Aula 6 – Medindo os parâmetros cosmológicos

C.A.Wuensche / C. Córdula Dantas
ca.wuensche@inpe.br
INPE – Divisão de Astrofísica

Introdução

- A determinação de distâncias, e sua correção com a expansão, é essencial para o entendimento de fenômenos cosmológicos
- O fator de escala a(t), definido anteriormente, relaciona fenômenos em momentos diferentes no hiperespaço
- Teoricamente, a(t) pode ser calculado a partir das eqs. de Friedmann. Na prática, ele pode ser somente determinado de forma parcial a partir de observações em momentos diferentes do Universo.

H_0 e q_0

- Uma maneira de tentar estimar a forma funcional de a(t) é usar uma expansão em séries de Taylor:

$$a(t) = a(t_0) + \frac{da}{dt}|_{t=t_0}(t-t_0) + \frac{1}{2}\frac{d^2a}{dt^2}|_{t=t_0}(t-t_0)^2 + \ldots \quad \boxed{1}$$

$$\frac{a(t)}{a(t_0)} = 1 + \frac{\dot{a}}{a}|_{t=t_0}(t-t_0) + \frac{1}{2}\frac{\ddot{a}}{a}|_{t=t_0}(t-t_0)^2 + \ldots \quad \boxed{2}$$

- E, considerando $a(t_0)=1$, os termos da série dão origem a 2 números interessantes, ao dividirmos a série (1) por $a(t_0)$:

$$a(t) = 1 + H_0(t-t_0) - \frac{1}{2}q_0H_0^2(t-t_0)^2 + \ldots \quad \boxed{3}$$

$$H_0 \equiv \frac{\dot{a}}{a}|_{(t=t_0)} \quad \boxed{4}$$

$$q_0 = -\left(\frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^2}\right)_{t=t_0} = -\left(\frac{\ddot{a}}{H^2a}\right)_{t=t_0} \quad \boxed{5}$$

- ☑ q_0 é conhecido como "parâmetro de desaceleração" e H_0 é a constante de Hubble.

- ☑ O sinal (-) é histórico, pois na época em que ele foi definido, pensava-se somente em um Universo constituído de matéria, cuja presença "desaceleraria" a expansão.

- ☑ Hoje, com a presença de Λ, q_0 pode ter qualquer sinal

- ☑ A definição de q_0 e H_0 é dada somente em termos do fator de escala, que não depende de considerações físicas, mas podemos usar ambos os termos para uma estimativa da dinâmica de alguns modelos de Universo.

☑ Da eq. De Friedman que depende da aceleração, podemos escrever:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3c^2}\sum_{i=1}^{N}\varepsilon_i(1+3w_i) \qquad \boxed{6}$$

☑ E, dividindo por H_0 e adequando os termos:

$$\frac{\ddot{a}}{aH^2} = \frac{1}{2}\left[\frac{8\pi G}{3c^2H^2}\right]\sum_{i=1}^{N}\varepsilon_i(1+3w_i) \qquad \boxed{7}$$

$$= \frac{1}{\varepsilon_c}$$

☑ Daí podemos escrever a 2ª. Eq. De Friedmann em termos de parâmetros de interesse cosmológico....

$$-\frac{\ddot{a}}{aH^2} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\Omega_i(1+3w_i) \rightarrow q_0 = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\Omega_{i,0}(1+3w_i) \qquad \boxed{8}$$

- E expressamos q_0 em termos dos parâmetros cosmológicos!

$$q_0 = \Omega_{r,0} + \frac{1}{2}\Omega_{m,0} - \Omega_{\Lambda,0} \tag{9}$$

- A análise fica interessante quando combinamos os valores dos parâmetros de densidade. Se $\Omega_{\Lambda,0} > \Omega_{r,0} + \frac{1}{2}\Omega_{m,0}$, a aceleração do Universo é positiva!

- B. Ryden faz uma série de associações e transformações entre d_p , a(t) e z, que são interessantes em diferentes contextos.

- Uma primeira constatação é que a "lei de Hubble" é linear somente para o Universo próximo (z << 0.1). Mas qual é a equivalência entre z e t (idade)?

- Considerando a distância até uma galáxia que emitiu um fóton no instante t_e em função do fator de escala e da geodésica para o fóton (ds=a(t)dr), podemos escrever $d_p(t)$ em termos de a(t) (conforme discutido na sec. 3.5):

$$d_p(t_0) = c\int_{t_e}^{t_0} \frac{dt}{a(t)} \tag{10}$$

- Usando a expressão para a(t) expandida em série de Taylor (eq. 3), obtemos:

$$d_p(t_0) \approx c(t_0 - t_e) + \frac{cH_0}{2}(t_0 - t_e)^2 \tag{11}$$

- O primeiro termo entre parênteses é o "lookback time" (ct é a distância em um Universo estático) e o segundo, a correção devido à expansão, que aparece com H_0

- A identificação da origem do fóton emitido é feita a partir do redshift determinado da fonte emissora, permitindo uma determinação indireta do instante em que ele foi emitido:

$$z = \frac{1}{a(t_e)} - 1 \tag{12}$$

- E estabelecemos uma relação, embora aproximada, entre z e o "lookback time":

$$z \approx H_0(t_0 - t_e) + (1 + \frac{q_0}{2})H_0^2(t_0 - t_e)^2 \tag{13}$$

- Ou, resolvendo para (t_0 – t_e):

$$t_0 - t_e \approx H_0^{-1}[z - (1 + \frac{q_0}{2})z^2] \tag{14}$$

☑ Substituindo (14) em (11), obtemos:

$$d_p(t_0) \approx \frac{c}{H_0}\left[z - (1+\frac{q_0}{2})z^2\right] + \frac{cH_0}{2}\frac{z^2}{H_0^2} \qquad \boxed{16}$$
$$= \frac{c}{H_0} z\left[1 - \frac{1+q_0}{2} z\right]$$

☑ É fácil ver que a linearidade da lei de Hubble ($z/c=H_0 d$) só vale para $z \ll 2/(1+q_0)$.

