Polarização

Carlos Alexandre Wuensche

Processos Radiativos I

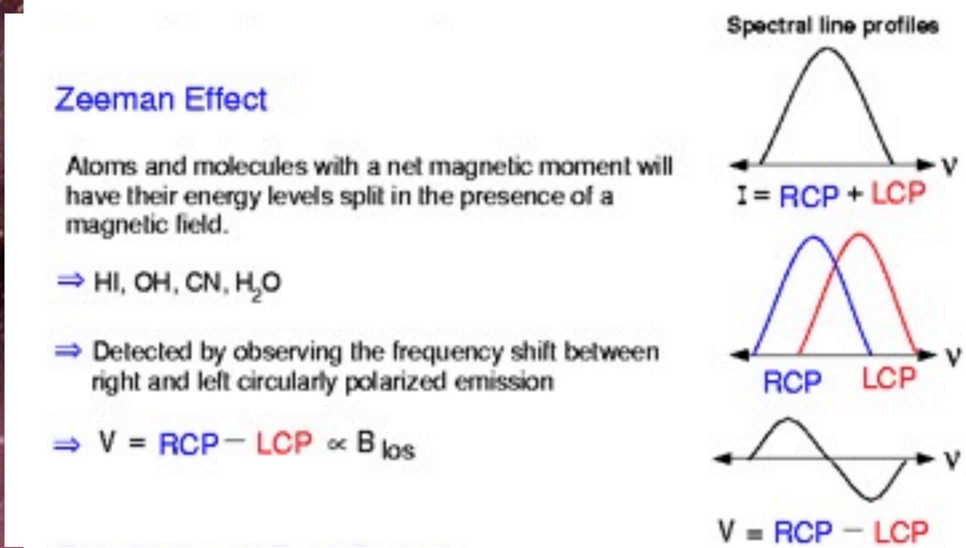
Polarização em astronomia

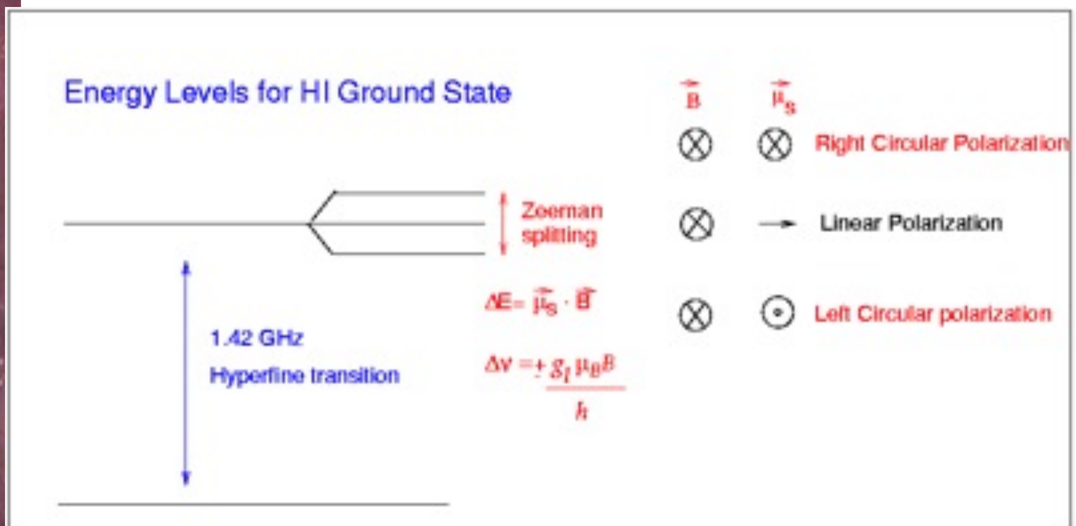
- Presente na emissão de diversos objetos, de masers (fontes coerentes) a radiação de pulsares e AGNs (fontes incoerentes) e espalhamento da luz estelar por grãos de poeira
- "Sonda do meio interestelar" devido à rotação Faraday
- "Sonda do Universo jovem" devido à presença na Radiação Cósmica de Fundo
- Emissão sincrotron é polarizada "por definição"
- No Sol: polarização circular e linear (efeitos de transmissão e absorção)

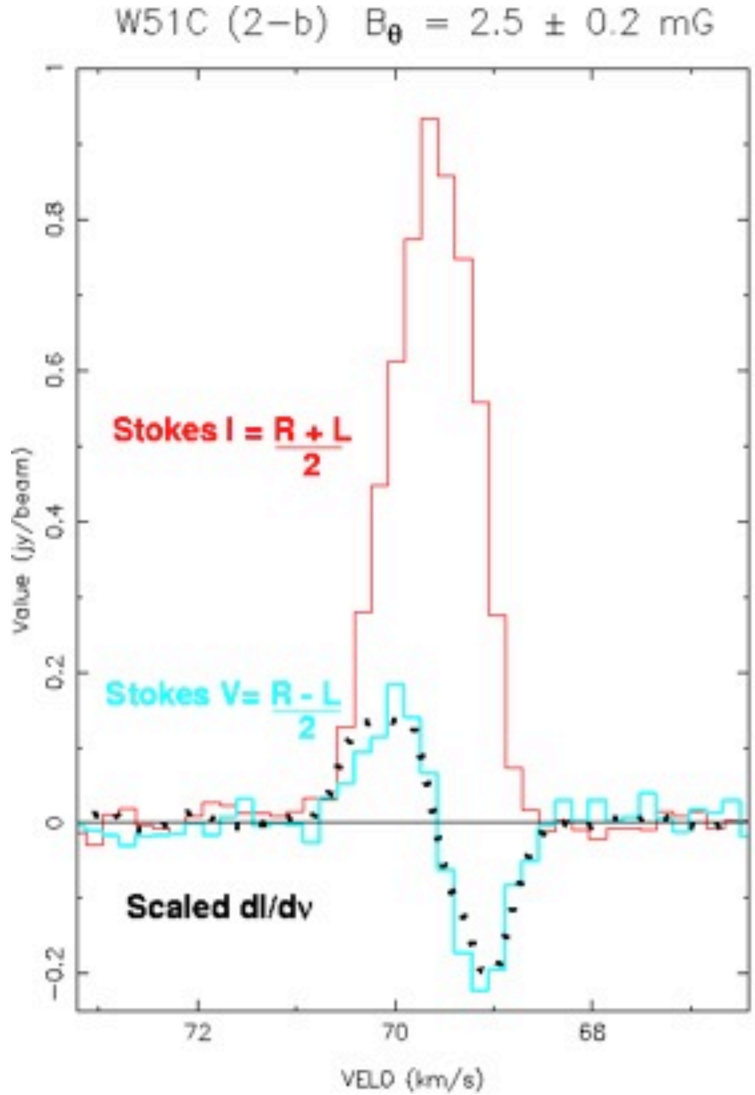
Emissão polarizada aparece em...

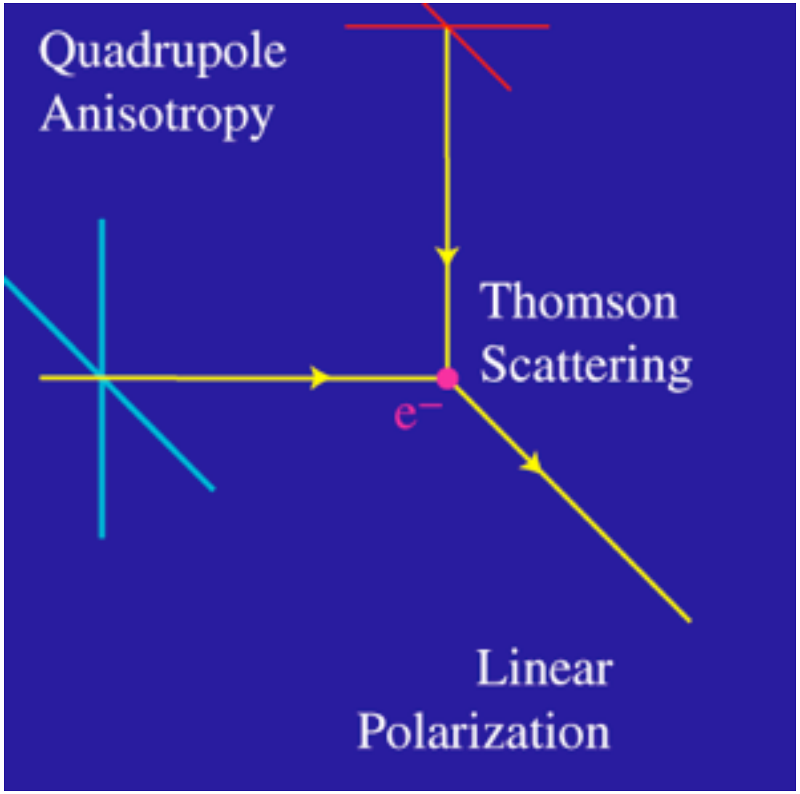
- Emissão sincrotron: até ~80% polarização linear, sem polarização circular... informação sobre intensidade e orientação de campos magnéticos, nível de turbulência
  - Divisão de linhas Zeeman: campos magnéticos quebram as componentes RCP e LCP de linhas espectrais por 2.8 Hz/μG. Medidas fornecem estimativa direta de B
- Processos que modificam o estado de polarização
  - Rotação Faraday: região magnetoiônica gira o plano de polarização linear. Medidas de rotação dão a estimativa do campo magnético B
  - Espalhamento por elétrons livres: induz uma polarização linear que pode indicar a origem da radiação espalhada

