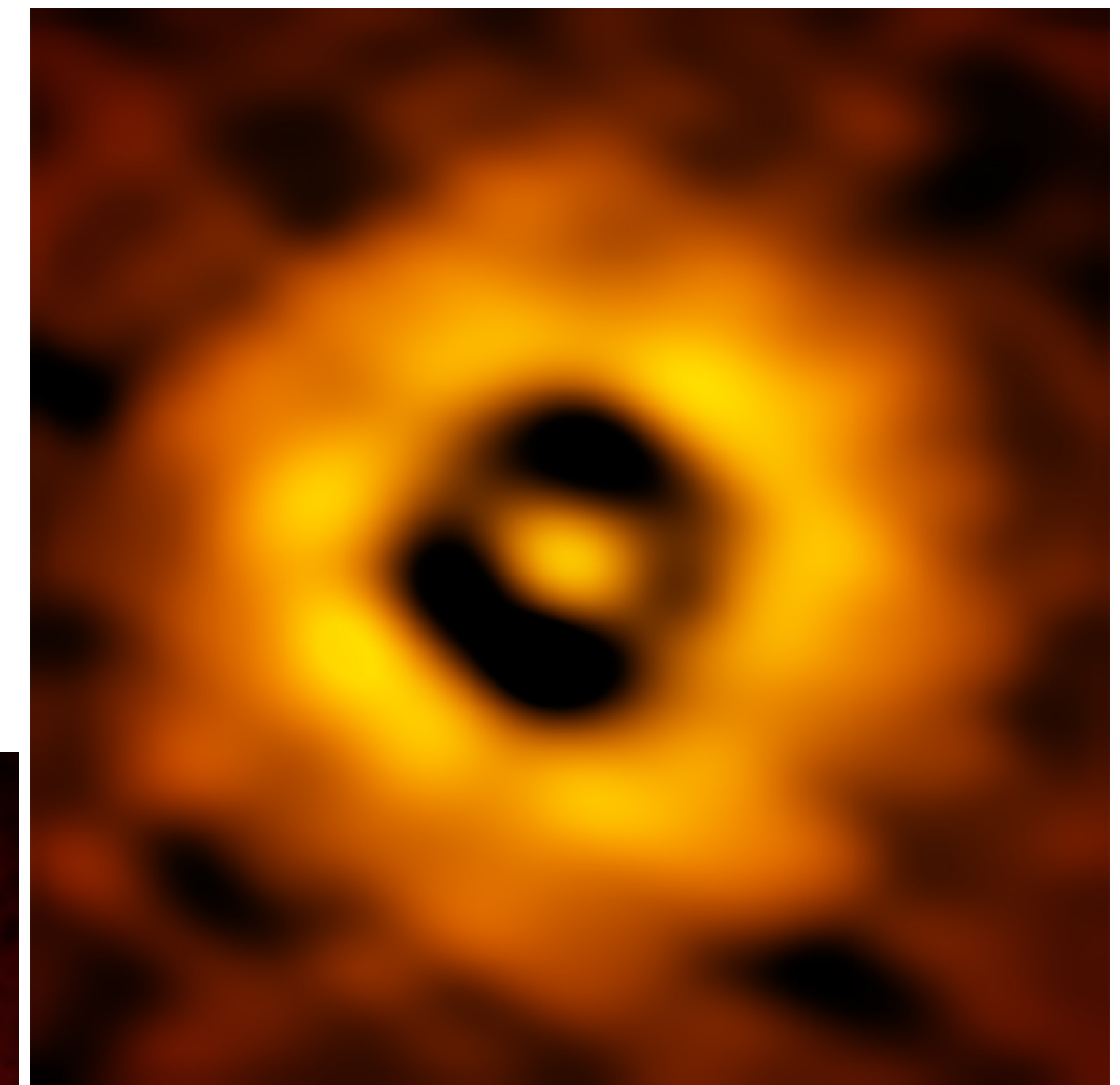
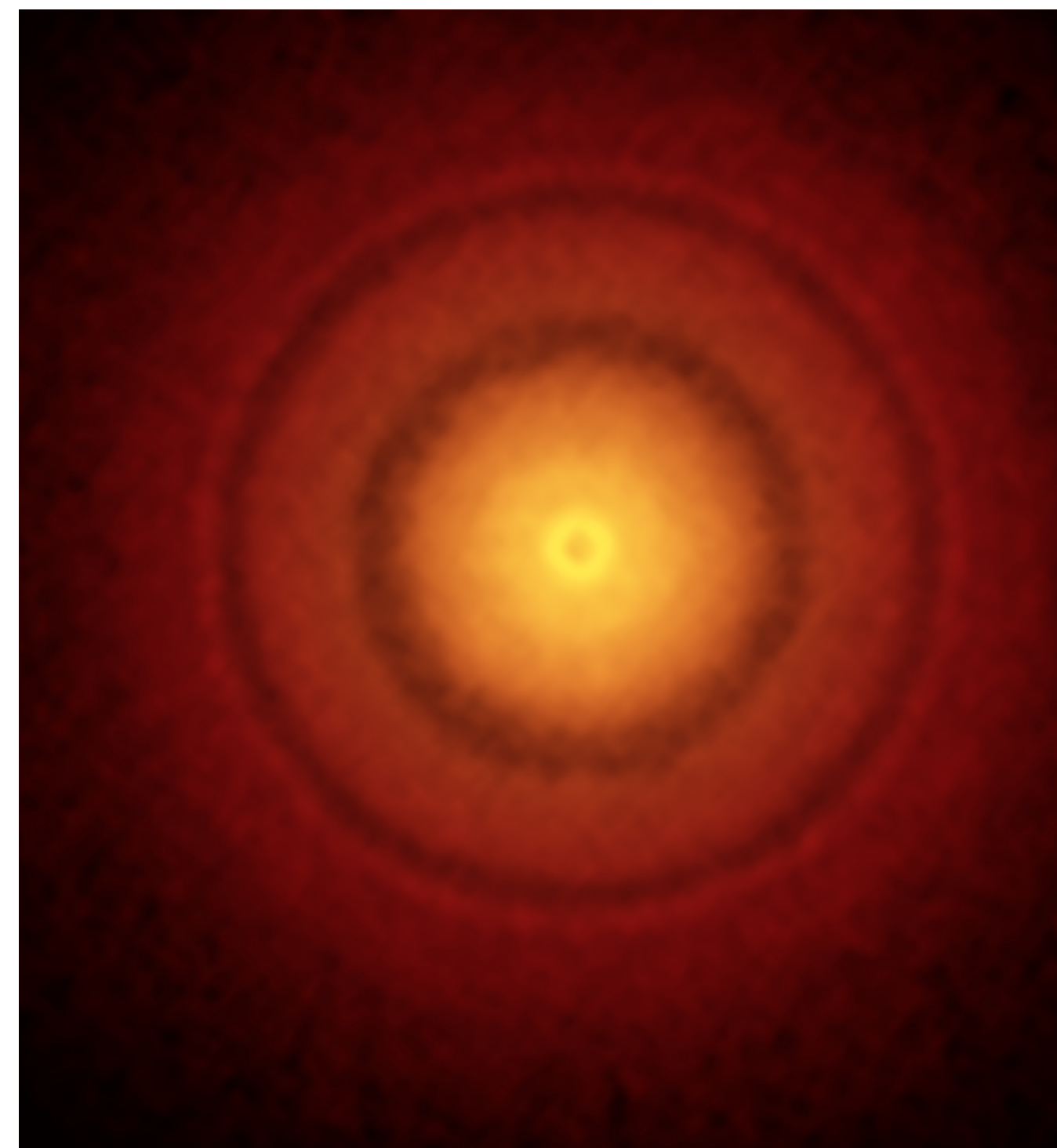
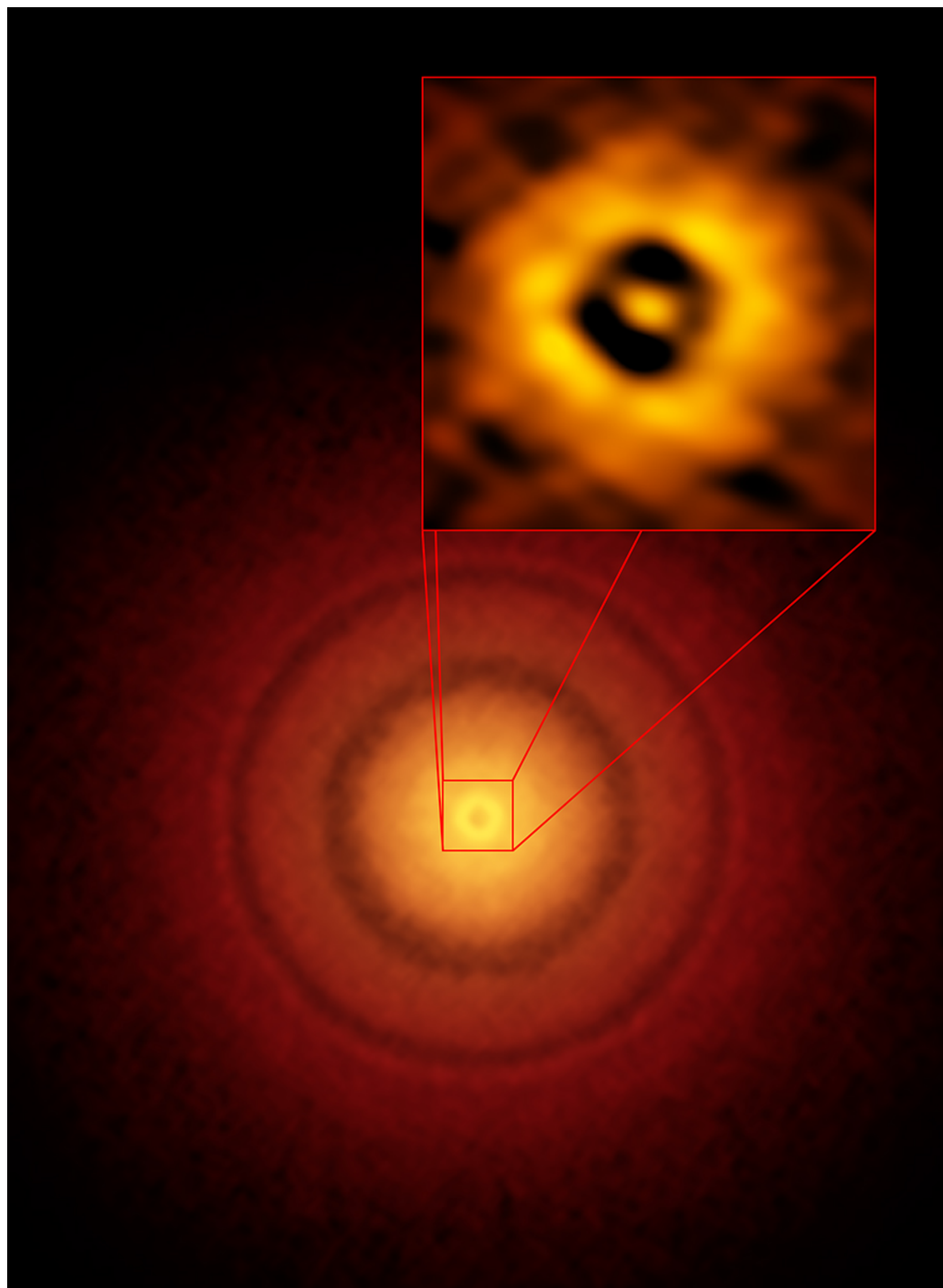