☑ Considerando o valor de q_0 no Modelo de Concordância ($q_0 = -0.53$), uma galáxia em $z > 0.5$ já tem uma distância própria 10% menor do que a prevista pela lei de Hubble linear.

DISTÂNCIA DE LUMINOSIDADE

Distância de luminosidade

- ☑ Definida a partir da relação entre luminosidade intrínseca e fluxo, emitido por objetos cuja luminosidade é conhecida.

$$L = 4\pi d_L^2 f \rightarrow d_L = \left(\frac{L}{4\pi f}\right)^{1/2} \qquad \boxed{17}$$

Figure 6.1 An observer at the origin observes a standard candle, of known luminosity L, at comoving coordinate location (r, θ, ϕ).

Distância de luminosidade

- ☑ Fundamental para o conceito de "escala de distâncias", já discutido na Aula 1.
- ☑ Ela é válida num Universo Euclidiano e pode ser facilmente "adaptada" para Universos com curvaturas positiva e negativa, alterando a área da hiperesfera que os fótons emitidos por uma fonte distante cobrem.

- Além das correções geométricas mencionadas, é necessário também corrigir o fluxo medido pela expansão do Universo, já que o comprimento de onda do fóton muda com a expansão.

$$\lambda_0 = \frac{1}{a(t_e)}\lambda_e = (1+z)\lambda_e \tag{18}$$

- E, também por causa da expansão, vamos detectar cada vez menos fótons a cada instante, porque eles vão demorar mais a chegar até nós. Se o primeiro fóton percorre a distância própria $d_p = c\delta t_e$, com a expansão essa distância vai aumentar por um fator (1+z).

- O resultado final é que a distância entre nós e a fonte tem que ser corrigida por um fator $(1+z)^2$

- Logo, o fluxo correspondente à luminosidade total de uma galáxia distante, medido na Terra, é dado por:

$$f = \frac{L}{4\pi d^2} = \frac{L}{4\pi d_p^2 (1+z)^2} \tag{19}$$

- Com a chamada distância de luminosidade tendo uma dependência linear com a distância própria em função de z.

$$d_L = d_p(t_0)(1+z) \tag{20}$$

- Usando a eq. (16), podemos escrever d_L em função de H_0 e q_0 e, num Universo plano (ou praticamente plano), obtemos o resultado aproximado:

$$d_L \approx \frac{c}{H_0} z \left(1 - \frac{1+q_0}{2} z\right)(1+z) \approx \frac{c}{H_0} z \left(1 + \frac{1-q_0}{2} z\right) \tag{21}$$

DISTÂNCIA DE DIÂMETRO ANGULAR

Distância de diâmetro angular

☑ Podemos usar o tamanho conhecido de um objeto para estimar a distância até ele. Supomos que o objeto encontra-se perpendicular à linha de visada.

☑ Nesse caso o conceito é o de "régua-padrão" e vale a aproximação de pequenos ângulos $sen\theta \approx \theta$

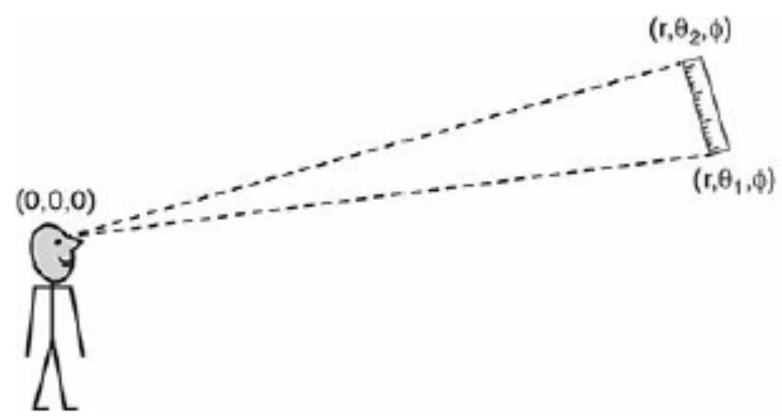


Figure 6.3 An observer at the origin observes a standard yardstick, of known proper length ℓ, at comoving coordinate distance r.

$$d_A \equiv \frac{l}{\delta\theta} \qquad \boxed{22}$$

$d_A = d_p$, num universo estático e euclidiano

- As correções à eq. 22 devem ser feitas para a expansão e para a curvatura. Supomos que os fótons se movem ao longo de geodésicas com os ângulos (θ, ϕ) constantes. Assim, o intervalo angular medido para o objeto é $\delta\theta = \theta_2 - \theta_1$

- A distância ds entre as extremidades da régua, medida no tempo t_e, quando a luz foi emitida, é calculada usando a métrica de Robertson-Walker. Para um universo euclidiano, $S_k(r)=1$, e

$$ds = a(t_e) S_k(r) \delta\theta \rightarrow l = a(t_e) S_k(r) \delta\theta \qquad \boxed{22}$$

$$l = \frac{S_k(r)\delta\theta}{1+z} \rightarrow d_A = \frac{l}{\delta\theta} = \frac{S_k(r)}{1+z} \qquad \boxed{23}$$

- Comparamos a exp. 23 com a eq. 20, considerando que $l = d_p$ e percebemos que

$$d_A = \frac{d_L}{(1+z)^2} \tag{24}$$

- O que isso significa? Que, num universo euclidiano, se observamos um objeto que é, ao mesmo tempo, uma vela-padrão e uma régua padrão, as distância de diâmetro angular e de luminosidade não tem o mesmo valor... Por que?