Efeito Zeeman



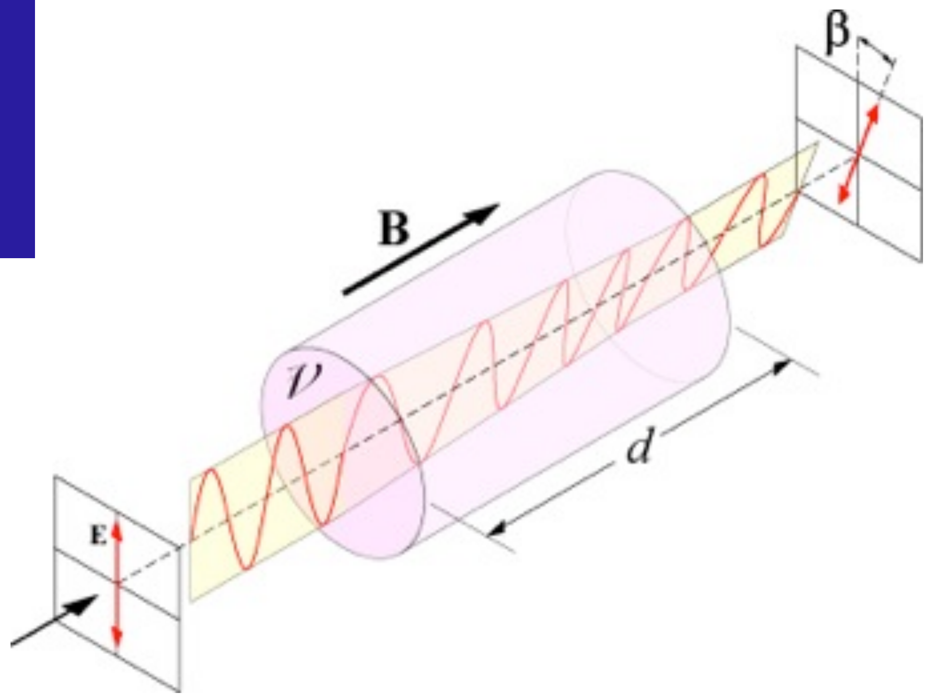






Seção de choque para espalhamento Thomson

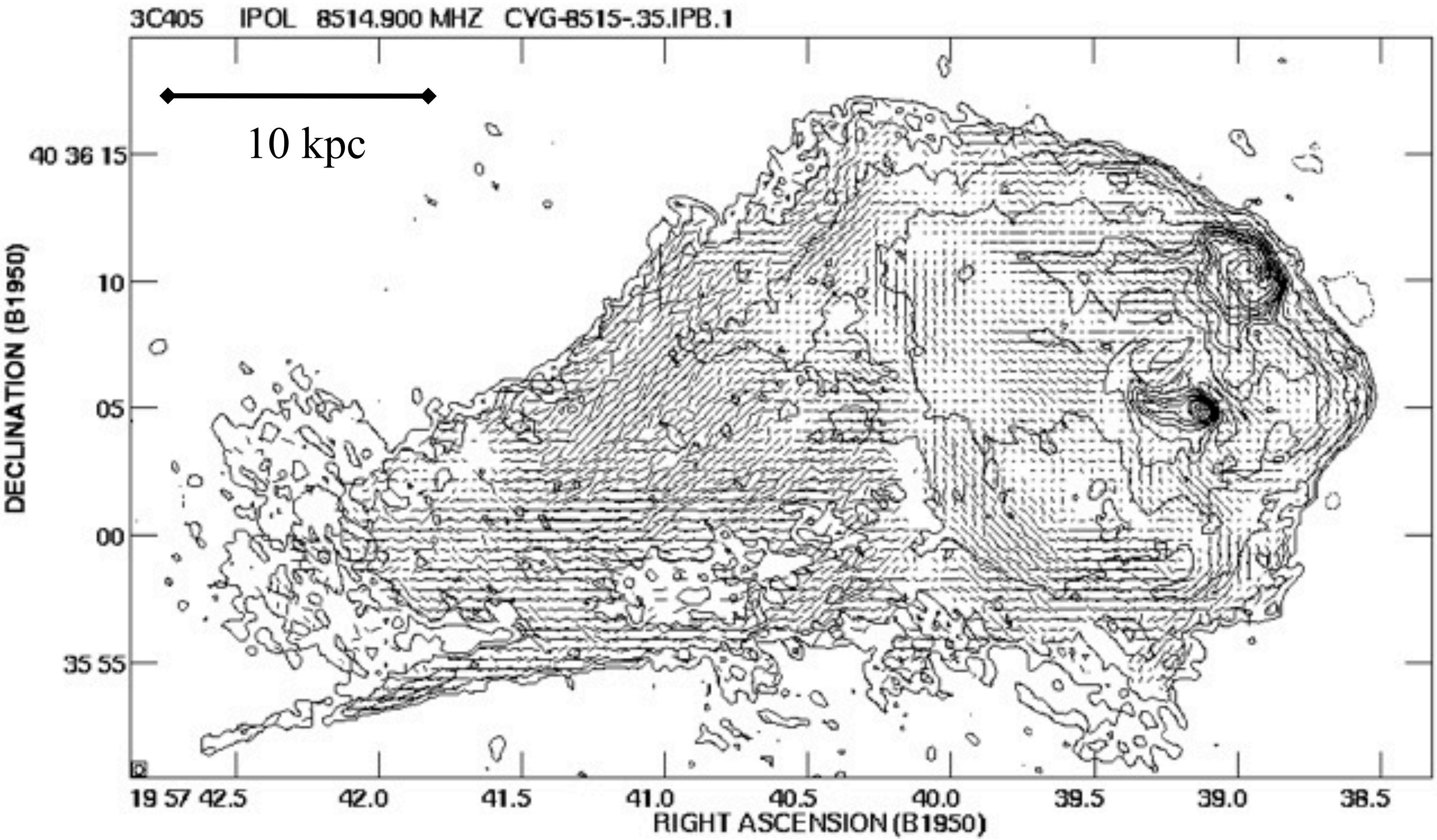
$$\boxed{\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{3\sigma_T}{8\pi}|\epsilon_i \times \epsilon_j|^2}$$



$$\boxed{\begin{aligned} \beta &= \mathrm{RM}\lambda^2 \\ RM &= \frac{e^3}{2\pi m^2 c^4}\int_0^d n_e B ds \end{aligned}}$$

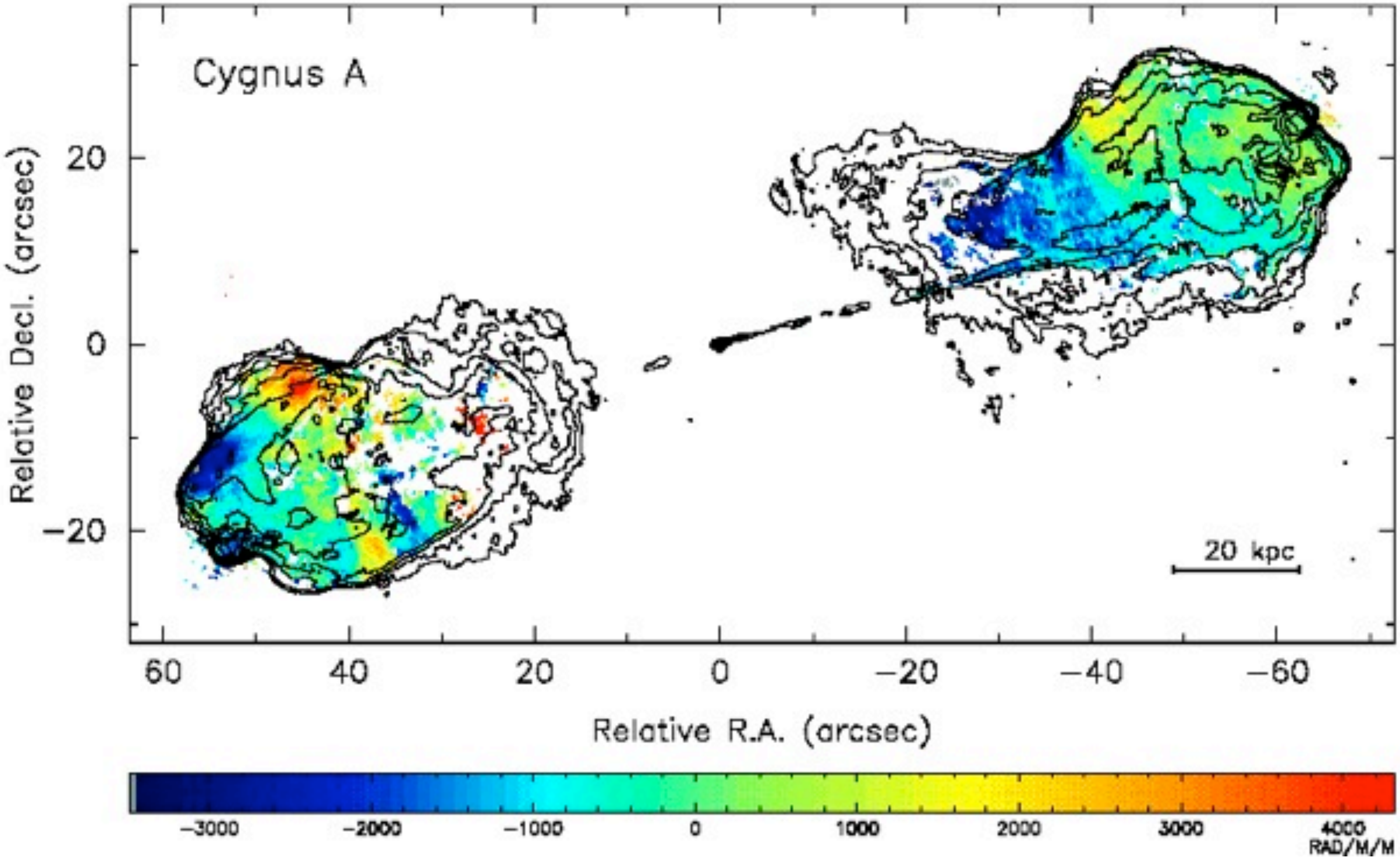
CYGNUS A

- VLA @ 8.5 GHz   B-vectors   Perley & Carilli (1996)



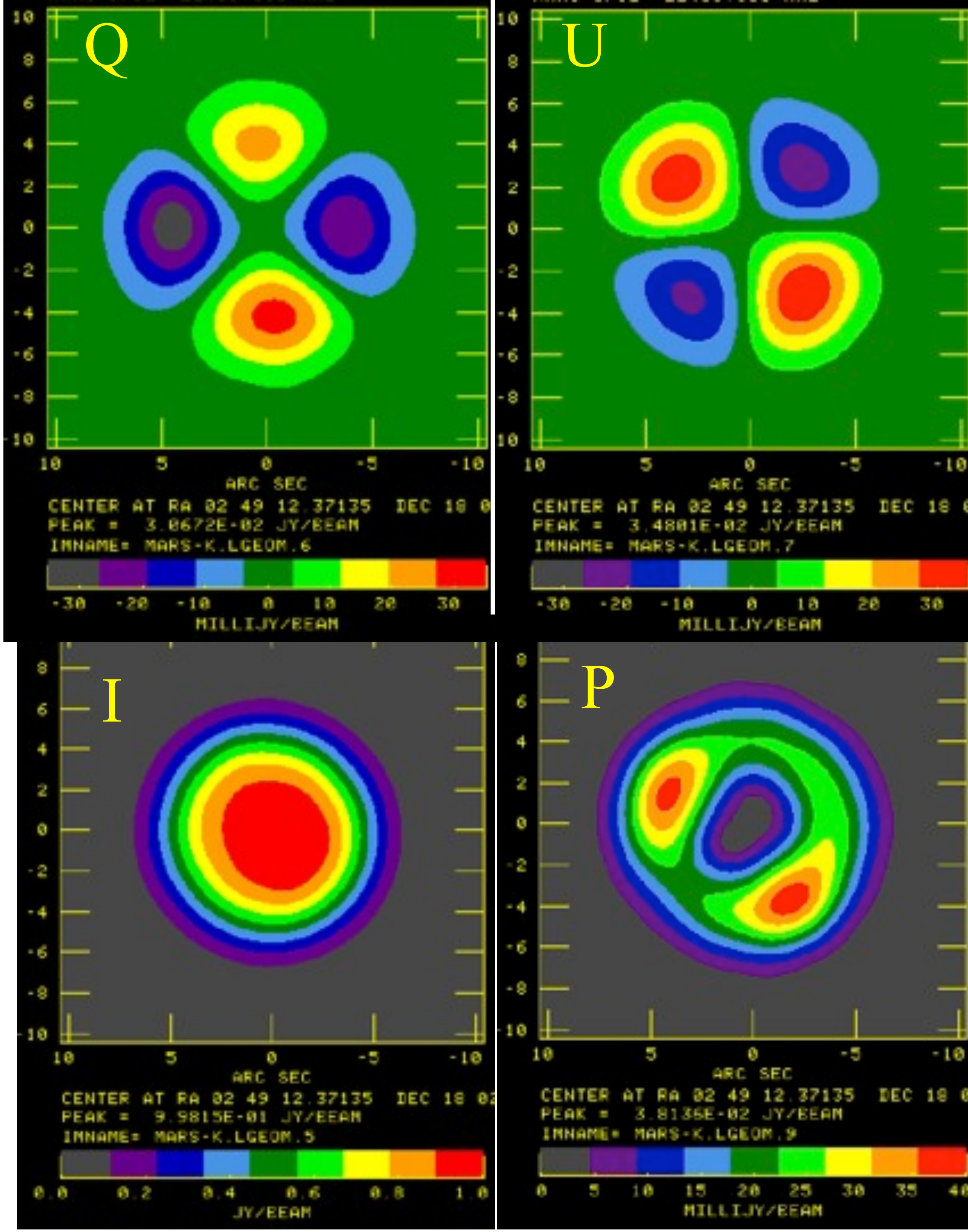
Rotação Faraday

- Ver, p.ex., "Cluster Magnetic Fields" por Carilli & Taylor 2002 (ARAA)