- ❑ Fluxo de massa protoestelar o diagrama representa um fator não levado em conta nos cálculos anteriores: a transferência de momento angular
- ❑ O fato de que campos magnéticos definem uma direção de movimentação da matéria não neutra e a necessidade de transferir energia de dentro para fora levam à criação de um disco de acreção em torno na protoestrela
- ❑ O resíduo desse disco provavelmente é o responsável pela formação de sistemas planetários



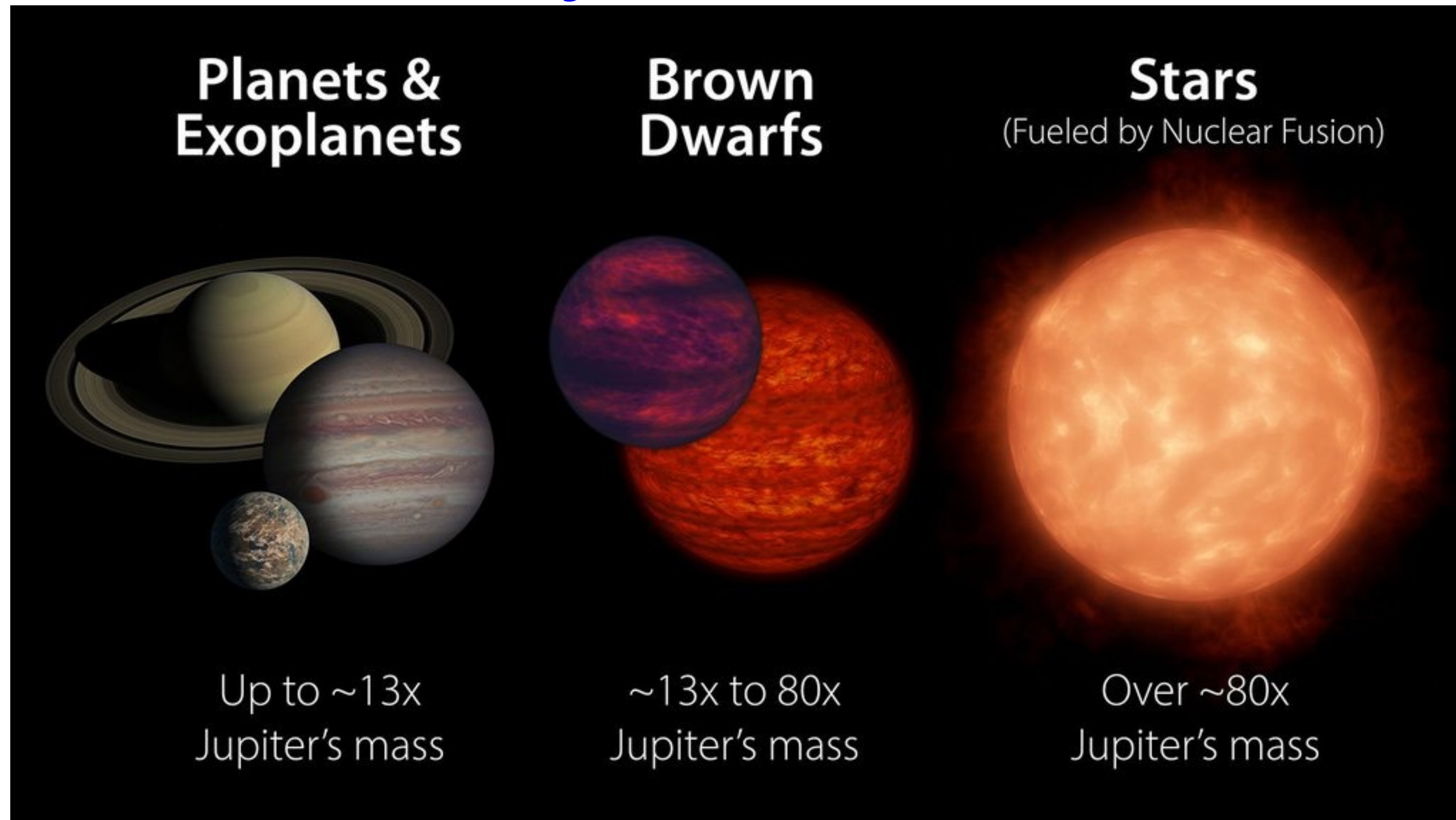


TW Hydrae, região próxima ao Sistema Solar (cerca de 175 anos-luz), com uma estrela "recém-nascida" (cerca de 10 milhões de anos)



<https://www.almaobservatory.org/en/press-releases/almas-best-image-of-a-protoplanetary-disk/>

A diferença entre os objetos...



Fonte: <https://www.jpl.nasa.gov/news/an-accidental-discovery-hints-at-a-hidden-population-of-cosmic-objects>



A linha de Hayashi

- ☑ Locus no diagrama HR das estrelas totalmente convectivas, para um dado conjunto de massas e composição química
- ☑ Transporte de energia do núcleo até a fotosfera é convectivo. **Caso "limite"!**
- ☑ Delimita a região permitida (à esquerda) no diagrama HR para todas as estrelas com esses parâmetros, **desde que** elas estejam em equilíbrio hidrostático e com o processo convectivo ajustado (definido pela teoria do comprimento de mistura)



✓ Descrição simplificada => solução analítica (polítropo)

✓ Suposição básica

$$\frac{d(\ln T)}{d(\ln P)} = \nabla_{ad} = 0,4$$

33

✓ Introduz erros na estratificação P-T...

✓ Relação P - T para o interior é dada por

$$P = C T^{1+n}$$

34

✓ $C = K^{-n} (\kappa/m_H)^{1+n}$ (lembrem da const. politrópica?)

$$n = \frac{1}{\nabla_{ad} - 1} = \frac{3}{2}$$

35

- ☑ Solução aproximada para o interior ($n=3/2$)

$$\log T = 0,4 \log P + 0,4 \left(\frac{3}{2} \log R + \frac{1}{2} \log M - \log C' \right)$$

36

- ☑ Cada valor de M e μ definem uma linha no diagrama $\log P - \log T$, dada por R constante e C' dependente de R e n
- ☑ A solução aproximadas para a atmosfera é:

$$(a + 1) \log P_0 = \log M - 2,5 \log R - b \log T_{eff} + const$$

37

- ☑ A combinação das 2 equações acima resulta em

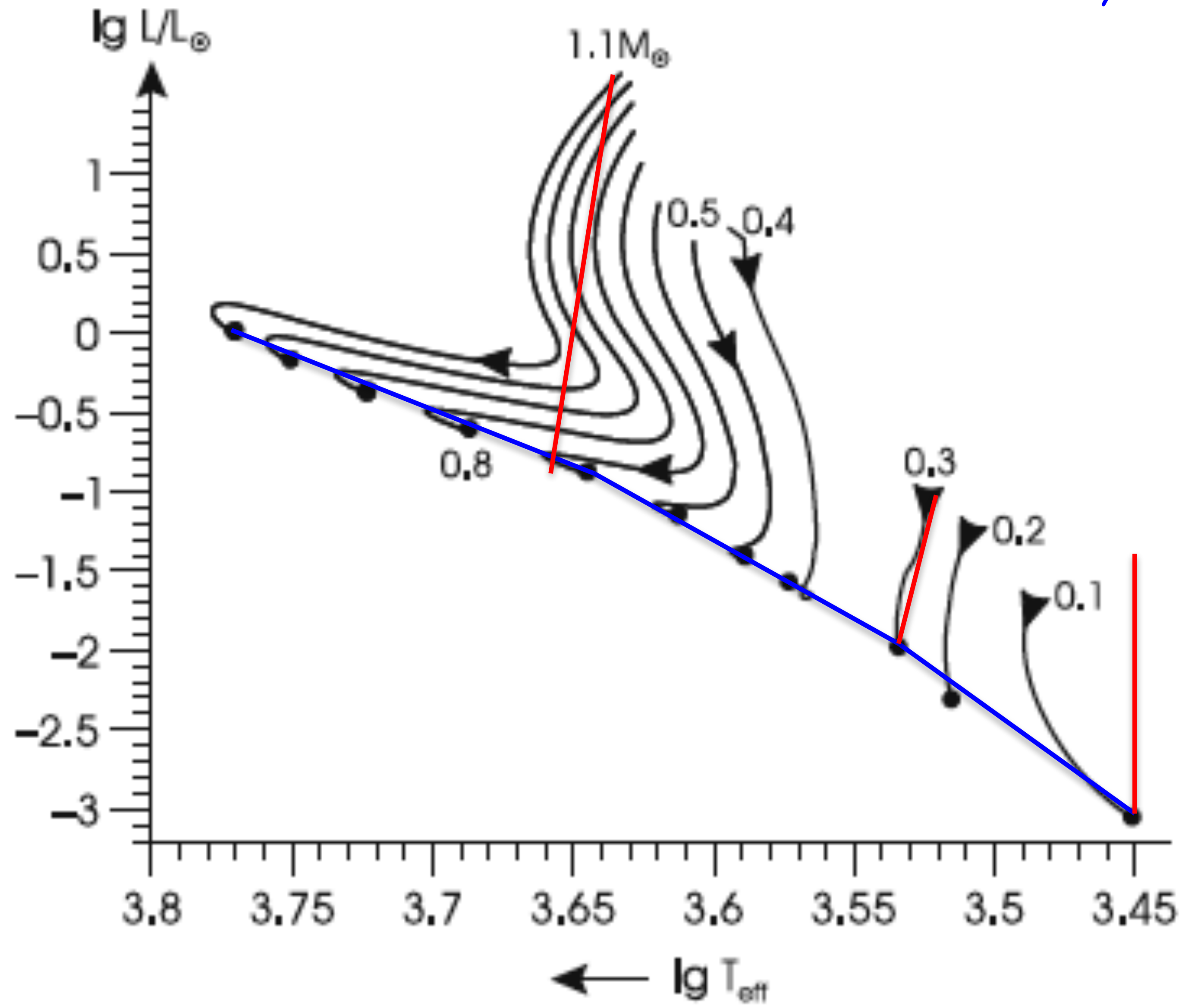
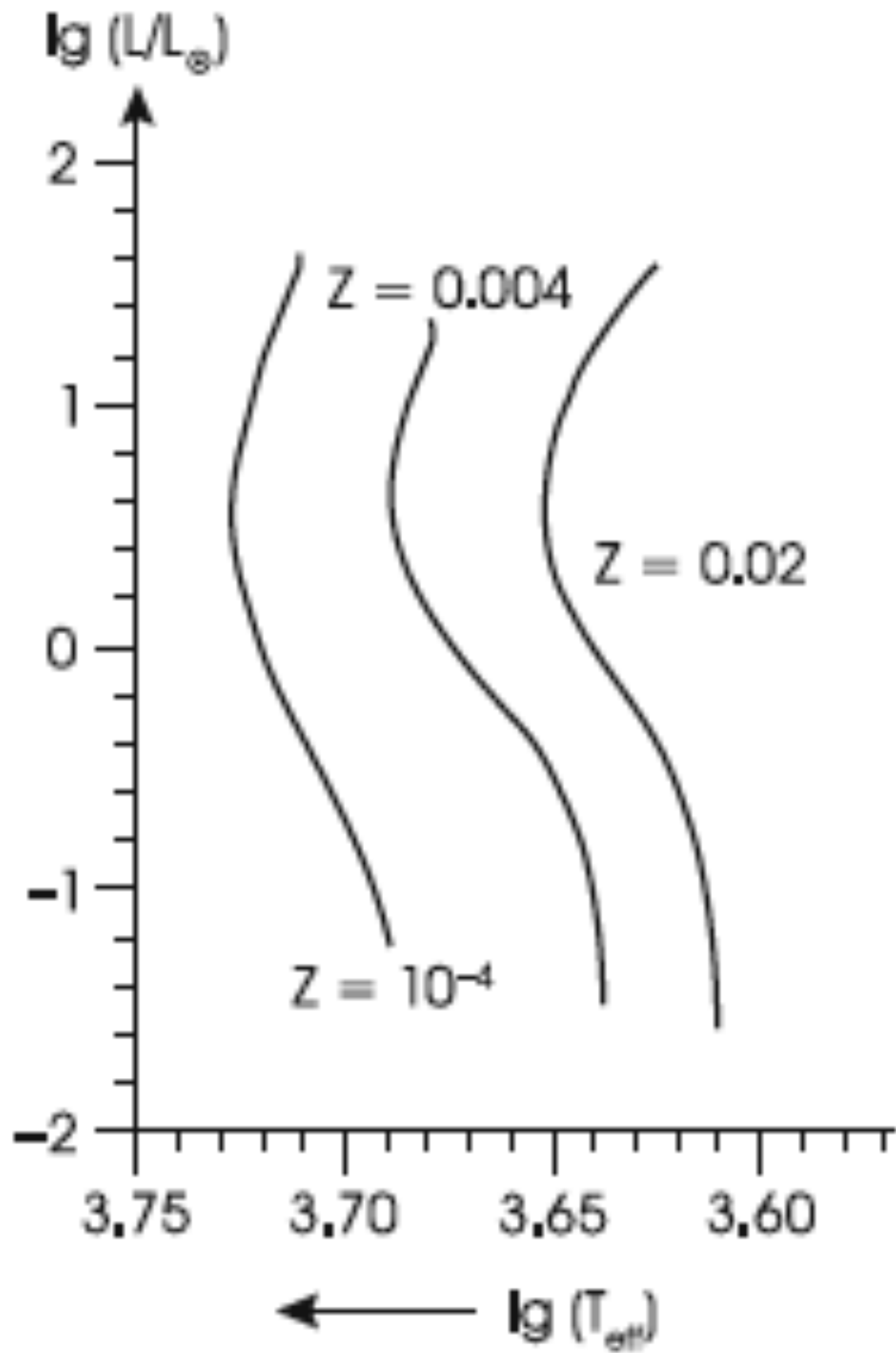
$$\log T_{eff} = A \log L + B \log M + const$$