- Porque consideramos instantes diferentes para cada medida. A comparação correta é:

$$d_A(1+z) = d_p(t_0) = \frac{d_L}{(1+z)} \rightarrow d_a = \frac{d_p(t_0)}{(1+z)} = d_p(t_e) \tag{25}$$

- ☑ Usamos novamente a eq. 16 para a distância própria e, para z<< 1, d_A tem a forma aproximada:

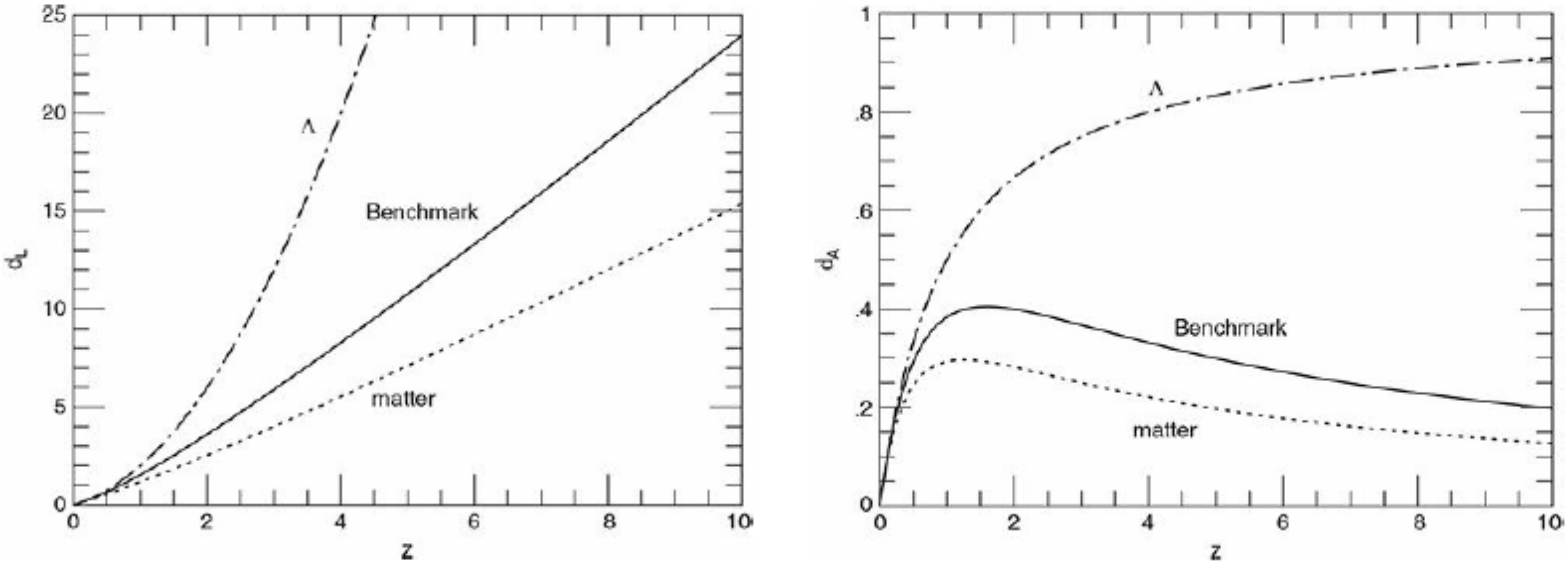
$$d_A = \frac{c}{H_0} z \left[1 - \frac{3+q_0}{2} z \right] \quad \boxed{26}$$

- ☑ Num universo plano, para z << 1, $d_A \approx d_L \approx d_p(t_0) \approx (c/H_0)z$
- ☑ Para z >> 1:
  - ✓ d_L diverge...
  - ✓ d_A atinge um máximo para um dado redshift e depois tende a zero.

25

- ☑ Réguas padrão são conceitualmente interessantes mas, na prática, são um problema observacional complicado, pois precisam ter um tamanho angular capaz de ser resolvido por um telescópio.
- ☑ Determinar tamanhos típicos para galáxias ou aglomerados de galáxias – associar um tamanho angular $\delta\theta$ a um tamanho físico l - também não é um problema simples de resolver.
- ☑ Galáxias e aglomerados evoluem com o tempo!
  - ✓ Galáxias – fusão altera seu tamanho
  - ✓ Aglomerados – fusão também pode alterar seu tamanho
- ☑ Oscilações acústicas de bárions (BAO), entretanto, são consideradas uma EXCELENTE régua-padrão!

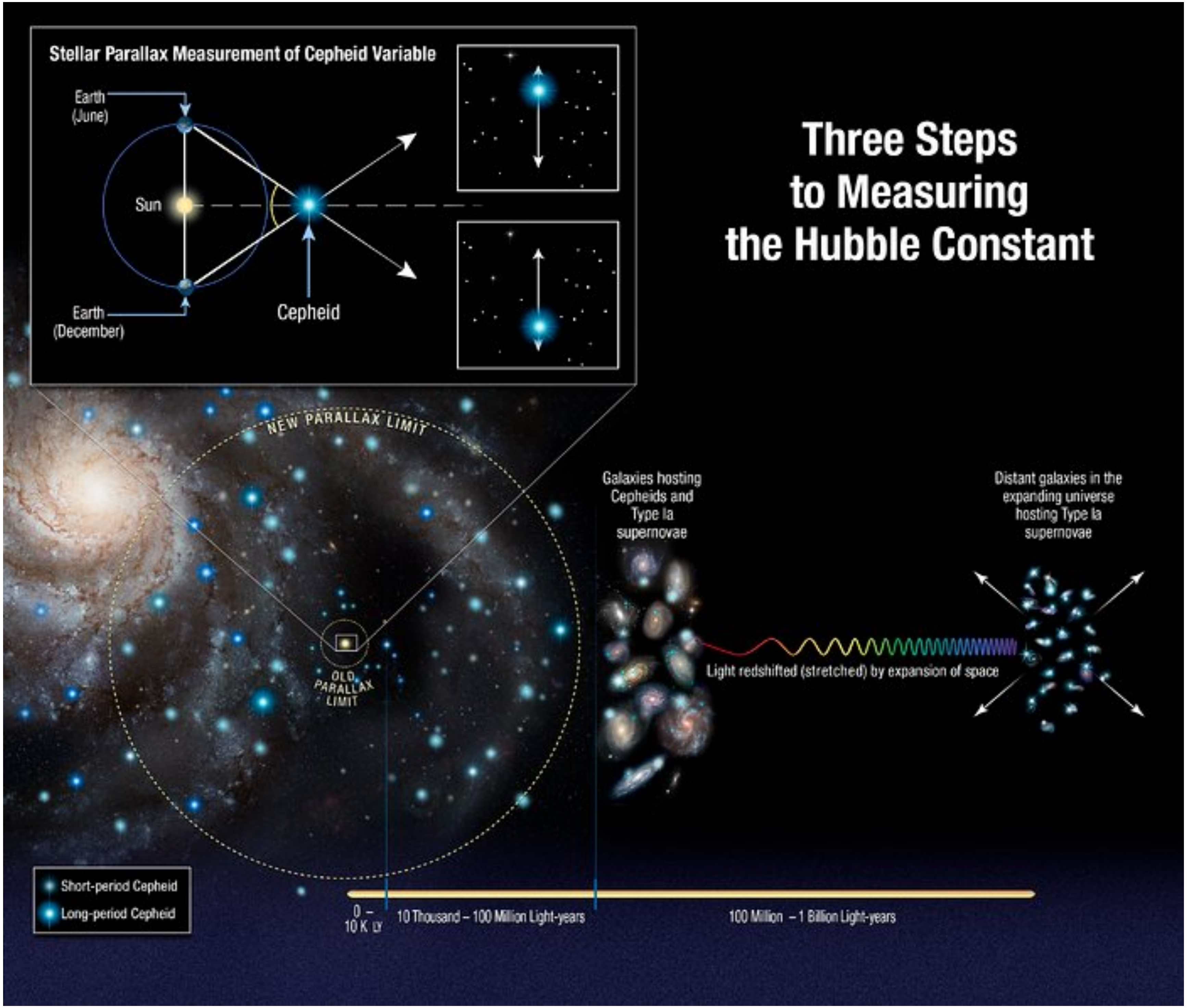
Uma comparação...