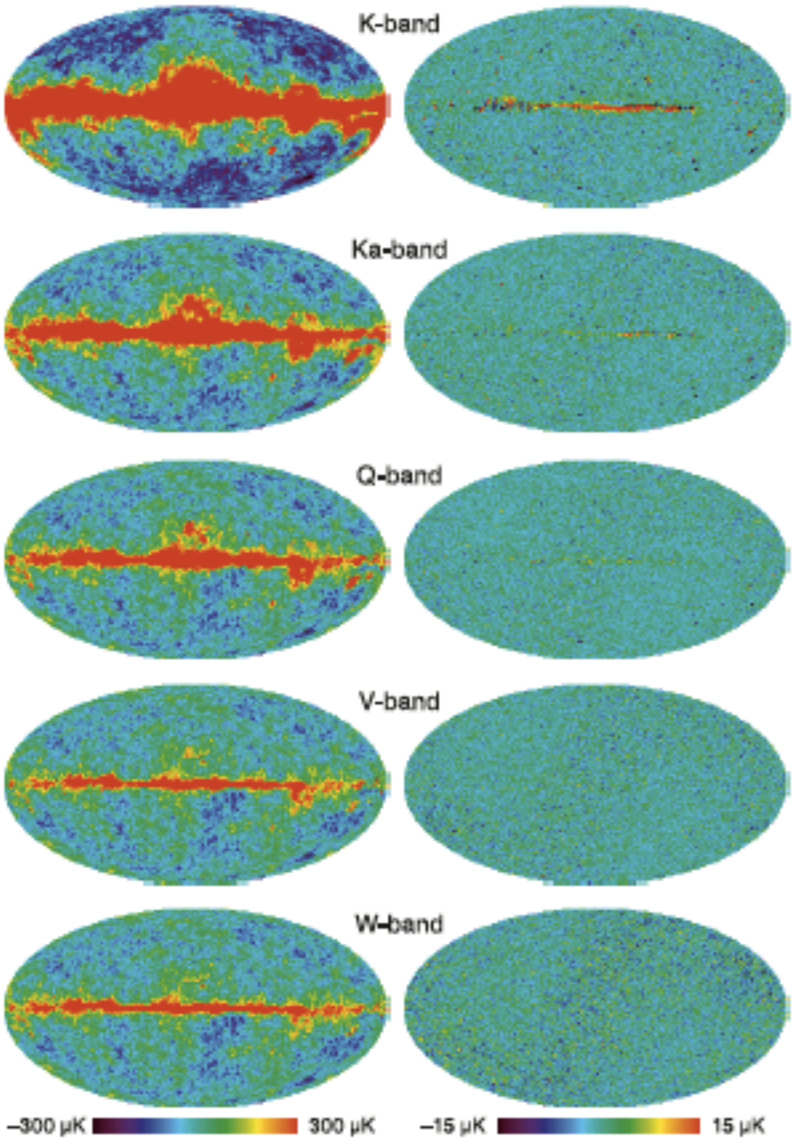


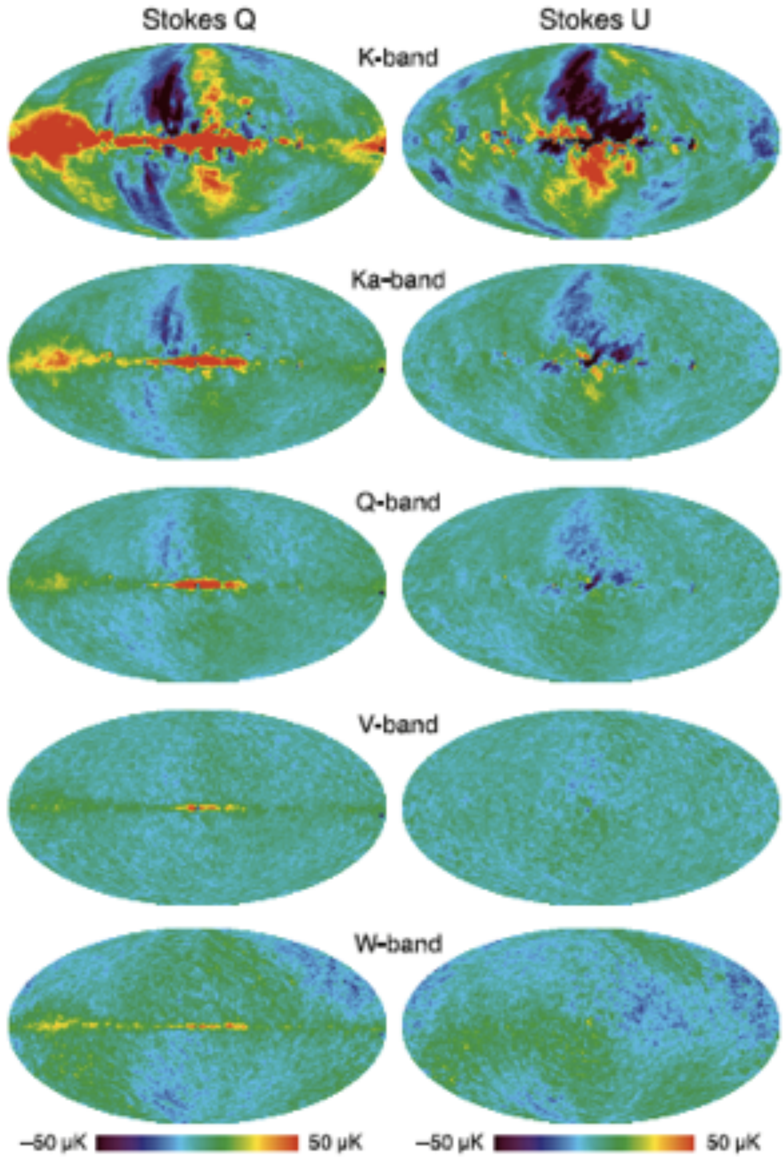
Emissão térmica de Marte

- Marte emite como um corpo negro na faixa rádio
- Imagens I,Q,U,P de dados de Jan 2006 em 23.4 GHz.
- V não aparece - RUÍDO
- Resolução é de 3.5", o diâmetro de Marte é ~6".
- Das imagens Q e U, é possível deduzir que a polarização é radial, em torno do limbo.
- Ângulo de posição não é visto de forma útil em cor.

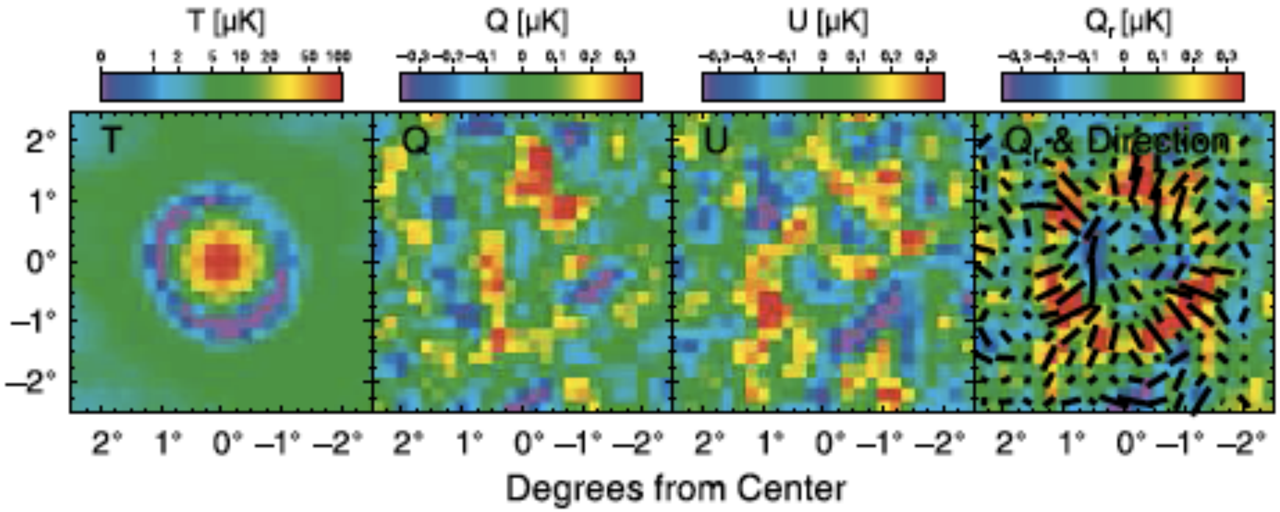


Emissão polarizada da RCFM - satélite WMAP (Jarosik et al. 2010)

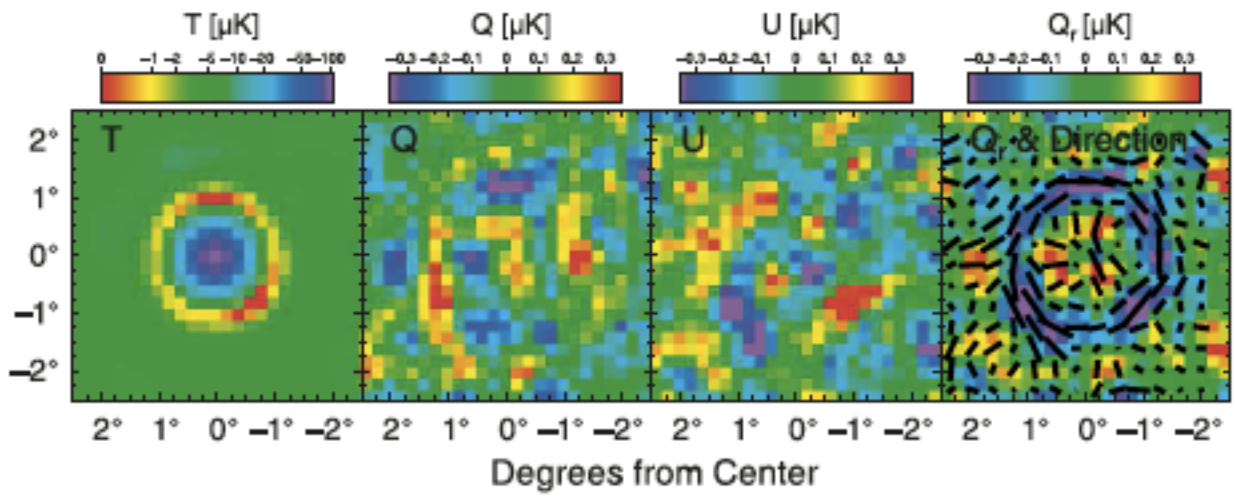




Emissão polarizada da RCFM - satélite WMAP (Komatsu et al. 2010)



Mancha quente



Mancha fria

Vetor de Jones

- Toda a informação de um estado 100% polarizado é fornecida pela amplitude e fase das oscilações no plano de polarização. Representação conveniente na forma do vetor de Jones.

$$e = \begin{bmatrix} a_1 e^{i\theta_1} \\ a_2 e^{i\theta_2} \end{bmatrix} \qquad \text{eq. 1}$$

- a_1 e a_2 são as amplitudes (2 componentes do vetor campo elétrico), θ_1 e θ_2 são as fases complexas.
- No caso de radiação parcialmente polarizada (praticamente 100% dos casos em astronomia), o vetor de Jones varia no espaço e no tempo - taxa de rotação não é constante (caso monocromático)

Matriz de coerência

- Usada na determinação dos campos de ondas não monocromáticas, onde somentes informações "estatísticas" das variações e correlações entre as componentes do campo pode ser obtida.

$$\begin{aligned}
\mathbf{\Psi} &= \langle \mathbf{e}\mathbf{e}^{\dagger} \rangle \\
&= \left\langle \begin{bmatrix} e_1 e_1^* & e_1 e_2^* \\ e_2 e_1^* & e_2 e_2^* \end{bmatrix} \right\rangle \\
&= \left\langle \begin{bmatrix} a_1^2 & a_1 a_2 e^{i(\theta_1 - \theta_2)} \\ a_1 a_2 e^{-i(\theta_1 - \theta_2)} & a_2^2 \end{bmatrix} \right\rangle
\end{aligned} \quad \text{eq. 2}$$

Matriz de coerência

- Contém toda a informação que pode ser obtida sobre a polarização via estatística de segunda ordem
- Pode ser decomposta na soma de 2 matrizes idempotentes, correspondendo aos autovetores da matriz de coerência (estados de polarização ortogonais entre si)
- Alternativa: decomposição em estados completamente polarizados (det = 0) e não-polarizados (matriz identidade) ⇨ grau de polarização
- A soma dos "casos" acima corresponde à superposição incoerente das ondas das duas componentes.