$$A = \frac{0,75a - 0,25}{b + 5,5a + 1,5}$$

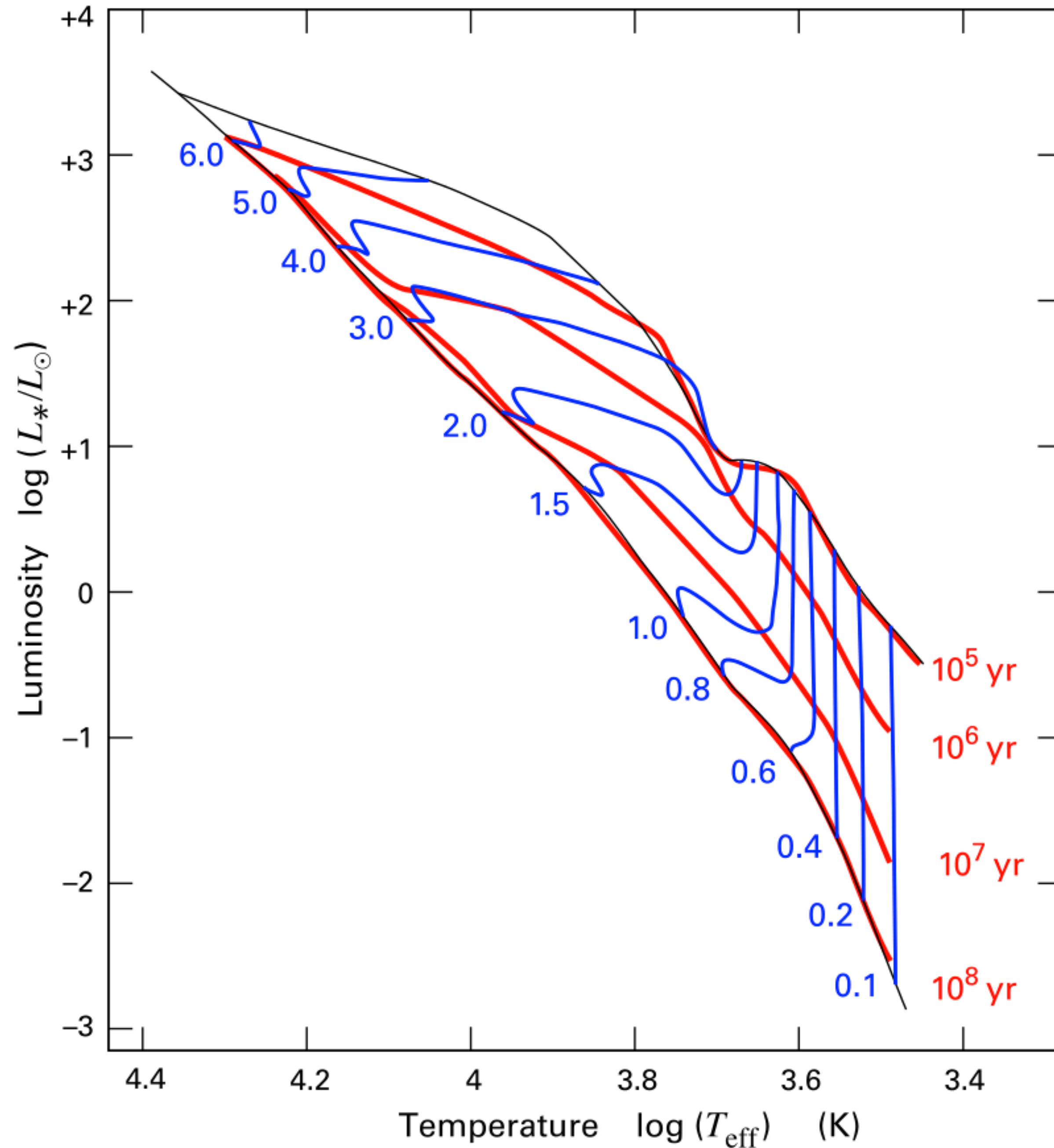
$$B = \frac{0,5a + 1,5}{b + 5,5a + 1,5}$$

38

- ☑ Análise da eq. para T_{eff} indica que
 - ✓ LH deve ser bastante inclinada (quase vertical)
 - ✓ LH deve deslocar-se para a esquerda do diagrama HR para massas maiores
 - ✓ LH deve localizar-se bem à direita do diagrama HR ($T_{\text{eff}} < 5 \times 10^3 \text{ K}$)
- ☑ Aproximações principais para a dedução da LH
 - ✓ Desprezar a depressão de ∇_{ad} nas zonas de ionização e ignorar convecção super-adiabática