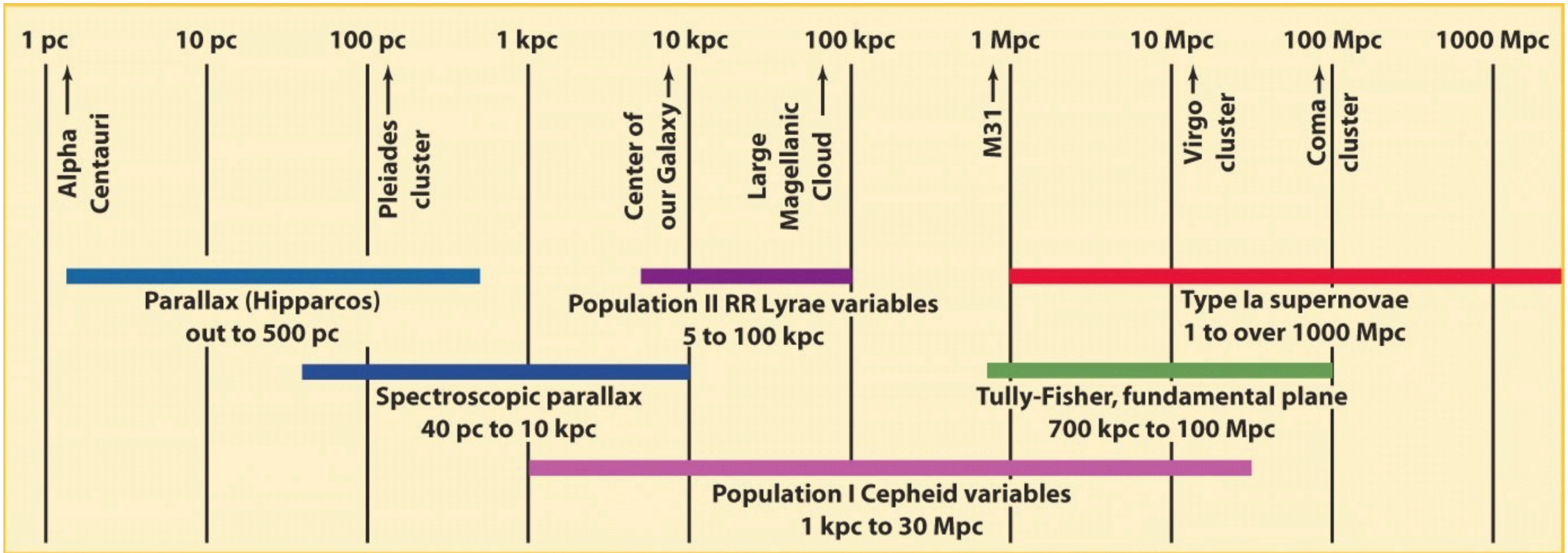
VELAS-PADRÃO E H_0

Velas padrão e H_0

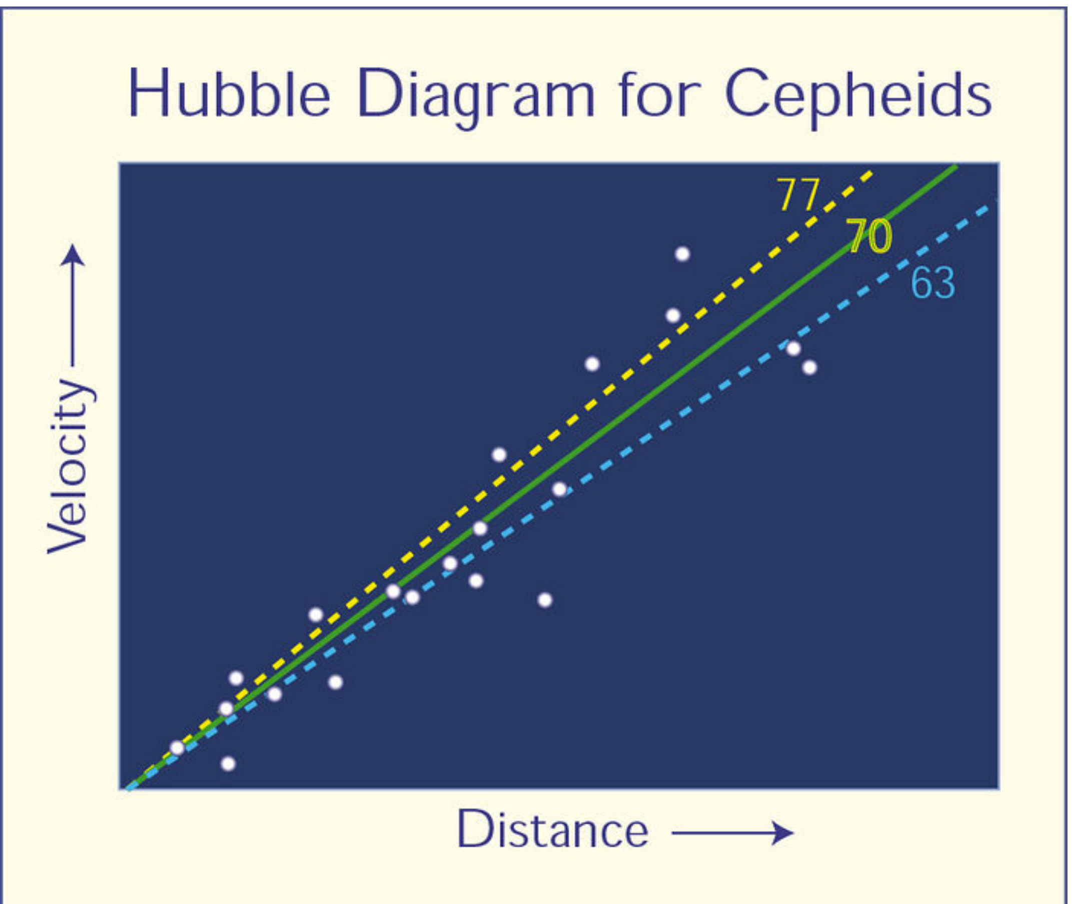
- ☑ Tradicional, desde a época de Hubble. A receita é:
  - ✓ Identificar uma população de velas padrão com luminosidade L
  - ✓ Medir redshift z e fluxo f para cada uma das velas-padrão
  - ✓ Calcular d_L para cada vela-padrão
  - ✓ Fazer o gráfico de cz x d_L
  - ✓ Medir a inclinação da curva para $z \ll 1$ nos dá o valor de H_0
- ☑ Cefeidas são os objetos padrão para medidas de H_0 e medir sua variabilidade foi um dos motivos principais para a construção do Telescópio Espacial Hubble.