13

A elipse de polarização

- Por convenção, consideramos o comportamento temporal de E em um plano perpendicular, do ponto de vista do observador
- Para uma onda monocromática de frequencia v, temos

$$\vec{E} = (\hat{x}E_1 + \hat{y}E_2)e^{-i\omega t} \equiv E_0 e^{-i\omega t} \quad \begin{cases} E_1 = \mathit{E_1}\, e^{i\phi_1} \\ E_2 = \mathit{E_2}\, e^{i\phi_2} \end{cases} \qquad \text{eq. 3}$$

- Tomando a parte real de E, a componente física do campo elétrico ao longo das direções x e y é dada por:

$$E_x = \mathit{E_1}\, cos(\omega t - \phi_1)$$
$$E_y = \mathit{E_2}\, cos(\omega t - \phi_2) \qquad \text{eq. 4}$$

A elipse de polarização

- Por convenção, consideramos o comportamento temporal de E em um plano perpendicular, do ponto de vista do observador
- Para uma onda monocromática de frequencia ν, temos

$$\vec{E} = (\hat{x}E_1 + \hat{y}E_2)e^{-i\omega t} \equiv E_0 e^{-i\omega t} \quad \begin{cases} E_1 = E_1 e^{i\phi_1} \\ E_2 = E_2 e^{i\phi_2} \end{cases}$$

amplitudes complexas

eq. 3

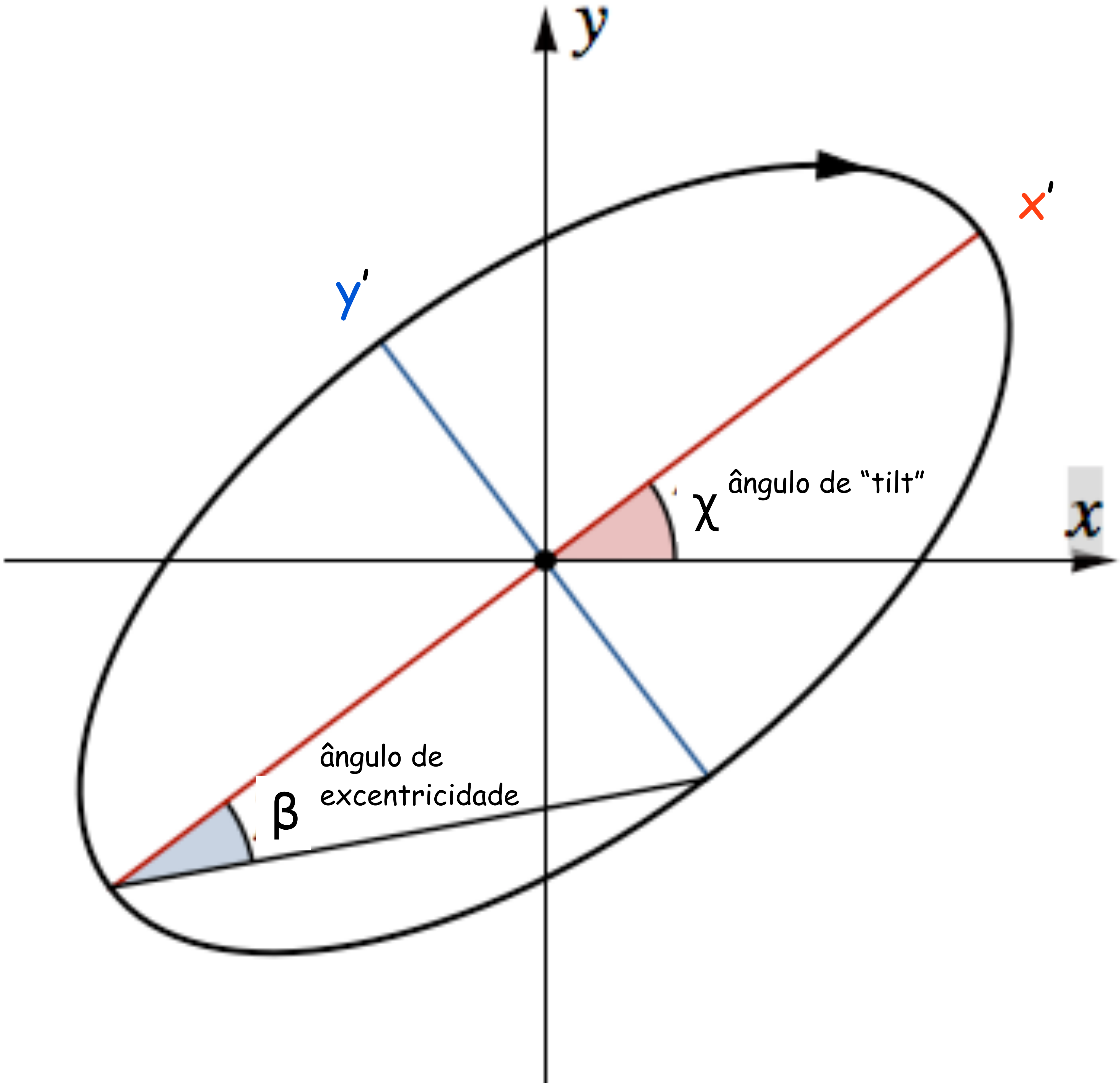
- Tomando a parte real de E, a componente física do campo elétrico ao longo das direções x e y é dada por:

$$E_x = E_1 cos(\omega t - \phi_1)$$
$$E_y = E_2 cos(\omega t - \phi_2)$$

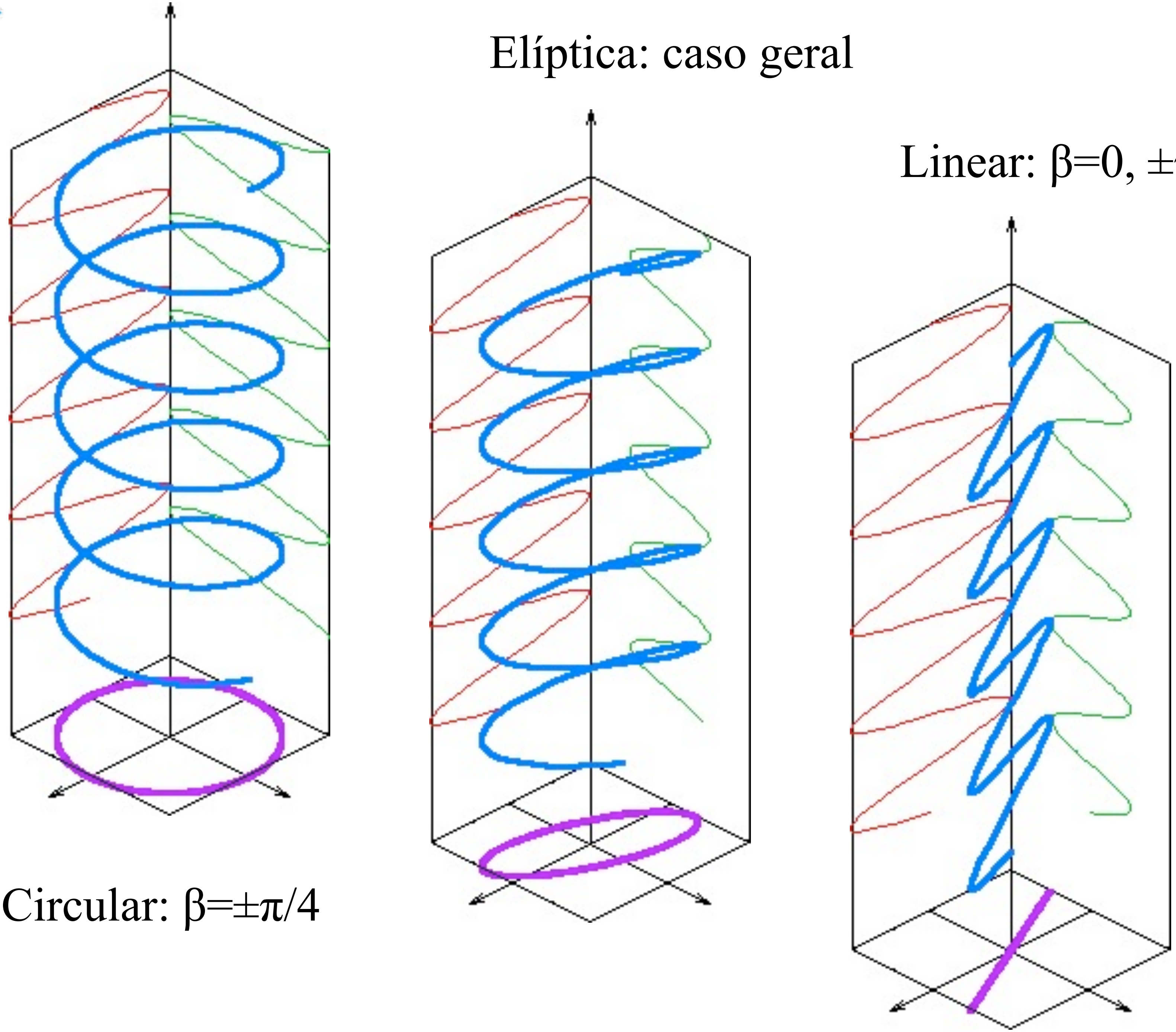
eq. 4

A elipse de polarização

- Essas eqs. definem uma elipse no plano x-y, completamente descrita por 3 parâmetros: E_x, E_y e a diferença de fase $\delta = \varphi_1 - \varphi_2$.
- A eq. da elipse é definida em relação aos eixos x' e y', defasados de x, y por um ângulo χ.
- A onda é dita elipticamente polarizada, no sentido horário (polarizada à esquerda) ou anti-horário (polarizada à direita)
- Isso vem do traçado horário ou anti-horário da rotação do vetor campo elétrico


y
x'
y'
ângulo de "tilt"
χ
x
ângulo de
excentricidade
β

Elíptica: caso geral



Circular: $\beta=\pm\pi/4$

Linear: $\beta=0, \pm\pi/2$

Conexão entre os ângulos da elipse

$$\begin{aligned} E'_x &= E_0 \cos\beta \cos(\omega t) \\ E'_y &= -E_0 \operatorname{sen}\beta \cos(\omega t) \end{aligned}$$

eq. 5

com $-\pi/2 \leq \beta \leq \pi/2$

e magnitudes dos eixos principais dadas por $E_0|\cos\beta|$ $E_0|\operatorname{sen}\beta|$

A relação entre os eixos x,y e x', y' (que definem os eixos principais da elipse) é feita através da decomposição do campo elétrico nos eixos x,y e da rotação de um ângulo χ

$$\begin{aligned} E_x &= E_0(\cos\beta\cos\chi\cos\omega t + \operatorname{sen}\beta\operatorname{sen}\chi\operatorname{sen}\omega t) \\ E_y &= E_0(\cos\beta\operatorname{sen}\chi\cos\omega t - \operatorname{sen}\beta\cos\chi\operatorname{sen}\omega t) \end{aligned}$$

eq. 6

Chegando nos parâmetros de Stokes

Combinando as eqs. 6 e 4, temos:

$$
\begin{aligned}
E_1 \cos\phi_1 &= E_0 \cos\beta \cos\chi \\
E_1 \operatorname{sen}\phi_1 &= E_0 \operatorname{sen}\beta \operatorname{sen}\chi \\
E_2 \cos\phi_2 &= E_0 \cos\beta \operatorname{sen}\chi \\
E_2 \operatorname{sen}\phi_2 &= -E_0 \operatorname{sen}\beta \cos\chi
\end{aligned}
\qquad \textbf{eq. 7}
$$