$M=1 M_{\text{Sol}}, Y=0,245, \text{ diferentes } Z$

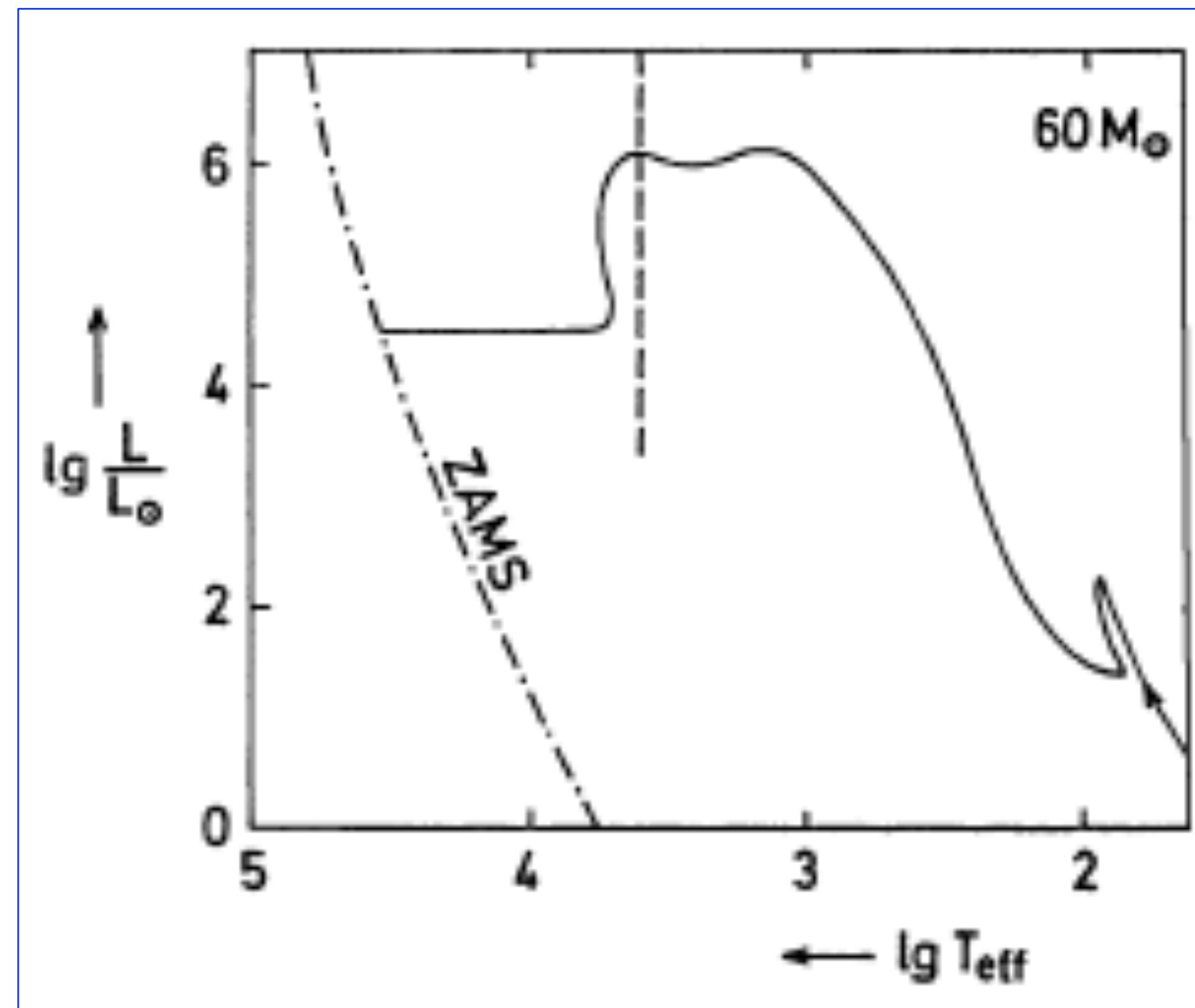
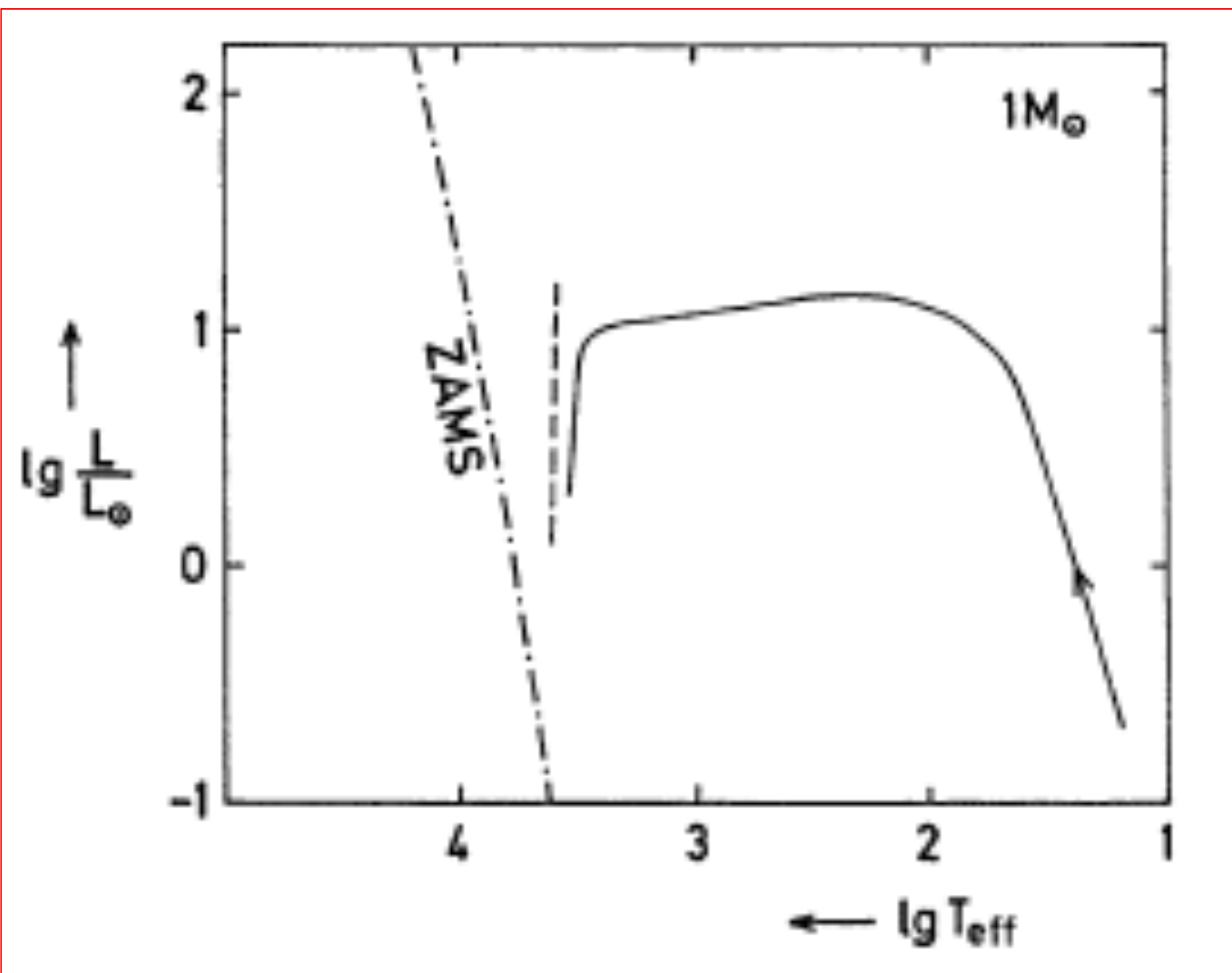


☑ Fase pré-SP

- ✓ As linhas azuis mostram a evolução para o diagrama HR (vertical - trajetórias de Hayashi)
- ✓ As linhas vermelhas são isócronas que interceptam as azuis em diferentes momentos da vida da protoestrela
- ✓ Estrelas com $M > 2 M_{\text{Sol}}$ praticamente não passam pela trajetória vertical!!!!

Para um observador externo, a nuvem em colapso permanece visível somente no IV, enquanto o envelope for opaco à radiação no visível.

$M = 1 M_{sol}$: acreção termina bem antes da temperatura central para a ignição do H ser atingida.



Entrada na SP

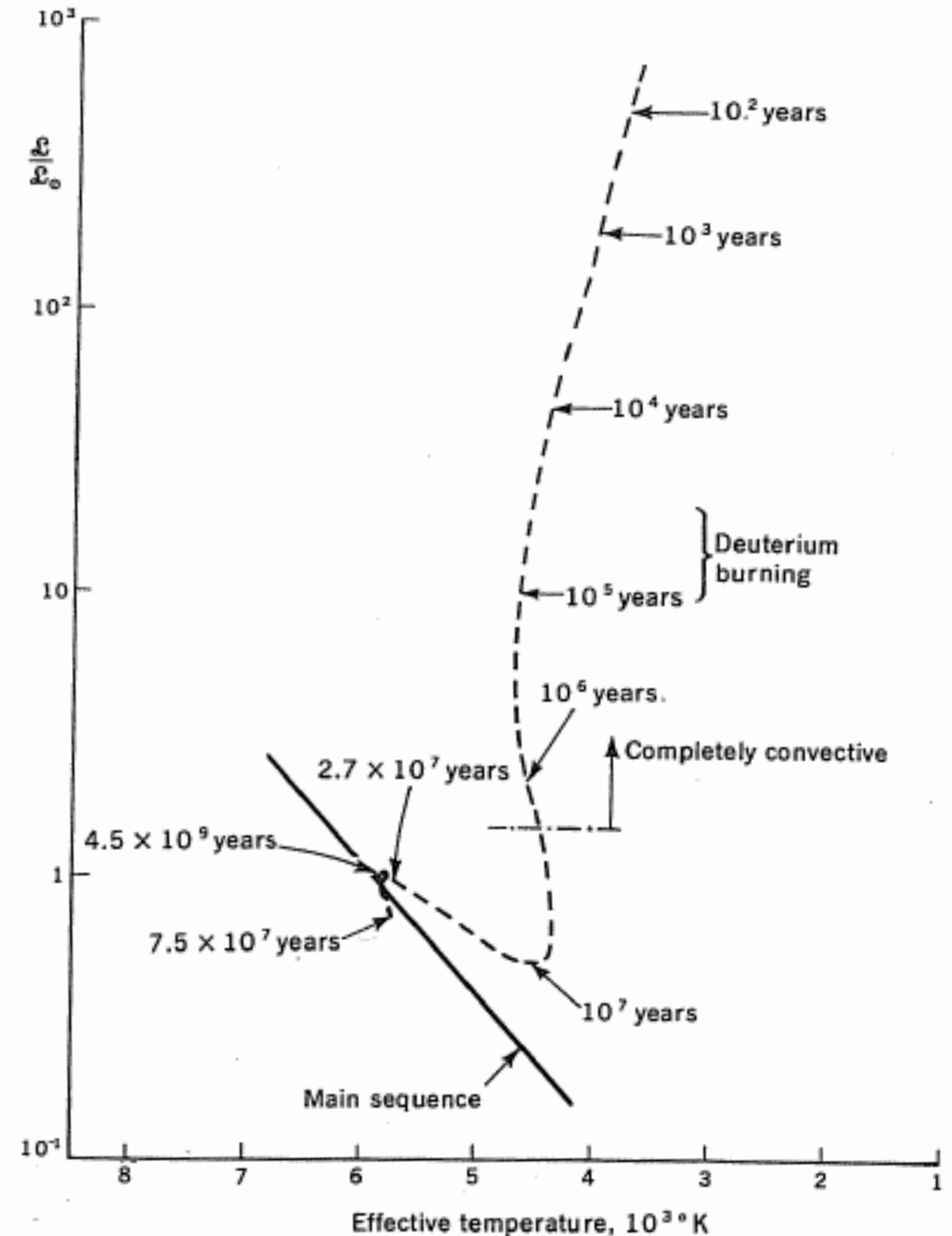
- $M = 60 M_{sol}$: acreção continua após o início da queima de H (mas ela é visível somente no IV, devido à opacidade da nuvem externa).
- Quando ela "desacopla" da nuvem, parte do H já foi consumido e ela já passou da SPIZ.

Ref.: Kippenhahn, Weigert, Weiss (2012)

Contração pré-SP

- ❑ Os casos estudados até agora abordam nuvens em contração que vão se tornar estrelas individuais – “caso clássico”!
- ❑ Na realidade, estrelas se formam em aglomerados, muitas ao mesmo tempo, resultado do colapso de muitas regiões condensadas dentro de uma nuvem molecular gigante.
- ❑ Processo é resultado, além do colapso gravitacional, da interação (bastante complexa) entre campos magnéticos, turbulência e rotação.
- ❑ Extinção da acreção → gradiente de temperatura → envelope convectivo → processo se estende até o centro.
- ❑ Transição de protoestrela para estrela normal em eq. hidrostático, mas ainda não em equilíbrio térmico.
- ❑ Descrição adequada desse processo pode ser feita via contração homóloga.
- ❑ Mudanças definidas principalmente pelo comportamento da equação de estado (particularmente aplicada ao centro da estrela).