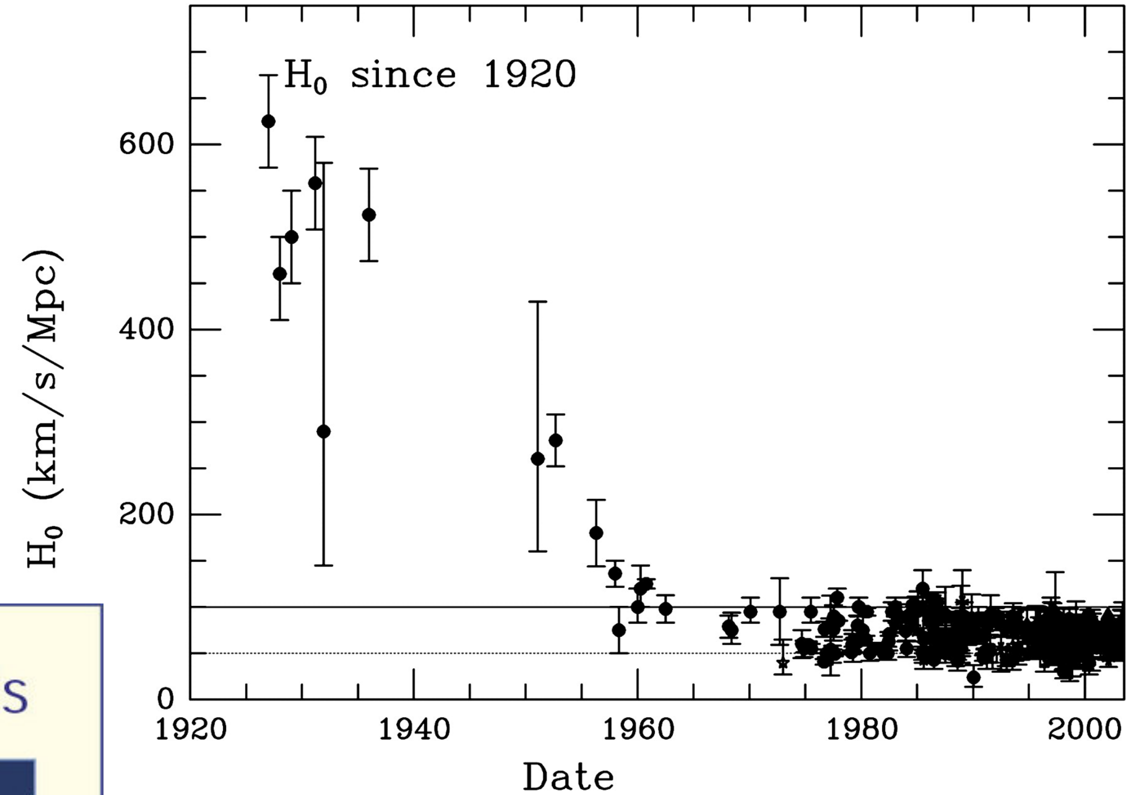


https://www.spacetelescope.org/images/opo1812a/


1 pc
10 pc
100 pc
1 kpc
10 kpc
100 kpc
1 Mpc
10 Mpc
100 Mpc
1000 Mpc
Alpha Centauri
Pleiades cluster
Center of our Galaxy
Large Magellanic Cloud
M31
Virgo cluster
Coma cluster
Parallax (Hipparcos)
out to 500 pc
Population II RR Lyrae variables
5 to 100 kpc
Type Ia supernovae
1 to over 1000 Mpc
Spectroscopic parallax
40 pc to 10 kpc
Tully-Fisher, fundamental plane
700 kpc to 100 Mpc
Population I Cepheid variables
1 kpc to 30 Mpc