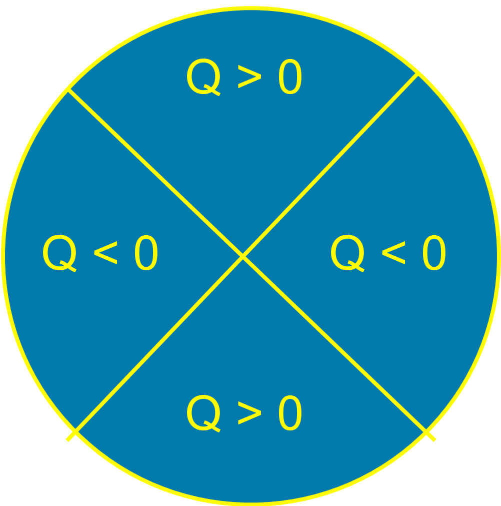
Dados E e ϕ, podemos resolver as eqs. 7 para E_0, β e χ. Isso é feito mais facilmente definindo, para uma onda monocromática:

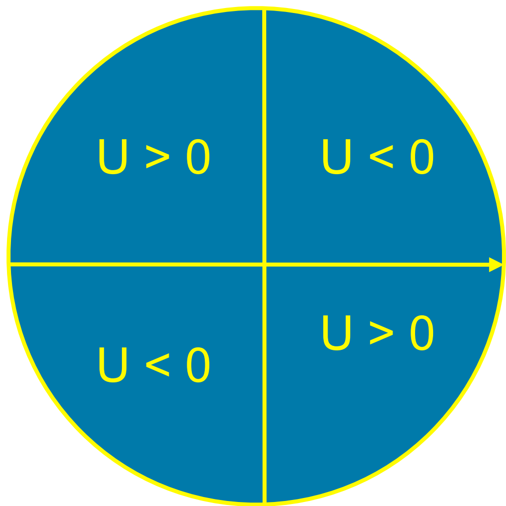
$$
\begin{aligned}
I &\equiv E_1^2 + E_2^2 = E_0^2 \\
Q &\equiv E_1^2 - E_2^2 = E_0^2 \cos(2\beta) \cos(2\chi) \\
U &\equiv 2E_1^2 . E_2^2 \cos(\phi_1 - \phi_2) = E_0^2 \cos(2\beta) \operatorname{sen}(2\chi) \\
V &\equiv 2E_1^2 . E_2^2 \operatorname{sen}(\phi_1 - \phi_2) = E_0^2 \operatorname{sen}(2\beta)
\end{aligned}
\qquad \textbf{eq. 8}
$$

19

Parâmetros de Stokes

- Fluxo linearmente polarizado: $p = (Q^2 + U^2)^{1/2}$
- Q e U definem o plano de polarização: $\tan(2\psi) = Q/U$
- Os sinais de Q e U definem a orientação do plano de polarização

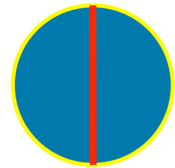




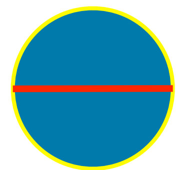
20

Exemplos simples...

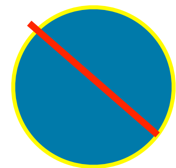
- U = 0, Q positivo, onda verticalmente polarizada



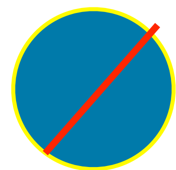
- U = 0, Q negativo, onda horizontalmente polarizada



- Q = 0, U positivo, onda polarizada a 45 graus



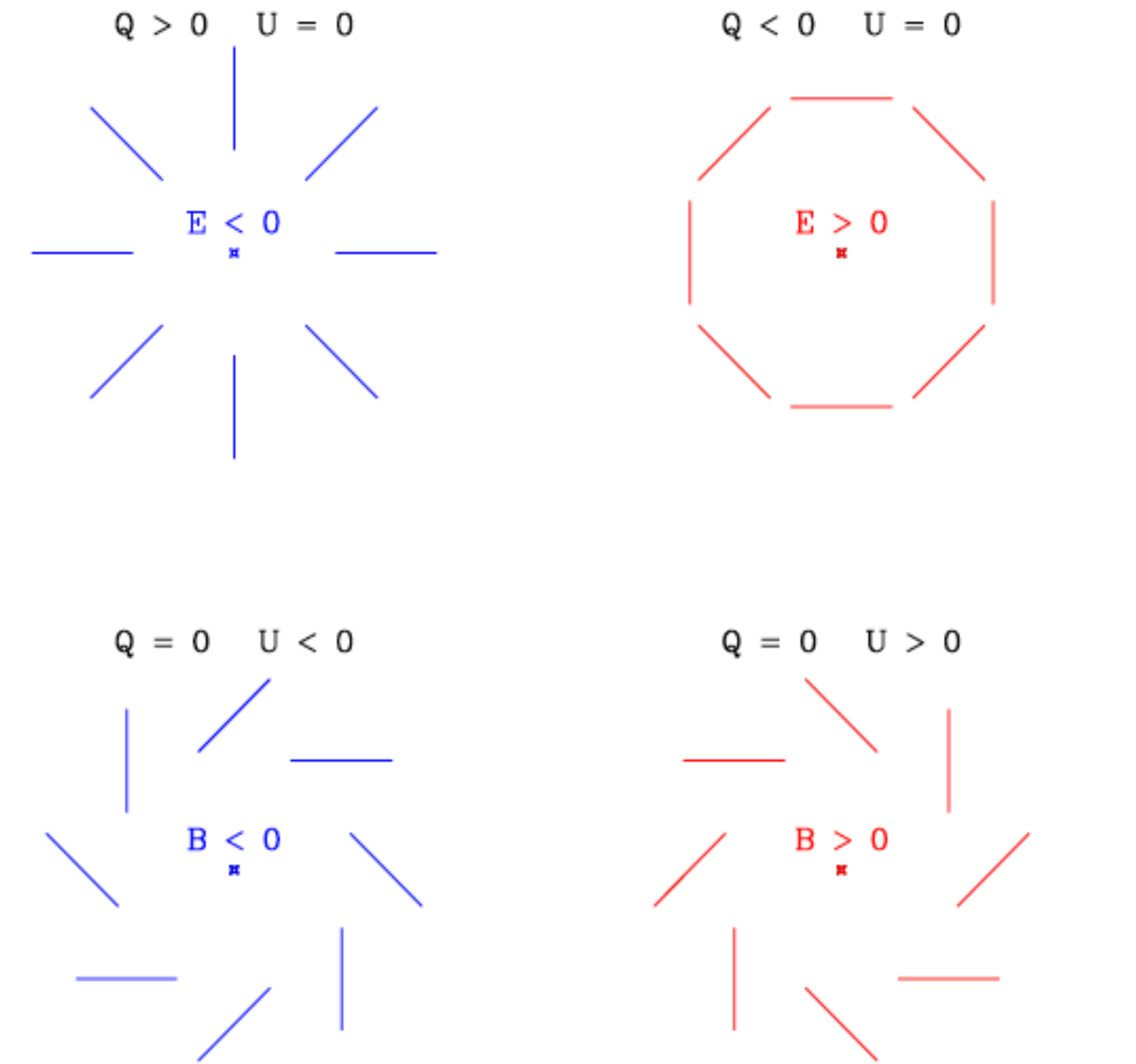
- Q = 0, U negativo, onda polarizada a -45 graus



21

- O modo E é invariante sob paridade

- O modo B muda de sinal sob paridade



Parâmetros de Stokes

- Por que usá-los?
  - Tradição....
  - Possuem unidade de potência...
  - Relacionados de forma simples com as medidas reais nas antenas
  - Acomodam facilmente a noção de polarização parcial de sinais não-monocromáticos
  - Imagens dos parâmetros I, Q, U e V podem ser combinadas para produzir imagens das características lineares, circulares ou elípticas da radiação.

23

Radiação não monocromática e polarização parcial

- Radiação monocromática é um MITO!
- Um observável desses NÃO PODE existir (embora possa ser bem aproximado)
- Na vida real, radiação possui uma banda finita
- Processos astronômicos reais surgem de processos aleatórios causados por osciladores (em geral elétrons) emitindo de forma independente
- Observamos o campo elétrico resultante, usando instrumentos de banda finita
- Apesar do caos, polarização pode ser claramente observada, mas não de forma completa. Polarização parcial é a regra.
- Os parâmetros de Stokes, nesse caso, são definidos por valores médios.

Polarização de uma antena

- Para se estudar polarimetria (medir o estado de polarização de uma onda EM), a antena utilizada deve possuir duas saídas que respondem de forma diferente à ondas elipticamente polarizadas
- É conveniente que essas saídas sejam proporcionais a um dos dois casos:
  - às duas componentes lineares ortogonais cartesianas (E_x, E_y) ou
  - às duas polarizações circulares E_L, E_R.
- Infelizmente, em geral isso não acontece!
- Em geral, cada onda é elipticamente polarizada, com sua própria elipse de polarização
- Entretanto, desde que elas sejam diferentes, em princípio é possível estudar a polarização da onda.

Ondas quase-monocromáticas

- Na prática, vemos superposição de diferentes componentes, cada uma com sua polarização. Assim, pode haver radiação não-polarizada, mas não há radiação 100% polarizada.
- Caso de interesse: onda quase monocromática
  - Variação lenta de ϕ ou E com o tempo
  - Onda 100% polarizada, com polarização claramente definida num intervalo curto ($1/\omega$)
  - Em intervalos $\Delta t \gg 1/\omega$, o estado de polarização varia bastante, deixando de ser "monocromática"
  - $\Delta t \rightarrow$ tempo de coerência; $\Delta\omega \rightarrow$ largura de banda

Ondas quase-monocromáticas

- Medidas diretas de ϕ ou E são difíceis de serem realizadas; em geral mede-se uma média temporal (integração) do quadrado do campo elétrico (fluxo de energia elétrica)
- Separação da onda incidente em componentes independentes:
  - Em rádio: antenas de dipolo e linhas de atraso
  - No óptico: filtros polarizadores e placas de 1/4 onda
- Solução geral dada por

$$E_1' = \lambda_{11} E_1 + \lambda_{12} E_2$$
$$E_2' = \lambda_{21} E_1 + \lambda_{22} E_2$$

$\lambda_{ij} \rightarrow$ **Constantes complexas dependentes do equipamento de medida**

eq. 9

Parâmetros de Stokes

Em termos gerais, para uma onda não monocromática...

$$
\begin{aligned}
I &\equiv \; < E_1^2 + E_2^2 >=< E_L^2 + E_R^2 >=< E_0^2 > && \text{eq. 10} \\
Q &\equiv \; < E_1^2 - E_2^2 >=< E_L^2 - E_R^2 >=< E_0^2 cos(2\beta) cos(2\chi) > \\
U &\equiv \; < 2E_1^2 . E_2^2 cos(\phi_1 - \phi_2) >=< E_0^2 cos(2\beta) sen(2\chi) > \\
V &\equiv \; < 2E_1^2 . E_2^2 sen(\phi_1 - \phi_2) >=< E_0^2 sen(2\beta) >
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
E_0 &= \sqrt{I} \\
\mathrm{sen}2\beta &= V/I && \text{eq. 11} \\
\tan 2\chi &= U/Q
\end{aligned}
$$

V = 0 → polarização linear!!!

U = Q = 0 → polarização circular

- Sendo a média temporal dada por

$$< E_1 E_2^* >= \frac{1}{T}\int_0^T E_1(t)E_2^*(t)dt \qquad \textbf{eq. 12}$$

- Na prática, temos
  - $I^2 \geq Q^2 + U^2 + V^2 \rightarrow$ onda polarizada não monocromática
  - Igualdade vale para uma onda com completa polarização elíptica
  - $Q^2 + U^2 + V^2 = 0 \rightarrow$ onda não polarizada

Ainda parâmetros de Stokes...