- Sequência evolutiva do Sol, da fase protoestelar até entrar na SP.
- O interior atinge a temperatura suficiente para queimar Deutério em $t=10^5$ anos.
- A contração é interrompida perto da SP, quando a temperatura é suficiente para o início da fusão de H.



Fonte: Principles of Stellar Evolution and Nucleosynthesis (D.D. Clayton), cap. 5)

. 28.1 The vector field given by (28.1) in a diagram showing the temperature T (in K) over the density ρ / μ_e (in g cm^3). The arrows indicate the direction in which the centre of a homogeneously contracting star would evolve. In the upper-left part the equation of state is that of an ideal gas, and therefore the arrows have a slope of $1/3$.

The thin solid line at which the degeneracy parameter $\psi = 0$ indicates roughly the transition from the ideal gas to degeneracy of the electrons. The critical line along which $\alpha = 3/4$ is dot-dashed. On this curve the arrows point horizontally while below it the arrows point downwards

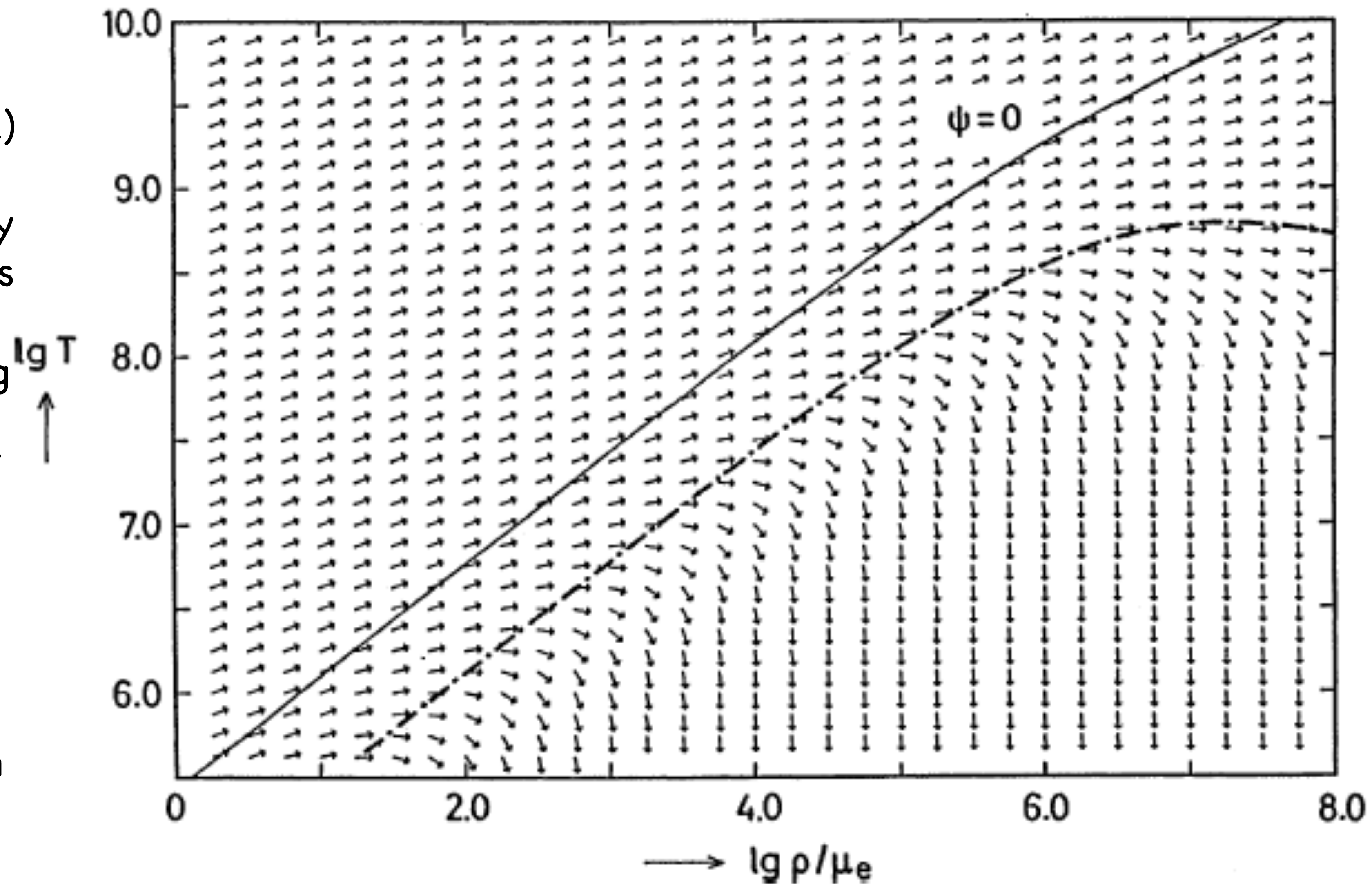
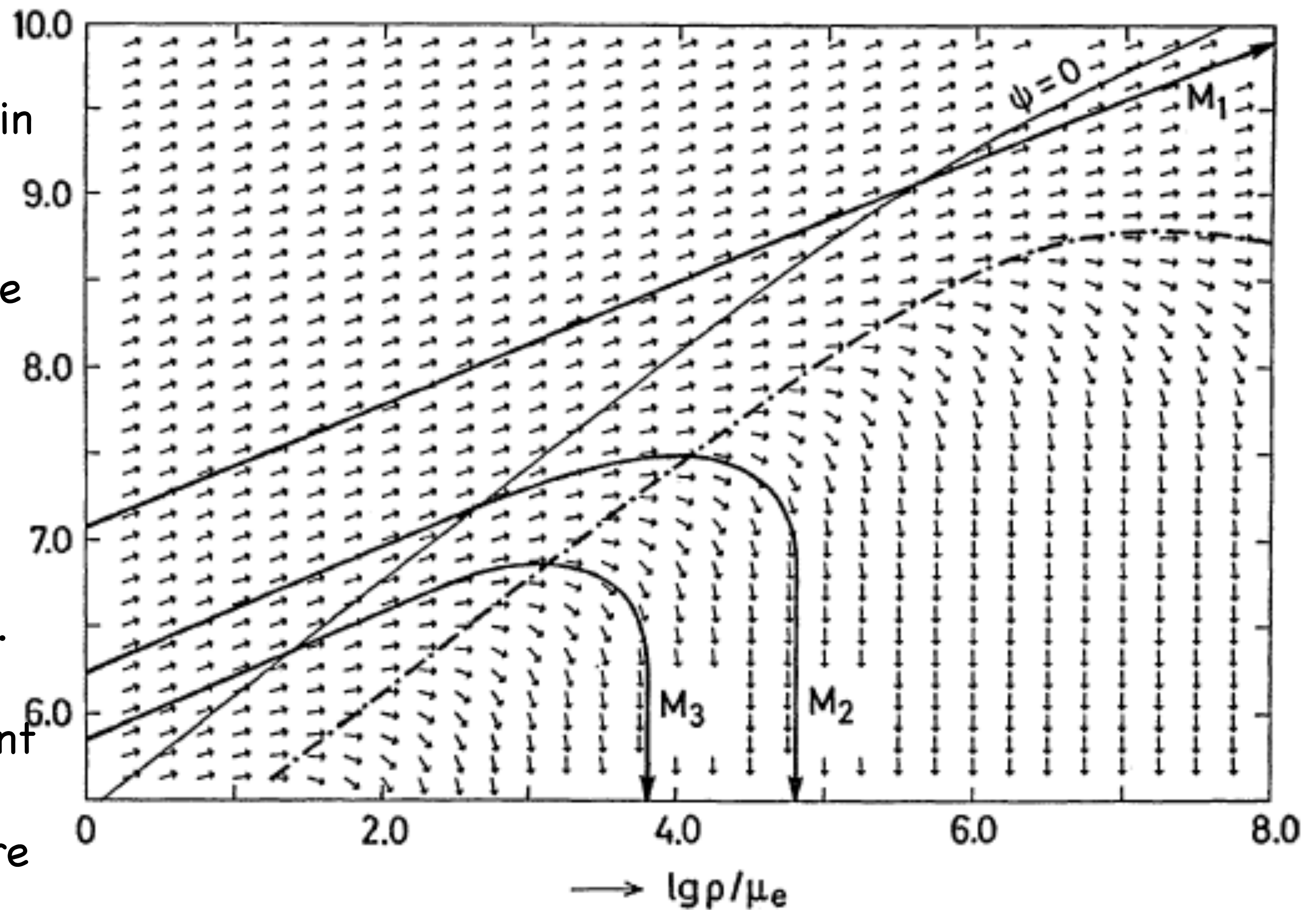


Fig. 28.2 Temperature T (in K) over density $\rho = e$ (in g cm^3) with the vector field and the lines $D=0$ and $D=3=4$ as in Fig. 28.1. The heavy lines give the “evolutionary tracks” of the centres of three homologously contracting stars of different masses.

Mass M_1 is so large that the evolution is not remarkably influenced by degeneracy, and the centre continuously heats up during contraction.