https://www.spacetelescope.org/images/opo9919j/





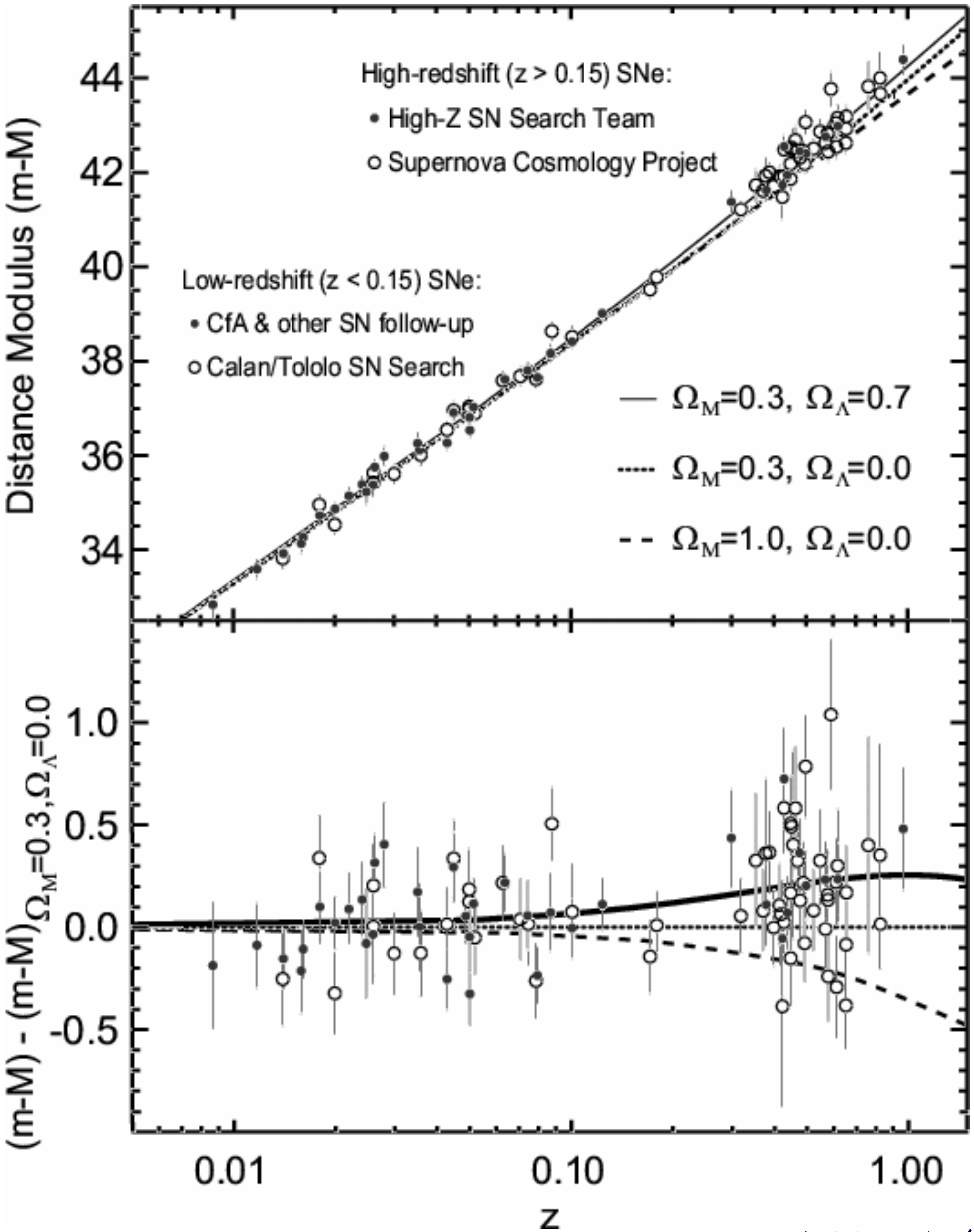
R. P. Kirshner, PNAS 2004

VELAS-PADRÃO E ACELERAÇÃO

Velas padrão e aceleração

- ☑ Medidas em distâncias maiores que 100 Mpc não estão sujeitas ao "fluxo local" e apresentam distorções menores, que são causadas por velocidades peculiares.
- ☑ Observáveis preferenciais: SN Ia!
- ☑ Conforme visto no curso de Ev. Estelar II, SN Ia possuem (+/-) o mesmo mecanismo de explosão e produzem (+/-) a mesma energia no processo.
- ☑ Tem sido a vela-padrão "padrão" para distâncias cosmológicas.