- Os parâmetros de Stokes são aditivos para uma superposição de ondas. Isso implica que, de uma maneira geral, podemos escrever

$$\begin{bmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I - \sqrt{Q^2 + U^2 + V^2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sqrt{Q^2 + U^2 + V^2} \\ Q \\ U \\ V \end{bmatrix}$$ eq. 13

Componente não-polarizada   Componente polarizada

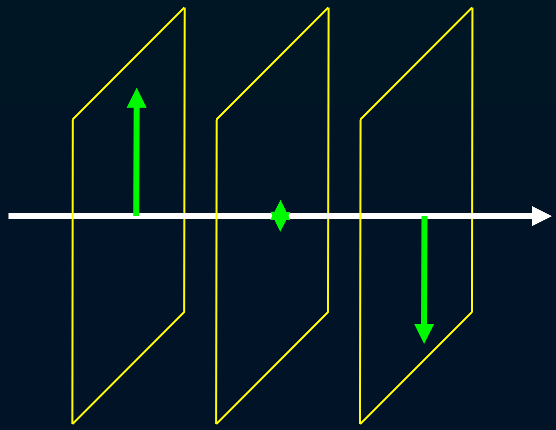
$$\Pi = \frac{I_{pol}}{I} = \frac{\sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}}{I} \longrightarrow$$ Fração polarizada

eq. 14

UM ESTUDO DE CASO: A POLARIZAÇÃO DA RADIAÇÃO CÓSMICA DE FUNDO EM MICROONDAS!

1. Polarização: PARA FIXAÇÃO

$$\vec{k} = k\hat{z}$$



- Um **fóton individual** possui uma polarização linear fixa, que é determinada pela direção do campo elétrico:

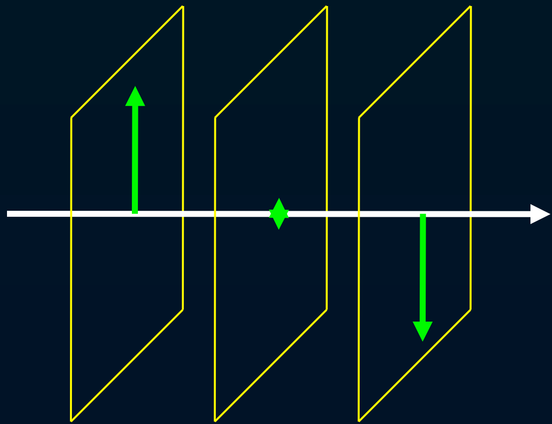
$$\vec{E} = E_x \hat{i} + E_y \hat{j}$$

$$E_x = a_x \cos(\omega t) \qquad E_y = a_y \cos(\omega t)$$

Cortesia Raul Abramo

1. Polarização: PARA FIXAÇÃO

$$\vec{k} = k\hat{z}$$



• Um **fóton individual** possui uma polarização linear fixa, que é determinada pela direção do campo elétrico:

$$\vec{E} = E_x \hat{i} + E_y \hat{j}$$

$$E_x = a_x \cos(\omega t) \qquad E_y = a_y \cos(\omega t)$$

• Um campo de radiação genérico é um **estado multi-fótons → mistura de estados de polarização linear**. Para um feixe que se propaga na direção z os **parâmetros de Stokes** são:

$$E_x = a_x \cos(\omega t)$$

$$E_y = a_y \cos(\omega t + \psi)$$

$$I = E_x^2 + E_y^2$$

$$Q = E_x^2 - E_y^2$$

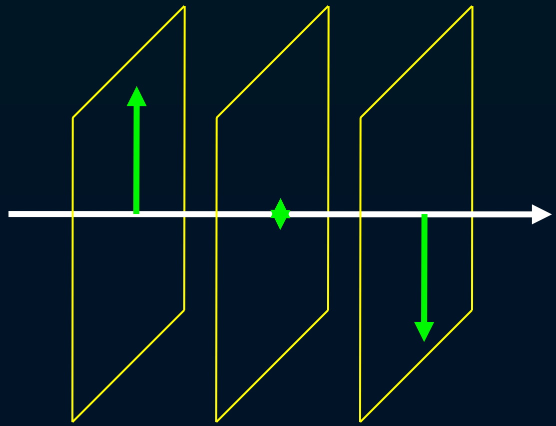
$$U = 2E_x E_y \cos\psi$$

$$V = 2E_x E_y \sin\psi$$

Cortesia Raul Abramo

1. Polarização: PARA FIXAÇÃO

$$\vec{k} = k\hat{z}$$



• Um **fóton individual** possui uma polarização linear fixa, que é determinada pela direção do campo elétrico:

$$\vec{E} = E_x \hat{i} + E_y \hat{j}$$

$$E_x = a_x \cos(\omega t) \qquad E_y = a_y \cos(\omega t)$$

• Um campo de radiação genérico é um **estado multi-fótons → mistura de estados de polarização linear**. Para um feixe que se propaga na direção z os **parâmetros de Stokes** são:

$$I = E_x^2 + E_y^2$$

→ Intensidade do feixe

$$E_x = a_x \cos(\omega t)$$

$$E_y = a_y \cos(\omega t + \psi)$$

$$Q = E_x^2 - E_y^2$$

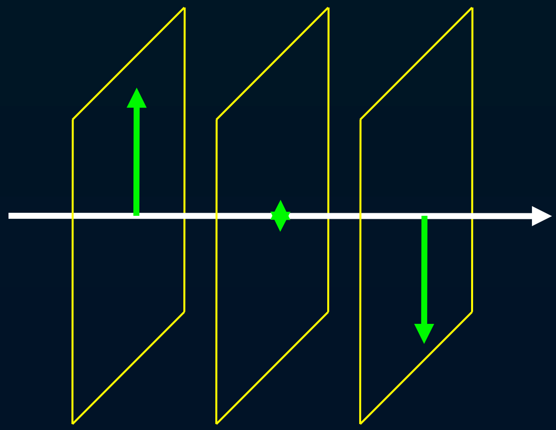
$$U = 2E_x E_y \cos\psi$$

$$V = 2E_x E_y \sin\psi$$

Cortesia Raul Abramo

1. Polarização: PARA FIXAÇÃO

$$\vec{k} = k\hat{z}$$



• Um **fóton individual** possui uma polarização linear fixa, que é determinada pela direção do campo elétrico:

$$\vec{E} = E_x \hat{i} + E_y \hat{j}$$

$$E_x = a_x \cos(\omega t) \qquad E_y = a_y \cos(\omega t)$$

• Um campo de radiação genérico é um **estado multi-fótons ➔ mistura de estados de polarização linear**. Para um feixe que se propaga na direção z os **parâmetros de Stokes** são:

$$I = E_x^2 + E_y^2$$ ➔ Intensidade do feixe

$$Q = E_x^2 - E_y^2$$ ➔ Polarização – - |

$$U = 2E_x E_y \cos\psi$$

$$V = 2E_x E_y \sin\psi$$

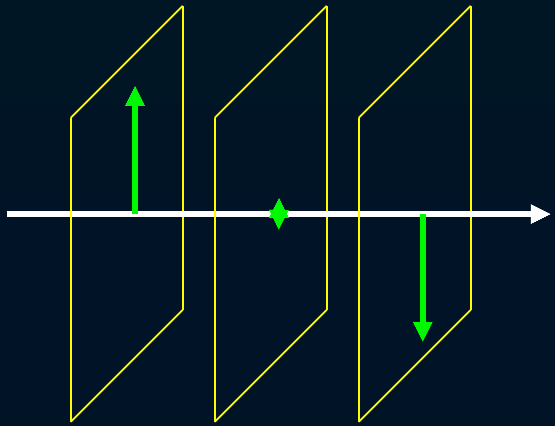
$$E_x = a_x \cos(\omega t)$$

$$E_y = a_y \cos(\omega t + \psi)$$

Cortesia Raul Abramo

1. Polarização: PARA FIXAÇÃO

$$\vec{k} = k\hat{z}$$



• Um **fóton individual** possui uma polarização linear fixa, que é determinada pela direção do campo elétrico:

$$\vec{E} = E_x\hat{i} + E_y\hat{j}$$

$$E_x = a_x\cos(\omega t) \qquad E_y = a_y\cos(\omega t)$$

• Um campo de radiação genérico é um **estado multi-fótons ➔ mistura de estados de polarização linear**. Para um feixe que se propaga na direção z os **parâmetros de Stokes** são:

$$E_x = a_x\cos(\omega t)$$

$$E_y = a_y\cos(\omega t + \psi)$$

$$I = E_x^2 + E_y^2$$ ➔ Intensidade do feixe

$$Q = E_x^2 - E_y^2$$ ➔ Polarização – - |

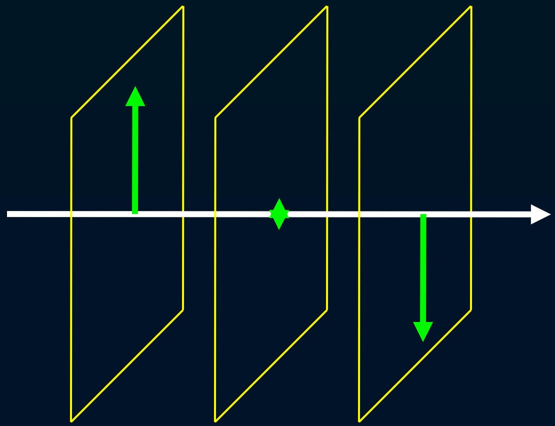
$$U = 2E_xE_y\cos\psi$$ ➔ Polarização / - \

$$V = 2E_xE_y\sin\psi$$

Cortesia Raul Abramo

1. Polarização: PARA FIXAÇÃO

$$\vec{k} = k\hat{z}$$



- Um **fóton individual** possui uma polarização linear fixa, que é determinada pela direção do campo elétrico:

$$\vec{E} = E_x\hat{i} + E_y\hat{j}$$

$$E_x = a_x\cos(\omega t) \qquad E_y = a_y\cos(\omega t)$$

- Um campo de radiação genérico é um **estado multi-fótons → mistura de estados de polarização linear**. Para um feixe que se propaga na direção z os **parâmetros de Stokes** são:

$$E_x = a_x\cos(\omega t)$$

$$E_y = a_y\cos(\omega t + \psi)$$

$I = E_x^2 + E_y^2$ → Intensidade do feixe

$Q = E_x^2 - E_y^2$ → Polarização – - |

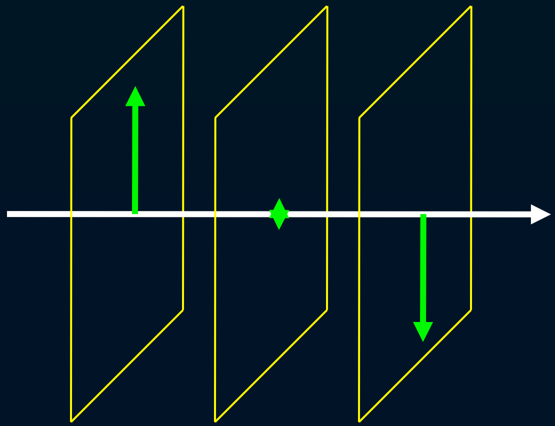
$U = 2E_xE_y\cos\psi$ → Polarização / - \