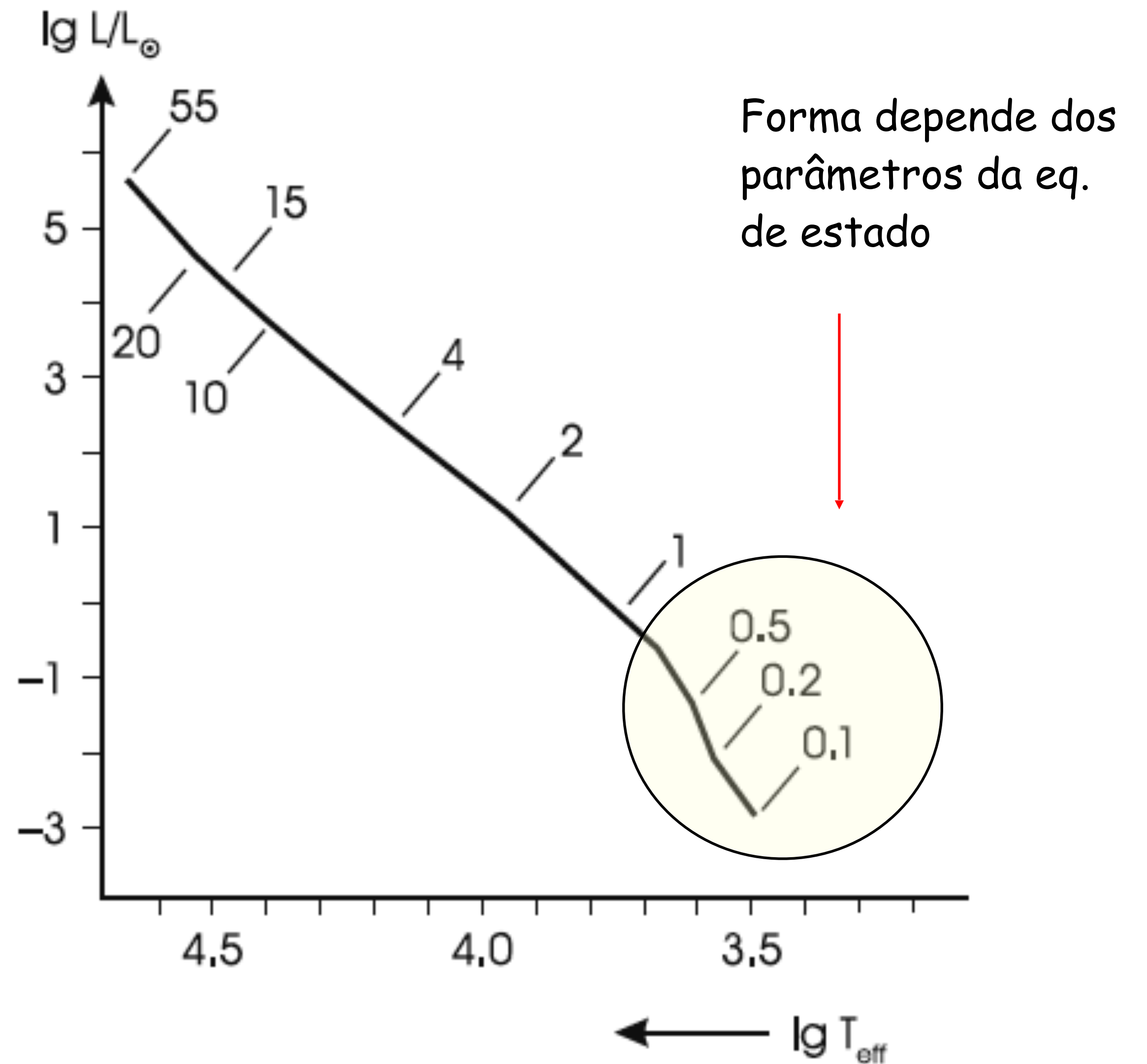
For mass $M_2 < M_1$ degeneracy becomes important in the centre, and consequently a homologous contraction cannot bring the central temperature above a few 10^7 K (which is not sufficient to start helium burning).

Mass $M_3 < M_2$ while contracting will start to cool off even before the temperature of hydrogen burning is reached



A Seq. Principal de Idade Zero

- ☑ Locus dos modelos que descrevem estrelas muito jovens, que iniciaram o processo de reações nucleares (fusão de H no núcleo)
- ✓ Composição química homogênea (em relação ao raio)
- ✓ Início do ciclo PP (e, para estrelas massivas, do CNO)
- ✓ "Certidão de nascimento" das estrelas - idades contadas a partir da entrada na SP
- ✓ Resultado de modelos de evolução estelar
- ✓ equilíbrio hidrostático (térmico e mecânico)



Valores para a superfície

☑ $R \sim M^\xi$

$0,56 \leq \xi \leq 0,79$

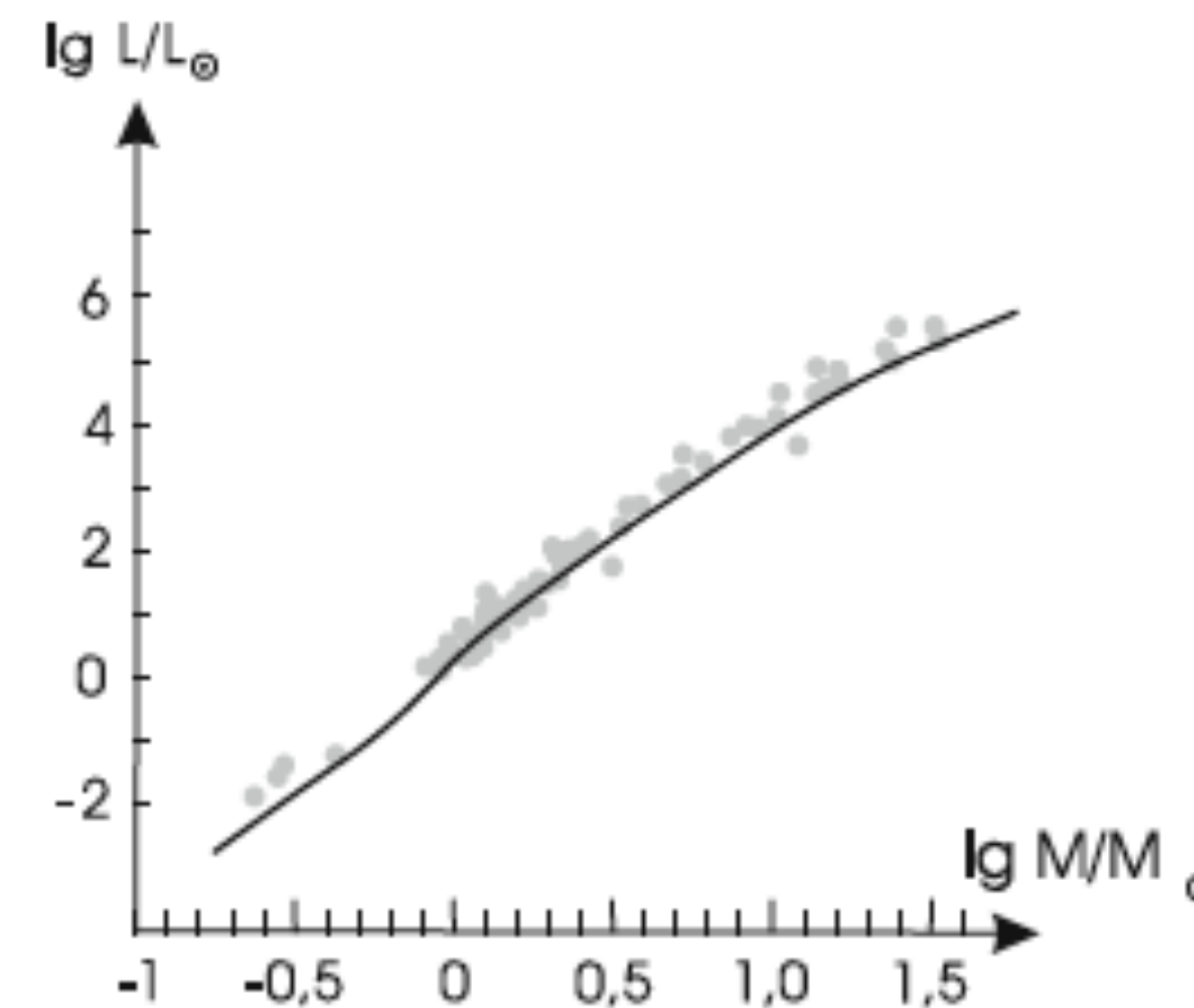
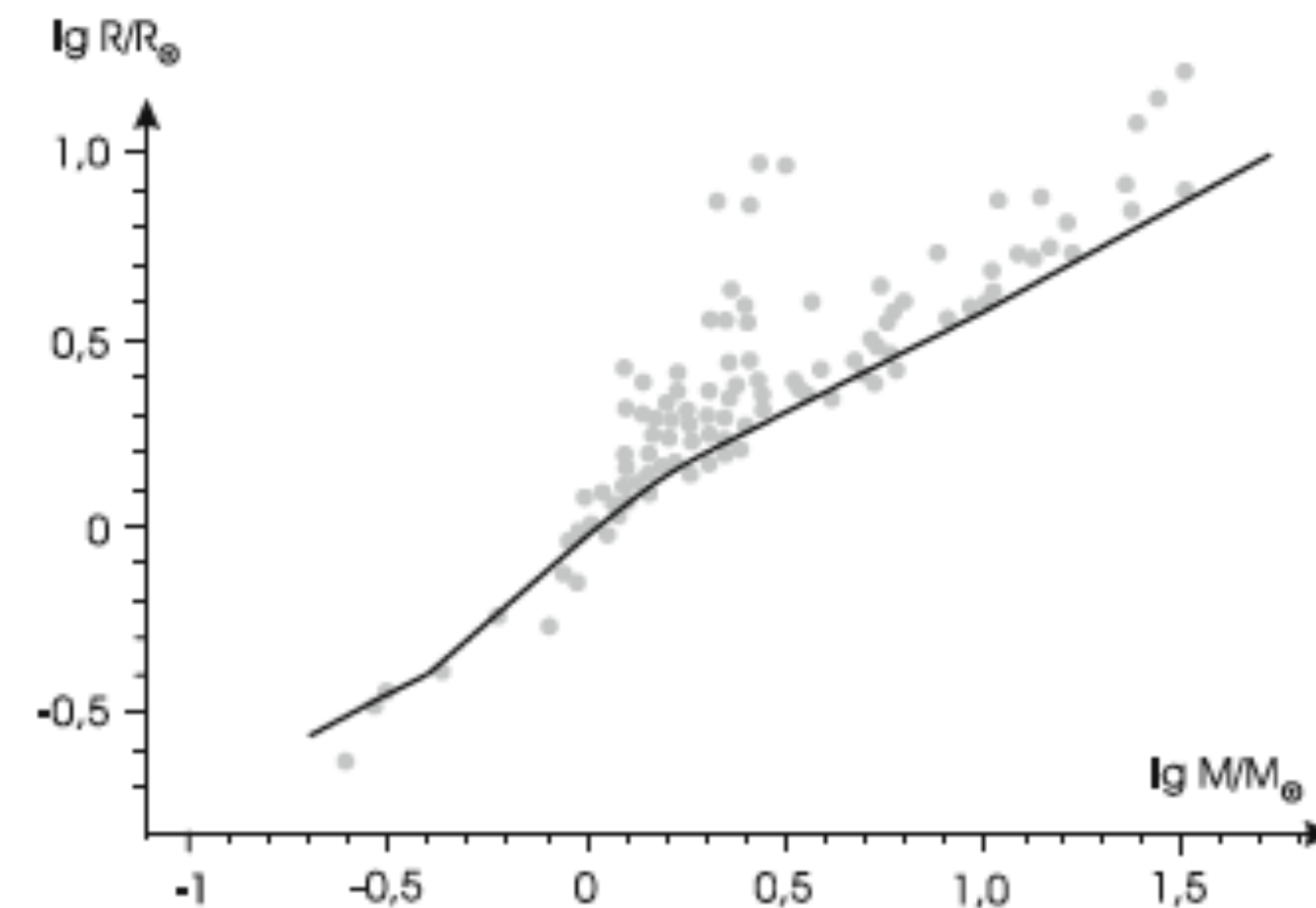
(SP superior) (SP inferior)