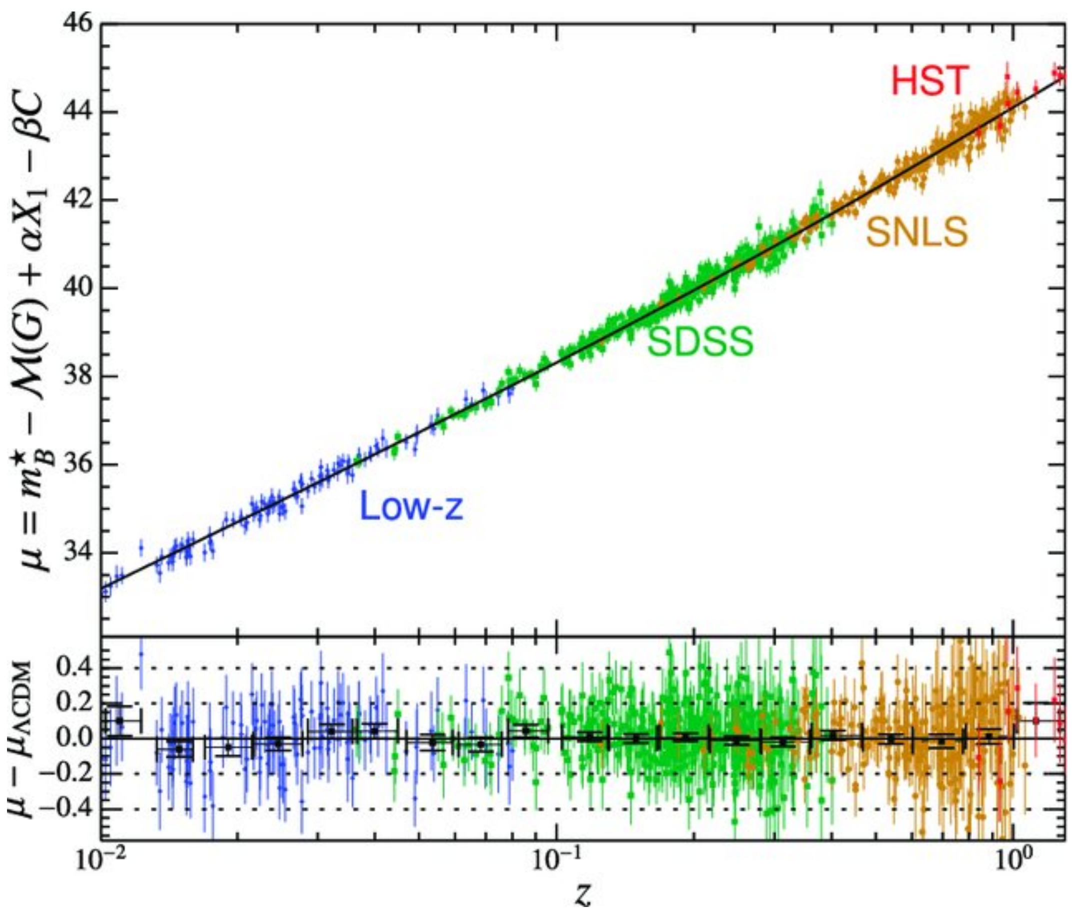
$$m - M = \approx 43.23 - 5log_{10}\left(\frac{H_0}{68km/s/Mpc}\right) + 5log_{10}z + 1.086(1-q_0)z$$



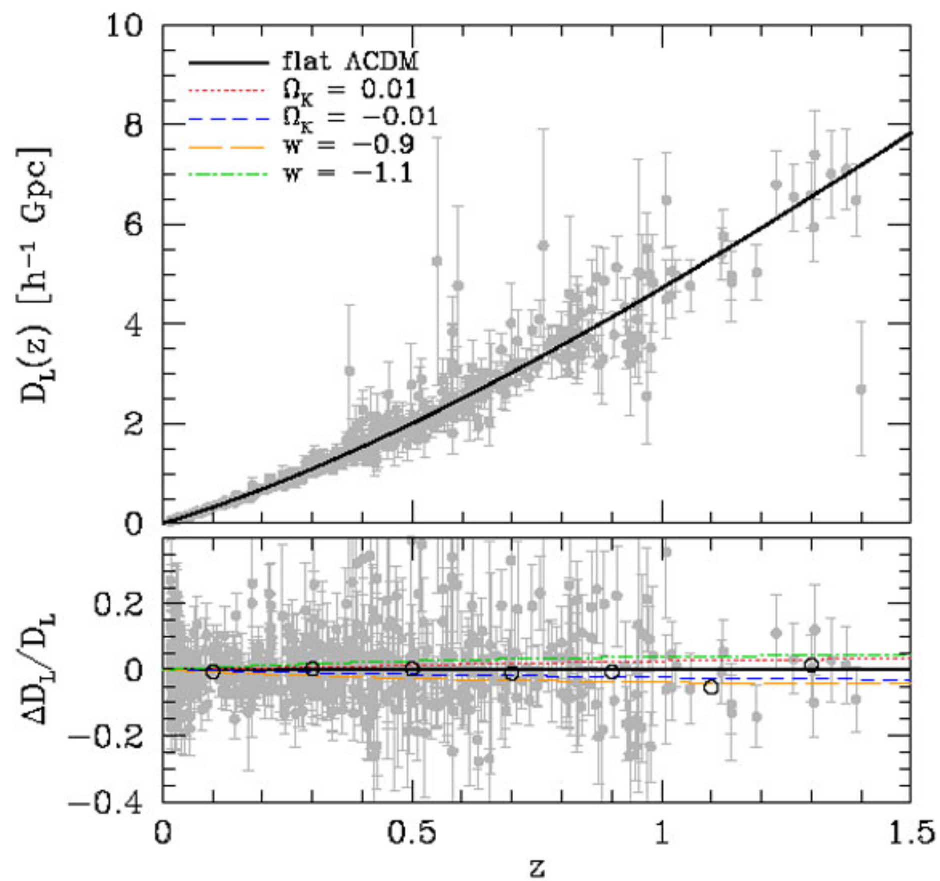
Perlmutter & Schmidt 2003

$$m - M = \approx 43.23 - 5log_{10}\left(\frac{H_0}{68km/s/Mpc}\right) + 5log_{10}z + 1.086(1-q_0)z$$