$V = 2E_xE_y\sin\psi$ → Polarização circular

Cortesia Raul Abramo

1. Polarização: PARA FIXAÇÃO

$$\vec{k} = k\hat{z}$$



- Um **fóton individual** possui uma polarização linear fixa, que é determinada pela direção do campo elétrico:

$$\vec{E} = E_x \hat{i} + E_y \hat{j}$$

$$E_x = a_x \cos(\omega t) \qquad E_y = a_y \cos(\omega t)$$

- Um campo de radiação genérico é um **estado multi-fótons ➔ mistura de estados de polarização linear**. Para um feixe que se propaga na direção z os **parâmetros de Stokes** são:

$$E_x = a_x \cos(\omega t)$$

$$E_y = a_y \cos(\omega t + \psi)$$

$$I = E_x^2 + E_y^2$$ ➔ Intensidade do feixe

$$Q = E_x^2 - E_y^2$$ ➔ Polarização – - |

$$U = 2E_x E_y \cos\psi$$ ➔ Polarização / - \

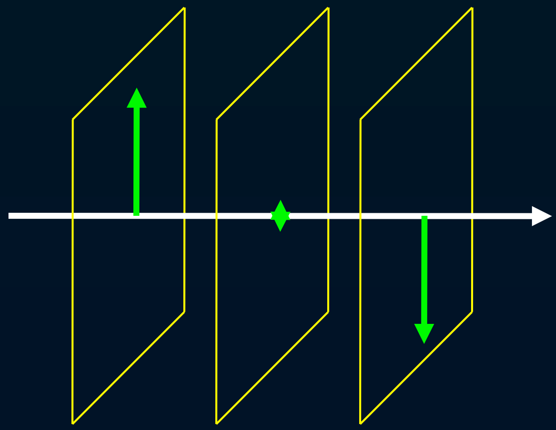
$$V = 2E_x E_y \sin\psi$$ ➔ Polarização circular

$$I^2 \geq Q^2 + U^2 + V^2$$

Cortesia Raul Abramo

1. Polarização: PARA FIXAÇÃO

$$\vec{k} = k\hat{z}$$



• Um **fóton individual** possui uma polarização linear fixa, que é determinada pela direção do campo elétrico:

$$\vec{E} = E_x \hat{i} + E_y \hat{j}$$

$$E_x = a_x \cos(\omega t) \qquad E_y = a_y \cos(\omega t)$$

• Um campo de radiação genérico é um **estado multi-fótons ➔ mistura de estados de polarização linear**. Para um feixe que se propaga na direção z os **parâmetros de Stokes** são:

$$E_x = a_x \cos(\omega t)$$

$$E_y = a_y \cos(\omega t + \psi)$$

$I = E_x^2 + E_y^2$ ➔ Intensidade do feixe

$Q = E_x^2 - E_y^2$ ➔ Polarização – - |

$U = 2E_xE_y \cos\psi$ ➔ Polarização / - \

$V = 2E_xE_y \sin\psi$ ➔ Polarização circular

$$I^2 \geq Q^2 + U^2 + V^2$$ (= p/ onda monocromática)

Cortesia Raul Abramo

Cortesia Raul Abramo

• Os estados de polarização são análogos aos estados com **dois graus de liberdade** (E_x e E_y) em mecânica quântica ➔ base natural são as **matrizes de Pauli**. De fato, a matriz densidade de estados da polarização é:

$$\rho = \frac{1}{2}(I \times 1 + U\sigma_1 + V\sigma_2 + Q\sigma_3) = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} I+Q & U-iV \\ U+iV & I-Q \end{pmatrix}$$

Cortesia Raul Abramo

• Os estados de polarização são análogos aos estados com **dois graus de liberdade** (E_x e E_y) em mecânica quântica ➔ base natural são as **matrizes de Pauli**. De fato, a matriz densidade de estados da polarização é:

$$\rho = \frac{1}{2}(I \times 1 + U\sigma_1 + V\sigma_2 + Q\sigma_3) = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} I+Q & U-iV \\ U+iV & I-Q \end{pmatrix}$$

Polarizações excitadas na RCF

Cortesia Raul Abramo

• Os estados de polarização são análogos aos estados com **dois graus de liberdade** (E_x e E_y) em mecânica quântica ➔ base natural são as **matrizes de Pauli**. De fato, a matriz densidade de estados da polarização é:

$$\rho = \frac{1}{2}\left(I \times 1 + U\sigma_1 + \cancel{V}\sigma_2 + Q\sigma_3\right) = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} I+Q & U-iV \\ U+iV & I-Q \end{pmatrix}$$

$\boxed{\text{Polarizações excitadas na RCF}}$

Cortesia Raul Abramo

• Os estados de polarização são análogos aos estados com **dois graus de liberdade** (E_x e E_y) em mecânica quântica ➔ base natural são as **matrizes de Pauli**. De fato, a matriz densidade de estados da polarização é:

$$\rho = \frac{1}{2}\left(I \times 1 + U\sigma_1 + \cancel{V}\sigma_2 + Q\sigma_3\right) = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} I+Q & U-iV \\ U+iV & I-Q \end{pmatrix}$$

Polarizações excitadas na RCF

• Orientação dos modos ***Q*** (N-S, L-O) e ***U*** (Se-No, So-Ne):

z:

Cortesia Raul Abramo

• Os estados de polarização são análogos aos estados com **dois graus de liberdade** (E_x e E_y) em mecânica quântica ➔ base natural são as **matrizes de Pauli**. De fato, a matriz densidade de estados da polarização é:

$$\rho = \frac{1}{2}\left(I \times 1 + U\sigma_1 + \cancel{V\sigma_2} + Q\sigma_3\right) = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} I+Q & U-iV \\ U+iV & I-Q \end{pmatrix}$$

Polarizações excitadas na RCF

• Orientação dos modos ***Q*** (N-S, L-O) e ***U*** (Se-No, So-Ne):

z: Á

Q>0, U=0

Cortesia Raul Abramo

- Os estados de polarização são análogos aos estados com **dois graus de liberdade** (E_x e E_y) em mecânica quântica ➔ base natural são as **matrizes de Pauli**. De fato, a matriz densidade de estados da polarização é:

$$\rho = \frac{1}{2}\left(I \times 1 + U\sigma_1 + \cancel{V}\sigma_2 + Q\sigma_3\right) = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} I+Q & U-iV \\ U+iV & I-Q \end{pmatrix}$$

Polarizações excitadas na RCF

- Orientação dos modos ***Q*** (N-S, L-O) e ***U*** (Se-No, So-Ne):

z:

Q>0, U=0

Q<0, U=0

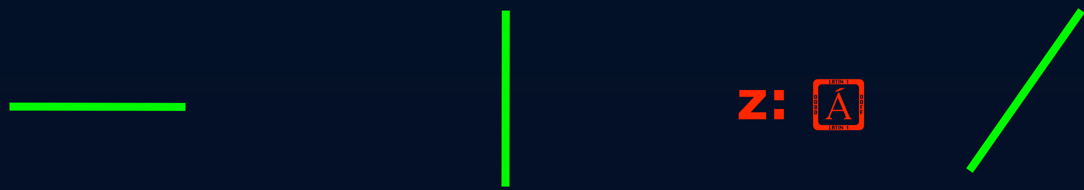
Cortesia Raul Abramo

• Os estados de polarização são análogos aos estados com **dois graus de liberdade** (E_x e E_y) em mecânica quântica ➔ base natural são as **matrizes de Pauli**. De fato, a matriz densidade de estados da polarização é:

$$\rho = \frac{1}{2}\left(I \times 1 + U\sigma_1 + \cancel{V}\sigma_2 + Q\sigma_3\right) = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} I+Q & U-iV \\ U+iV & I-Q \end{pmatrix}$$

Polarizações excitadas na RCF

• Orientação dos modos ***Q*** (N-S, L-O) e ***U*** (Se-No, So-Ne):



Q>0, U=0 Q<0, U=0 Q=0, U>0

Cortesia Raul Abramo

- Os estados de polarização são análogos aos estados com **dois graus de liberdade** (E_x e E_y) em mecânica quântica ➔ base natural são as **matrizes de Pauli**. De fato, a matriz densidade de estados da polarização é:

$$\rho = \frac{1}{2}\left(I \times 1 + U\sigma_1 + \cancel{V}\sigma_2 + Q\sigma_3\right) = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} I+Q & U-iV \\ U+iV & I-Q \end{pmatrix}$$

Polarizações excitadas na RCF

- Orientação dos modos ***Q*** (N-S, L-O) e ***U*** (Se-No, So-Ne):

Q>0, U=0 Q<0, U=0 Q=0, U>0 Q=0, U<0

Cortesia Raul Abramo

• Os estados de polarização são análogos aos estados com **dois graus de liberdade** (E_x e E_y) em mecânica quântica ➔ base natural são as **matrizes de Pauli**. De fato, a matriz densidade de estados da polarização é:

$$\rho = \frac{1}{2}\left(I \times 1 + U\sigma_1 + \cancel{V}\sigma_2 + Q\sigma_3\right) = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} I+Q & U-iV \\ U+iV & I-Q \end{pmatrix}$$

$\boxed{\text{Polarizações excitadas na RCF}}$

• Orientação dos modos ***Q*** (N-S, L-O) e ***U*** (Se-No, So-Ne):

z:

Q>0, U=0 Q<0, U=0 Q=0, U>0 Q=0, U<0

• Note que os parâmetros de Stokes fazem referência explícita a um certo sistema de coordenadas, e portanto os **mapas de Q(θ,ϕ) e U(θ,ϕ)** no céu **dependem da escolha do sistema de coordenadas**!
Sob rotação de φ em torno de z:

Cortesia Raul Abramo

• Os estados de polarização são análogos aos estados com **dois graus de liberdade** (E_x e E_y) em mecânica quântica ➔ base natural são as **matrizes de Pauli**. De fato, a matriz densidade de estados da polarização é:

$$\rho = \frac{1}{2}\left(I \times 1 + \underbrace{U\sigma_1}_{} + \cancel{V}\sigma_2 + \underbrace{Q\sigma_3}_{}\right) = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} I+Q & U-iV \\ U+iV & I-Q \end{pmatrix}$$

Polarizações excitadas na RCF

• Orientação dos modos ***Q*** (N-S, L-O) e ***U*** (Se-No, So-Ne):

z:

Q>0, U=0 Q<0, U=0 Q=0, U>0 Q=0, U<0

• Note que os parâmetros de Stokes fazem referência explícita a um certo sistema de coordenadas, e portanto os **mapas de Q(θ,ϕ) e U(θ,ϕ)** no céu **dependem da escolha do sistema de coordenadas**!
Sob rotação de φ em torno de z:

$$Q' = Q\cos(2\varphi) + U\sin(2\varphi)$$

$$U' = -Q\sin(2\varphi) + U\cos(2\varphi)$$

Cortesia Raul Abramo

Bond & Efstathiou 1984, Polnarev 1985
Kosowski 1996, Seljak & Zaldarriaga 1997, Hu & White 1997
Cabella & Kamionkowski 2005, Y.-T. Li & B. Wandelt 2005

2. Polarização da RCF

- Antes do desacoplamento (z > 1100), assumimos que a radiação era basicamente **não-polarizada** ($\langle I_i \rangle \neq 0$, $\langle Q_i \rangle = \langle U_i \rangle = \langle V_i \rangle = 0$).

- Na era do desacoplamento (z ~ 1089), **espalhamento Thomson** dos fótons da RCF pelos elétrons e íons livres gerou uma polarização da RCF.

- A seção de choque para um fóton incidente de polarização ε_i dando origem a um fóton espalhado com polarização ε_f é:

Cortesia Raul Abramo

2. Polarização da RCF

Bond & Efstathiou 1984, Polnarev 1985
Kosowski 1996, Seljak & Zaldarriaga 1997, Hu & White 1997
Cabella & Kamionkowski 2005, Y.-T. Li & B. Wandelt 2005

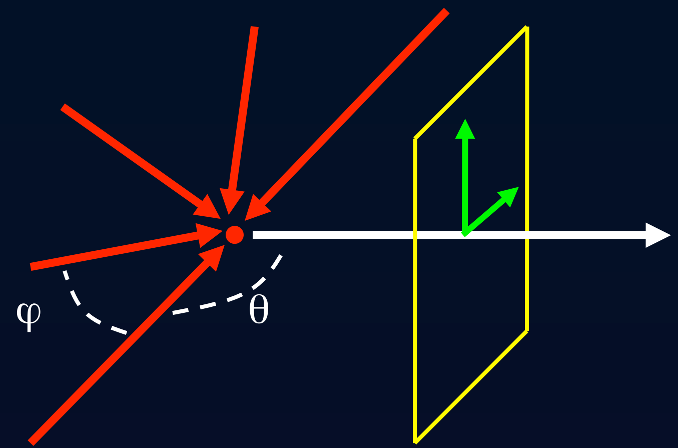
• Antes do desacoplamento (z > 1100), assumimos que a radiação era basicamente **não-polarizada** ($\langle I_i \rangle \neq 0$, $\langle Q_i \rangle = \langle U_i \rangle = \langle V_i \rangle = 0$).