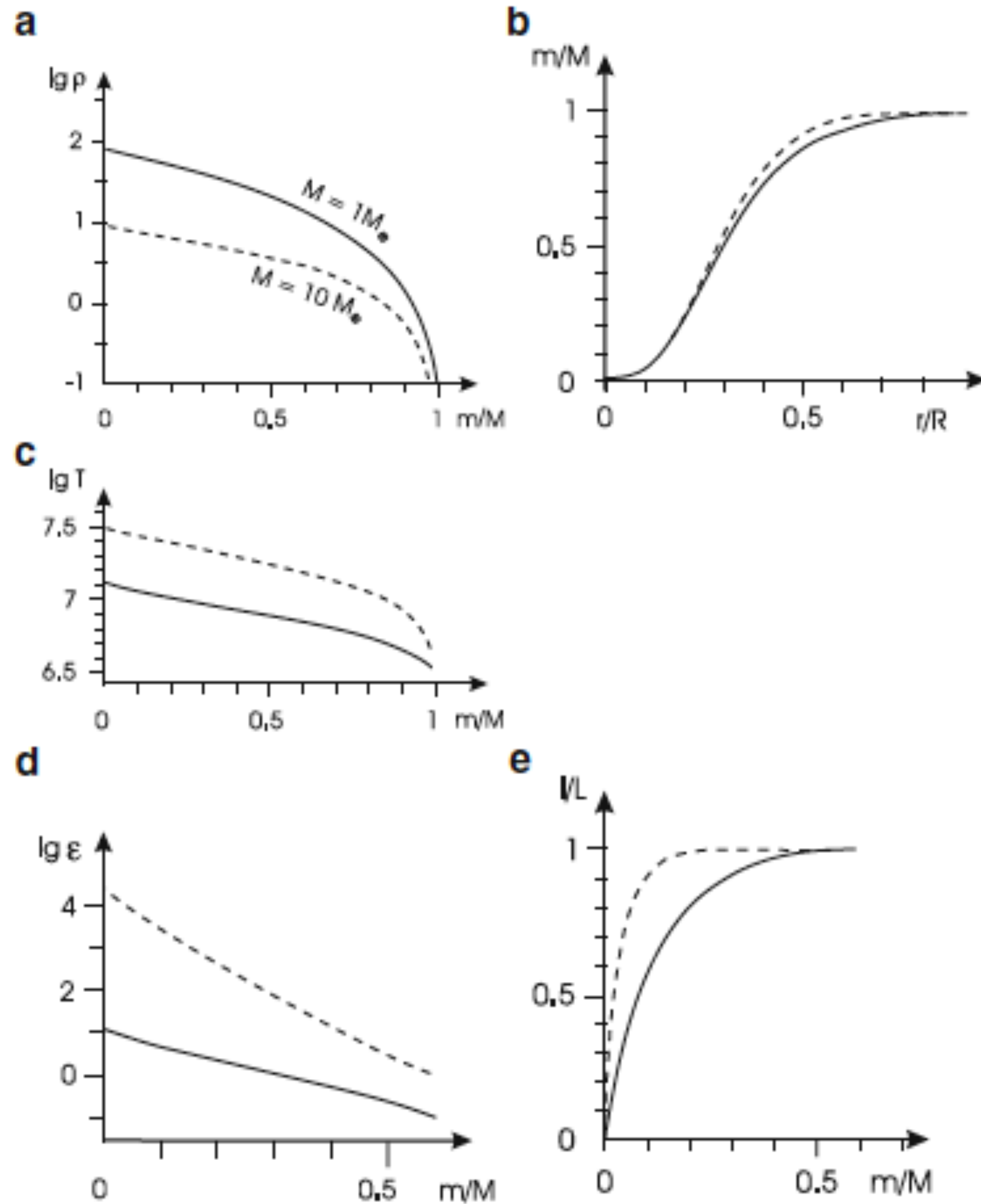
☑ $L \sim M^\eta$

$\eta \sim 3,37$

☑ Dispersão maior para MxR (piores medidas)

☑ Grandes intervalos nos valores de M e L (respectivamente ~ 250 e $\sim 10^8$)



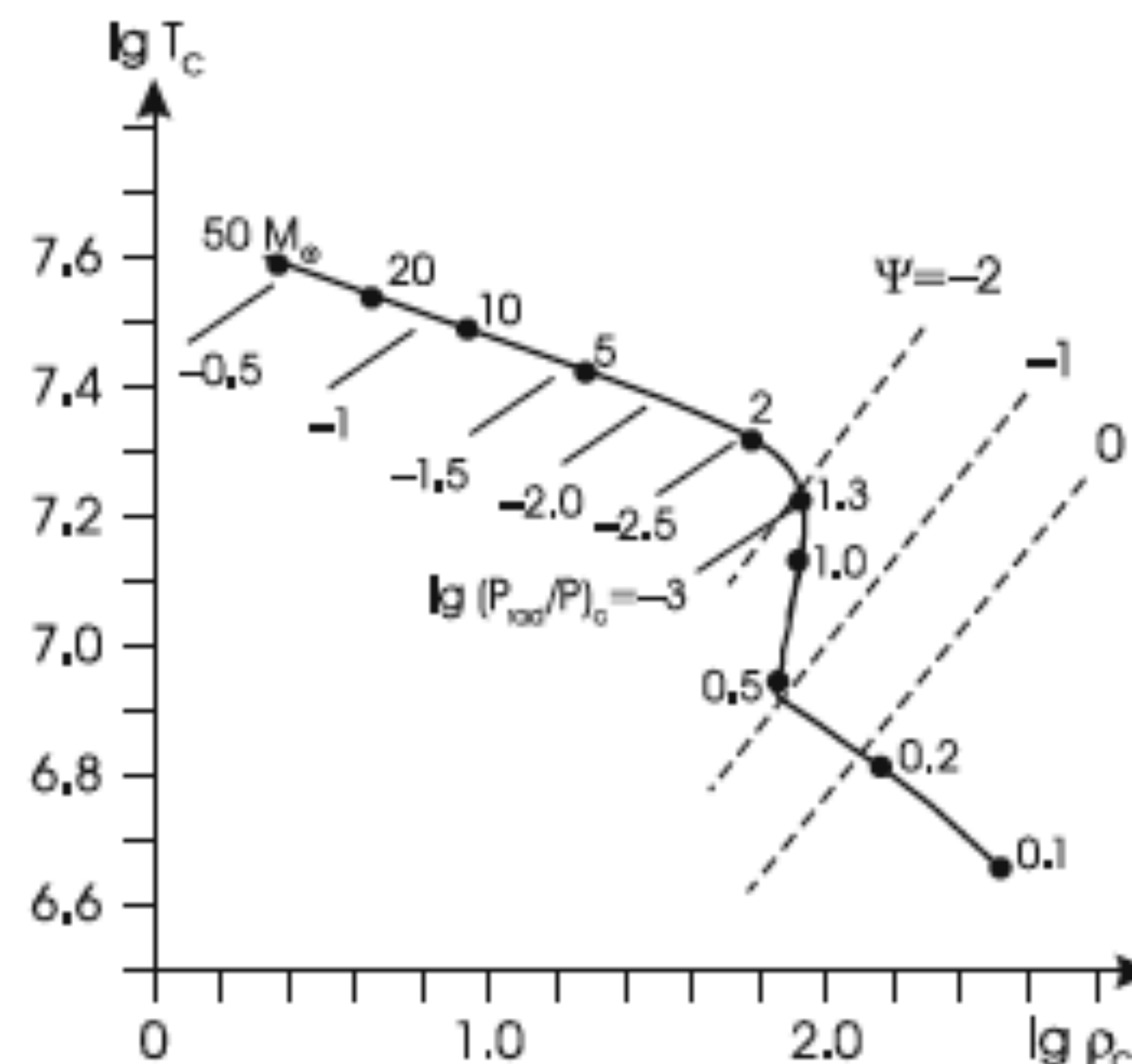


Soluções para o interior

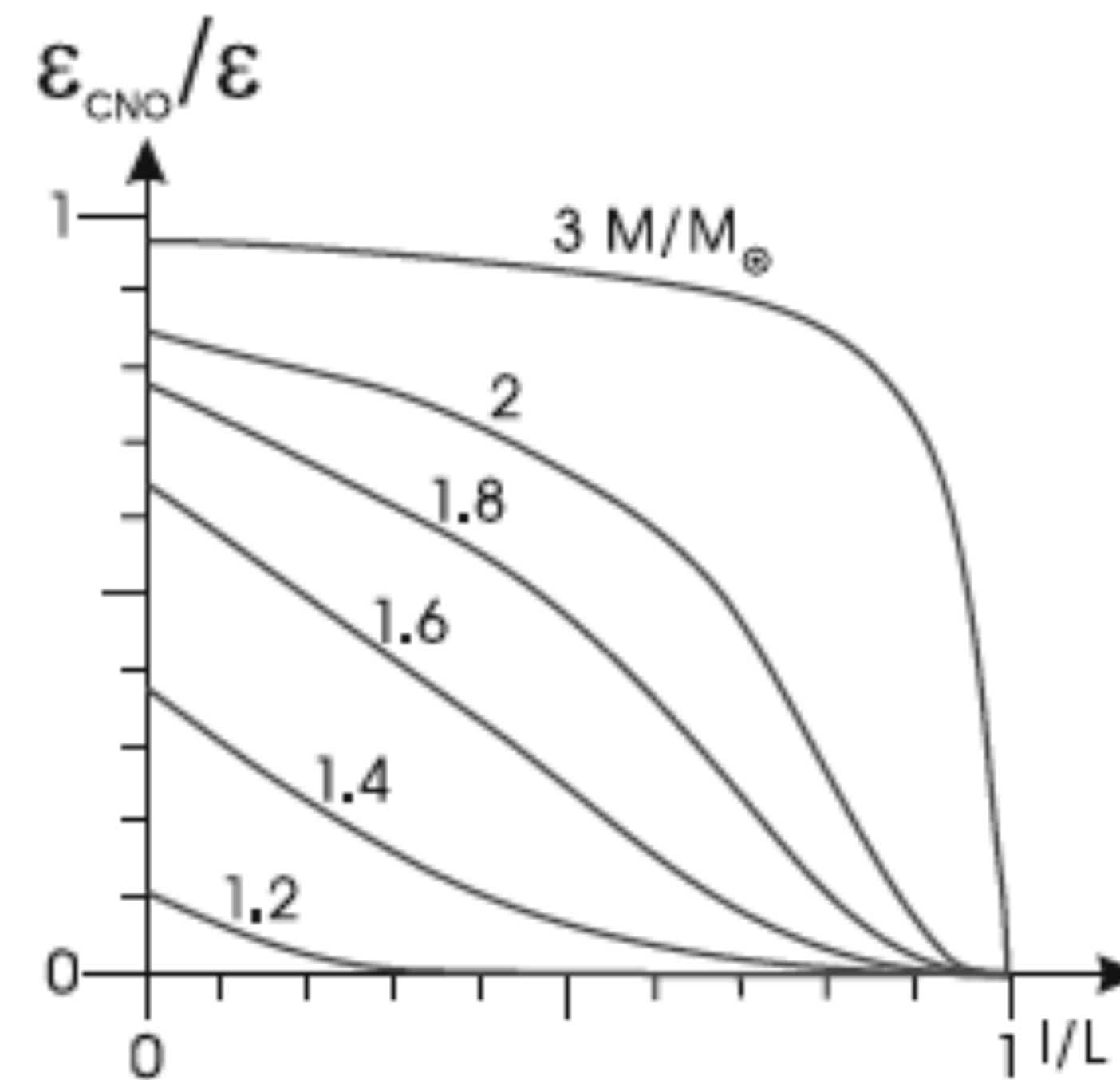
☑ Dependência de m/M !