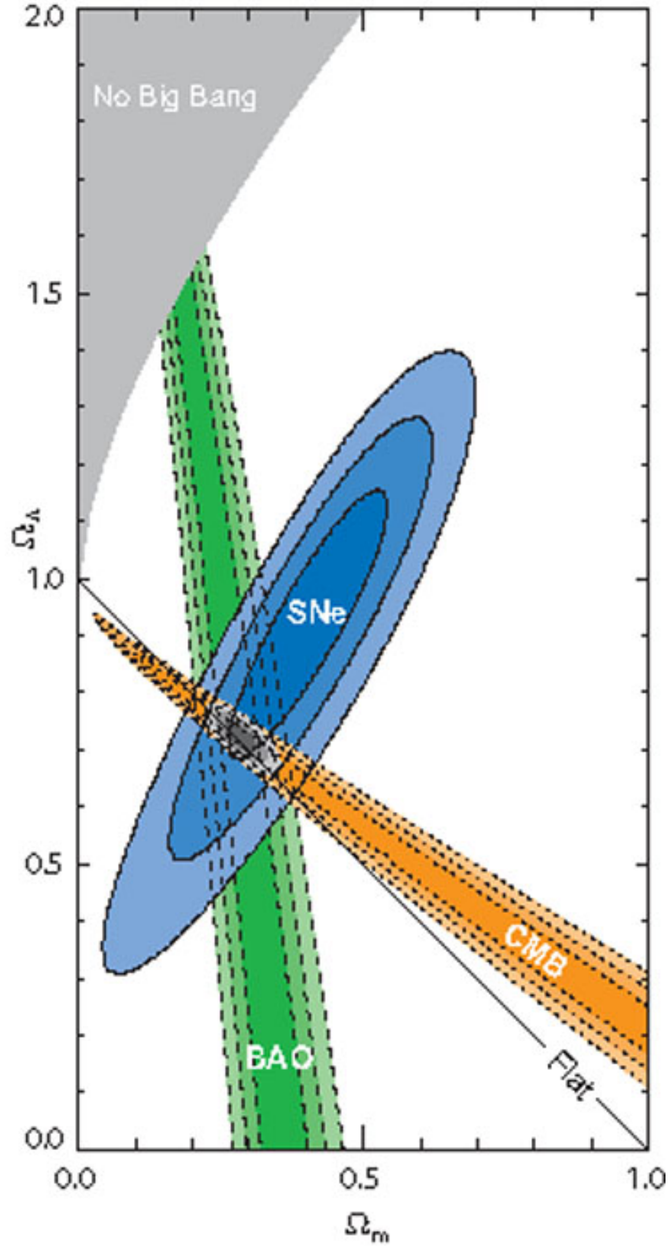
Betoule et al. A&A 2014

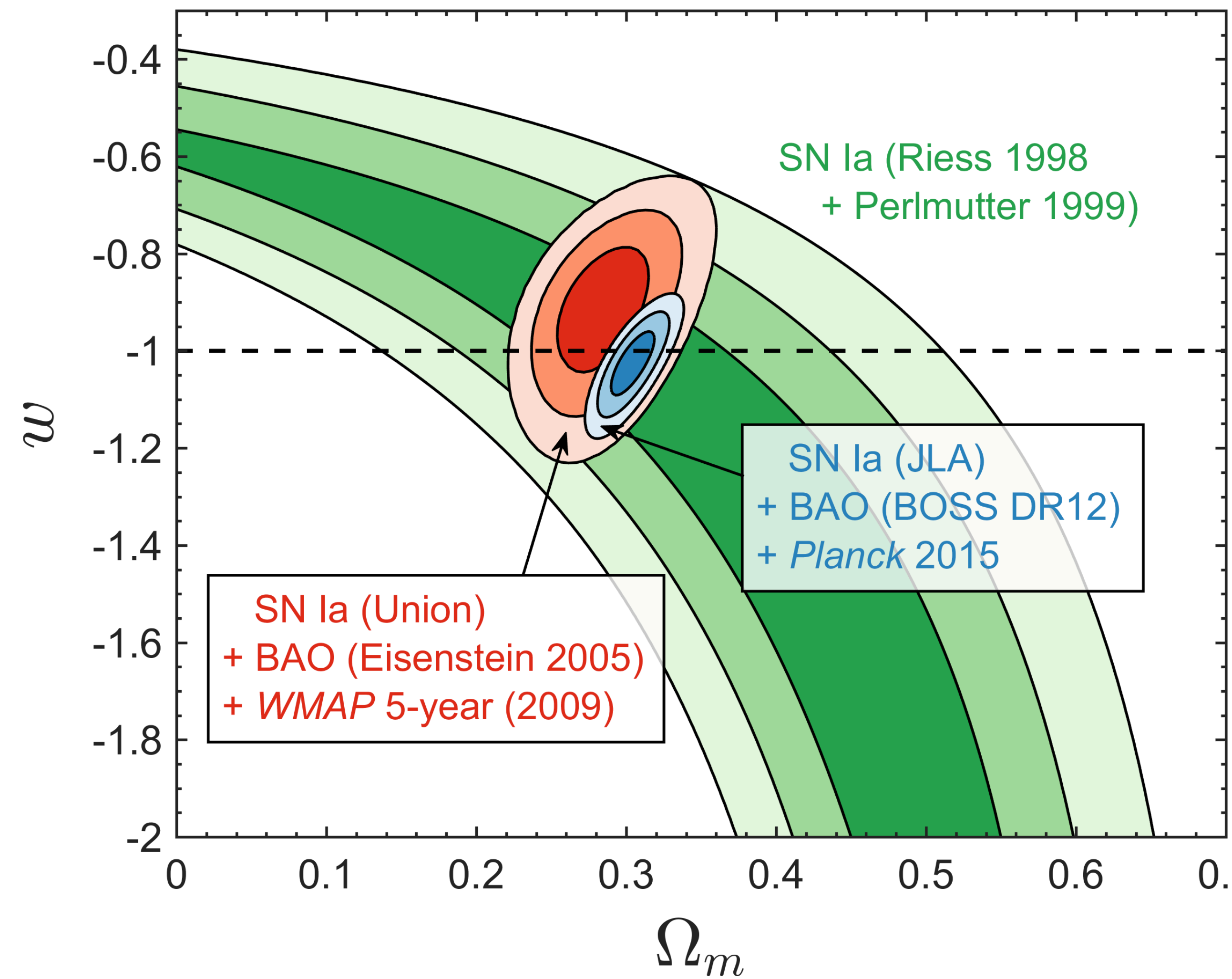


Amanullah et l., ApJ 2010



Kowalski et al. 2008 et l., ApJ 2010





Huterer & Schafer, arXiv:1709:01091

FIM DA AULA 6