Valores para o interior

- ☑ Dependência de m/M !
- ☑ Núcleos degenerados a partir de $M/M_{sol} < 1,3$
- ☑ Ciclo CNO dominando a partir de $\log(T) > 7.3$

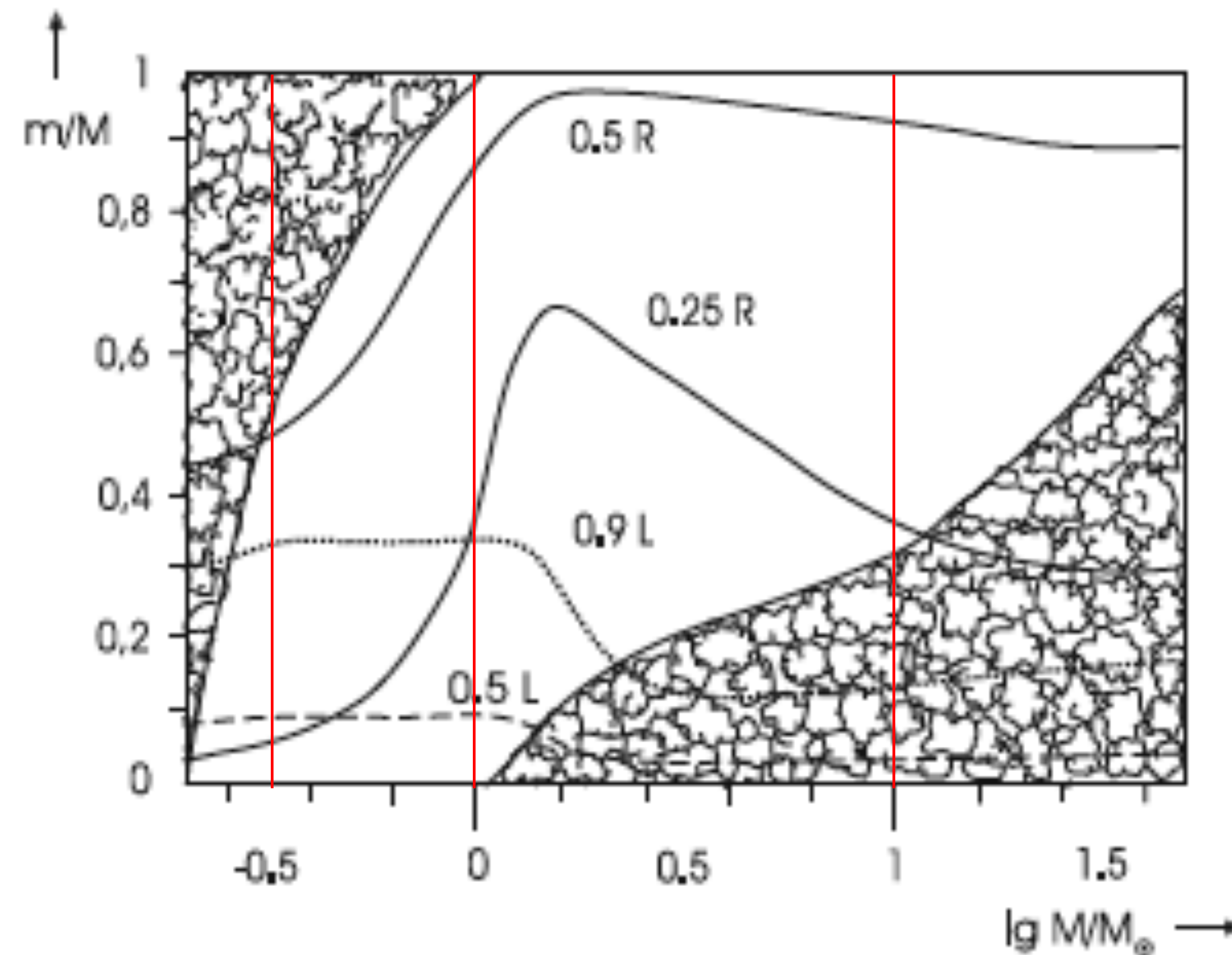


$$\psi \propto n_e/T^{3/2}$$



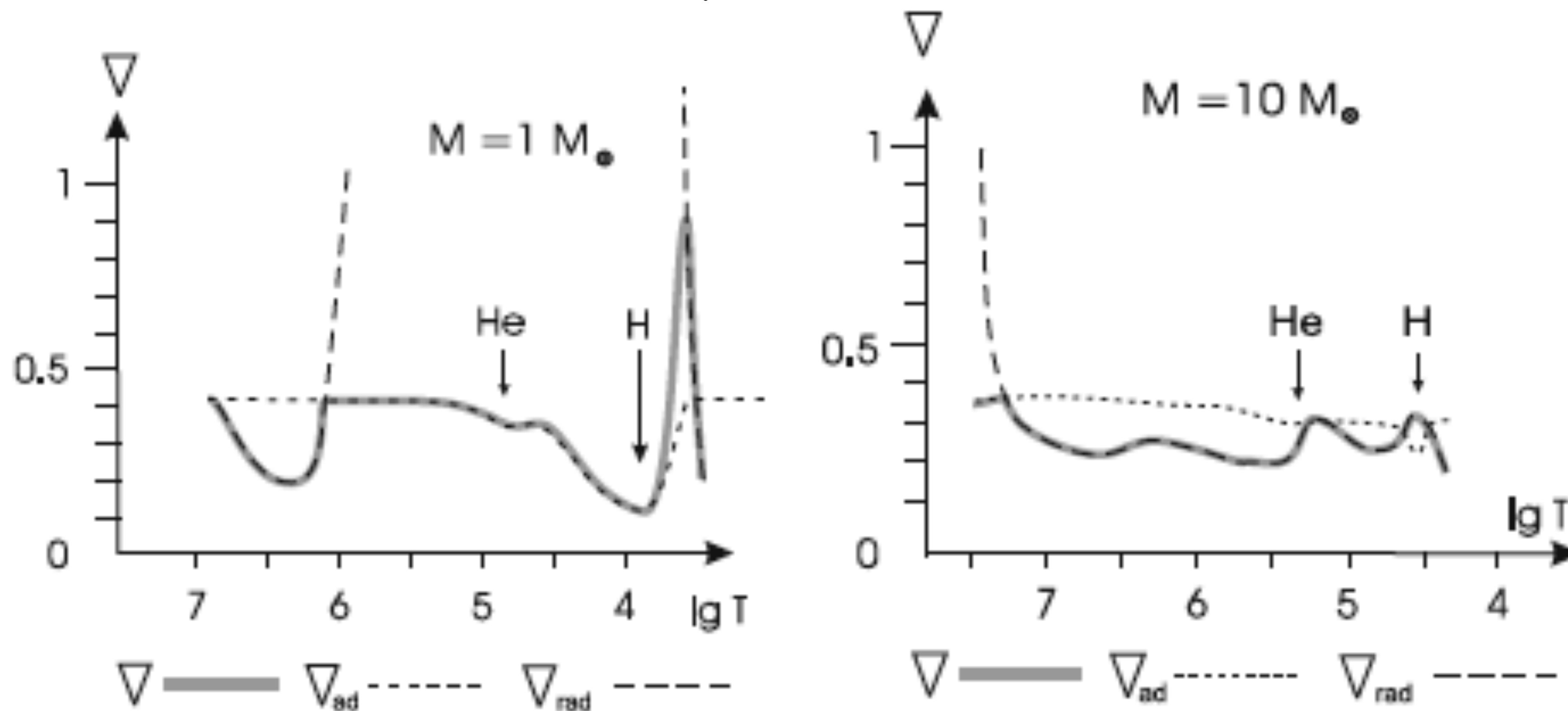
Regiões convectivas

- ☑ Núcleos radiativos, envelopes convectivos (SPI)
- ☑ Núcleos convectivos, envelopes radiativos (SPS)



Regiões convectivas

- ☑ Núcleos radiativos, envelopes convectivos (SPI)
- ☑ Núcleos convectivos, envelopes radiativos (SPS)



Critério de Schwazrschild

$$\nabla_{rad} < \nabla_{ad}$$



O Sol: requisitos para um modelo

- ☑ Evidências observacionais para um modelo estelar baseado no Sol
 - ✓ Idade: ~ 4,6 bilhões de anos (baseado em datação radiativa)
 - ✓ Estabilidade na SP (queima de H \Rightarrow luminosidade constante)
 - ✓ Fonte de energia: ciclo pp
 - ✓ Núcleo já enriquecido de He⁴

- ☑ Durante a evolução numérica do modelo, ocorre mudança em μ , de modo que

$$L/L' = (M/M')^3 (\mu/\mu')^4$$

- ☑ Parâmetros livres: γ e I_m/H_p

- ✓ $\gamma \Rightarrow$ variação da luminosidade

- ✓ $I_m/H_p \Rightarrow$ variação do raio (temperatura)

- ☑ Zonas de transporte radiativo:

- ✓ convecção no interior

- ✓ radiação nas camadas mais externas

- ☑ Testes para o modelo solar: oscilações não-radiais (helio sismologia) e experimentos para medir neutrinos solares.
- ☑ Para os neutrinos
 - ✓ Reações geradoras de ν :
 - ✓ ciclo pp (principal), CNO
 - ✓ $H^1 + H^1 + e^- \Rightarrow H^2 + \nu$
 - ✓ Qual é o espectro esperado?



Table 29.1 Solar quantities and how they are derived

Quantity	Value	Method
Mass	$(1.9891 \pm 0.0004) \times 10^{33}$ g	Kepler's third law
Radius	$695,508 \pm 26$ km	Angular diameter plus distance
Luminosity	$(3.846 \pm 0.01) \times 10^{33}$ erg s ⁻¹	Solar constant
Effective temp.	$5,779 \pm 2$ K	Stefan-Boltzmann law
Z/X	0.0245 ± 0.001	Meteorites and solar spectrum
	0.0165	(new determination)
Age	4.57 ± 0.02 Gyr	Radioactive decay in meteorites
Depth of conv. env.	$0.713 \pm 0.001 R_{\odot}$	Helioseismology
Env. helium content	0.246 ± 0.002	Helioseismology

(Z/X) is given twice: the more traditional value by [Grevesse and Noels \(1993\)](#) and the more recent one by [Asplund et al. \(2005\)](#)



FIM DA AULA 2