• Na era do desacoplamento (z ~ 1089), **espalhamento Thomson** dos fótons da RCF pelos elétrons e íons livres gerou uma polarização da RCF.

• A seção de choque para um fóton incidente de polarização ε_i dando origem a um fóton espalhado com polarização ε_f é:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{3\sigma_T}{8\pi} \left| \hat{\varepsilon}_i \times \hat{\varepsilon}_j \right|^2$$

!!!



Cortesia Raul Abramo

2. Polarização da RCF

Bond & Efstathiou 1984, Polnarev 1985
Kosowski 1996, Seljak & Zaldarriaga 1997, Hu & White 1997
Cabella & Kamionkowski 2005, Y.-T. Li & B. Wandelt 2005

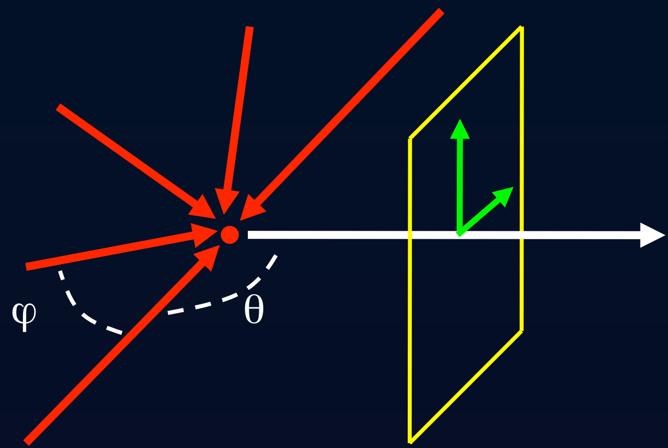
- Antes do desacoplamento (z > 1100), assumimos que a radiação era basicamente **não-polarizada** ($<I_i>\neq 0$, $<Q_i>=<U_i>=<V_i>=0$).

- Na era do desacoplamento (z ~ 1089), **espalhamento Thomson** dos fótons da RCF pelos elétrons e íons livres gerou uma polarização da RCF.

- A seção de choque para um fóton incidente de polarização ε_i dando origem a um fóton espalhado com polarização ε_f é:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{3\sigma_T}{8\pi}\left|\hat{\varepsilon}_i \times \hat{\varepsilon}_j\right|^2$$

!!!



- O que leva à polarização do estado final:

$$Q_f(\hat{z}) = \frac{3\sigma_T}{16\pi}\int d\Omega \sin^2\theta \cos(2\varphi)\, I_i(\theta,\varphi)$$

$$U_f(\hat{z}) = -\frac{3\sigma_T}{16\pi}\int d\Omega \sin^2\theta \sin(2\varphi)\, I_i(\theta,\varphi)$$

Cortesia Raul Abramo

Bond & Efstathiou 1984, Polnarev 1985
Kosowski 1996, Seljak & Zaldarriaga 1997, Hu & White 1997
Cabella & Kamionkowski 2005, Y.-T. Li & B. Wandelt 2005

2. Polarização da RCF

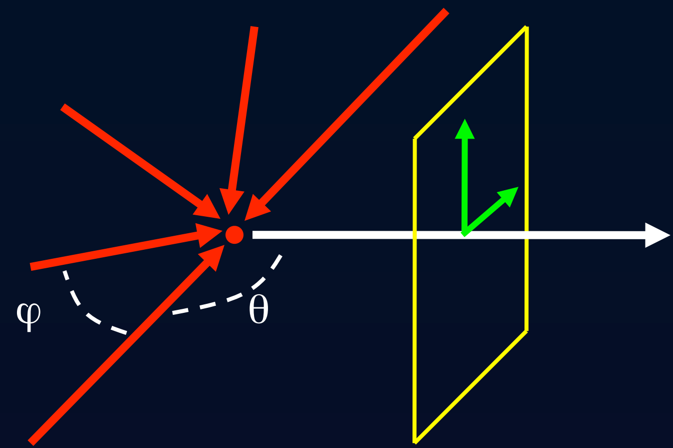
• Antes do desacoplamento (z > 1100), assumimos que a radiação era basicamente **não-polarizada** ($\langle I_i \rangle \neq 0$, $\langle Q_i \rangle = \langle U_i \rangle = \langle V_i \rangle = 0$).

• Na era do desacoplamento (z ~ 1089), **espalhamento Thomson** dos fótons da RCF pelos elétrons e íons livres gerou uma polarização da RCF.

• A seção de choque para um fóton incidente de polarização ε_i dando origem a um fóton espalhado com polarização ε_f é:

!!!

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{3\sigma_T}{8\pi} \left| \hat{\varepsilon}_i \times \hat{\varepsilon}_j \right|^2$$



• O que leva à polarização do estado final:

$$Q_f(\hat{z}) = \frac{3\sigma_T}{16\pi} \int d\Omega \sin^2\theta \cos(2\varphi)\, I_i(\theta,\varphi)$$

$$U_f(\hat{z}) = -\frac{3\sigma_T}{16\pi} \int d\Omega \sin^2\theta \sin(2\varphi)\, I_i(\theta,\varphi)$$

$$\Bigg\} \; Q - iU \sim \int d\Omega\, Y_{22}(\theta,\varphi)\, I(\theta,\varphi)$$

Cortesia Raul Abramo

2. Polarização da RCF

Bond & Efstathiou 1984, Polnarev 1985
Kosowski 1996, Seljak & Zaldarriaga 1997, Hu & White 1997
Cabella & Kamionkowski 2005, Y.-T. Li & B. Wandelt 2005

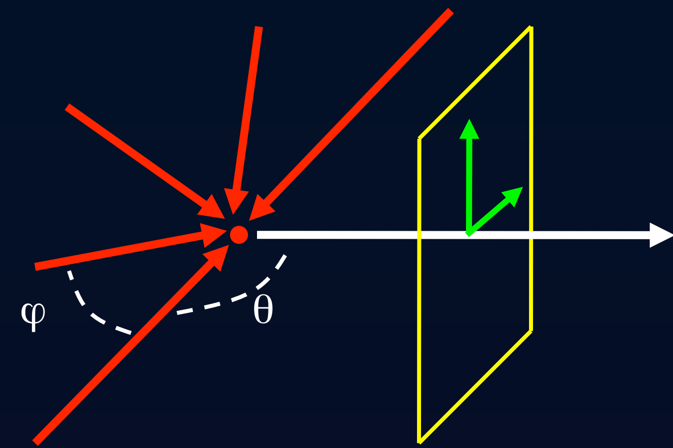
- Antes do desacoplamento (z > 1100), assumimos que a radiação era basicamente **não-polarizada** ($\langle I_i \rangle \neq 0$, $\langle Q_i \rangle = \langle U_i \rangle = \langle V_i \rangle = 0$).

- Na era do desacoplamento (z ~ 1089), **espalhamento Thomson** dos fótons da RCF pelos elétrons e íons livres gerou uma polarização da RCF.

- A seção de choque para um fóton incidente de polarização ε_i dando origem a um fóton espalhado com polarização ε_f é:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{3\sigma_T}{8\pi} \left| \hat{\varepsilon}_i \times \hat{\varepsilon}_j \right|^2$$

!!!



- O que leva à polarização do estado final:

$$Q_f(\hat{z}) = \frac{3\sigma_T}{16\pi} \int d\Omega \sin^2\theta \, \cos(2\varphi) \, I_i(\theta, \varphi)$$

$$U_f(\hat{z}) = -\frac{3\sigma_T}{16\pi} \int d\Omega \sin^2\theta \, \sin(2\varphi) \, I_i(\theta, \varphi)$$

$$Q - iU \sim \int d\Omega \, Y_{22}(\theta, \varphi) \, I(\theta, \varphi)$$

➔Polarização depende do quadrupolo da radiação incidente!

Cortesia Raul Abramo

- É natural representar a polarização através da função complexa ***P*** :

Cortesia Raul Abramo

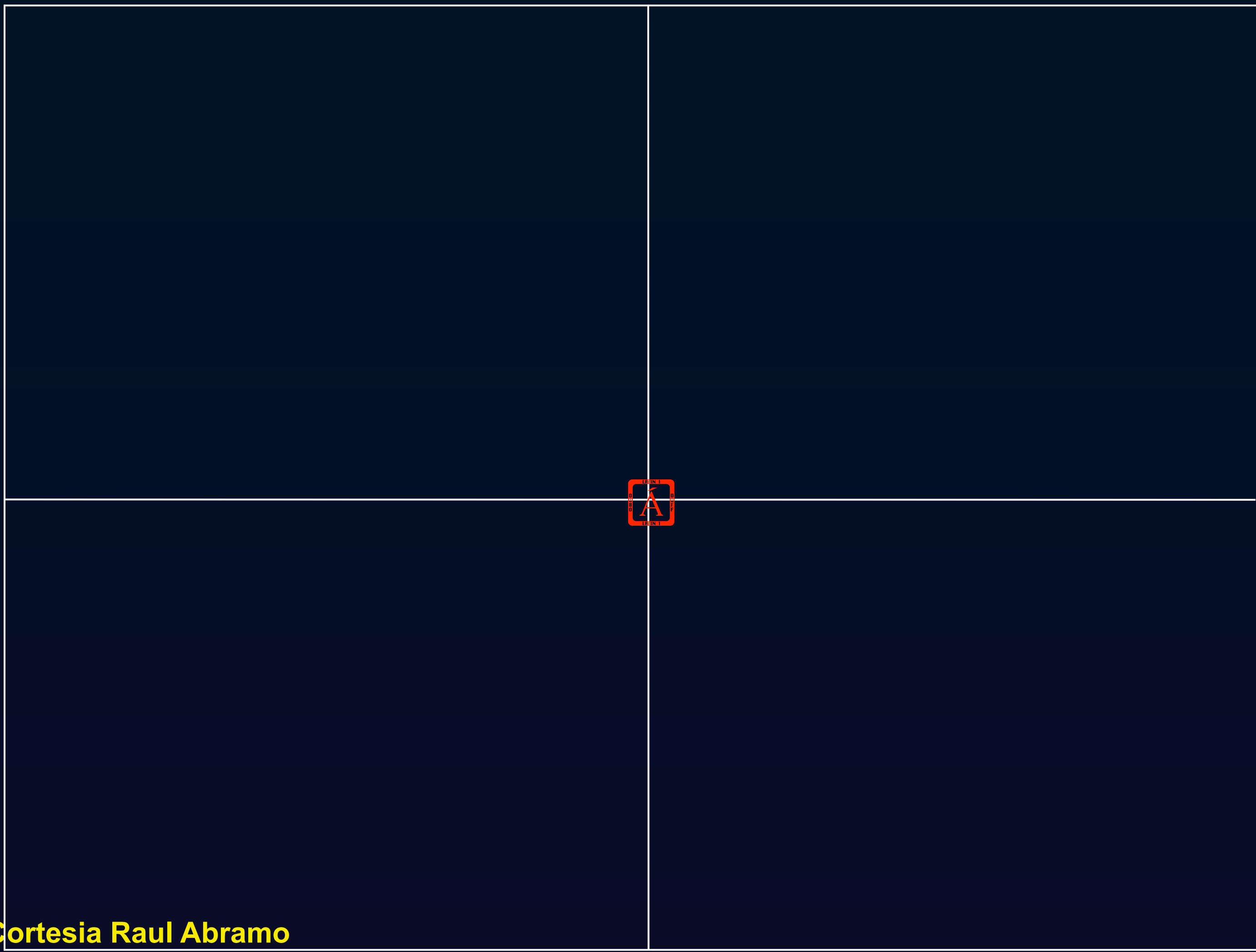
- É natural representar a polarização através da função complexa ***P*** :

$$P = Q - iU = \frac{3\sigma_T}{4\pi}\sqrt{\frac{2\pi}{15}}\, a_{22} \quad , \quad I_i(\theta,\varphi) = \sum_{1m} a_{1m}\, Y_{1m}(\theta,\varphi)$$

Cortesia Raul Abramo

- É natural representar a polarização através da função complexa ***P*** :

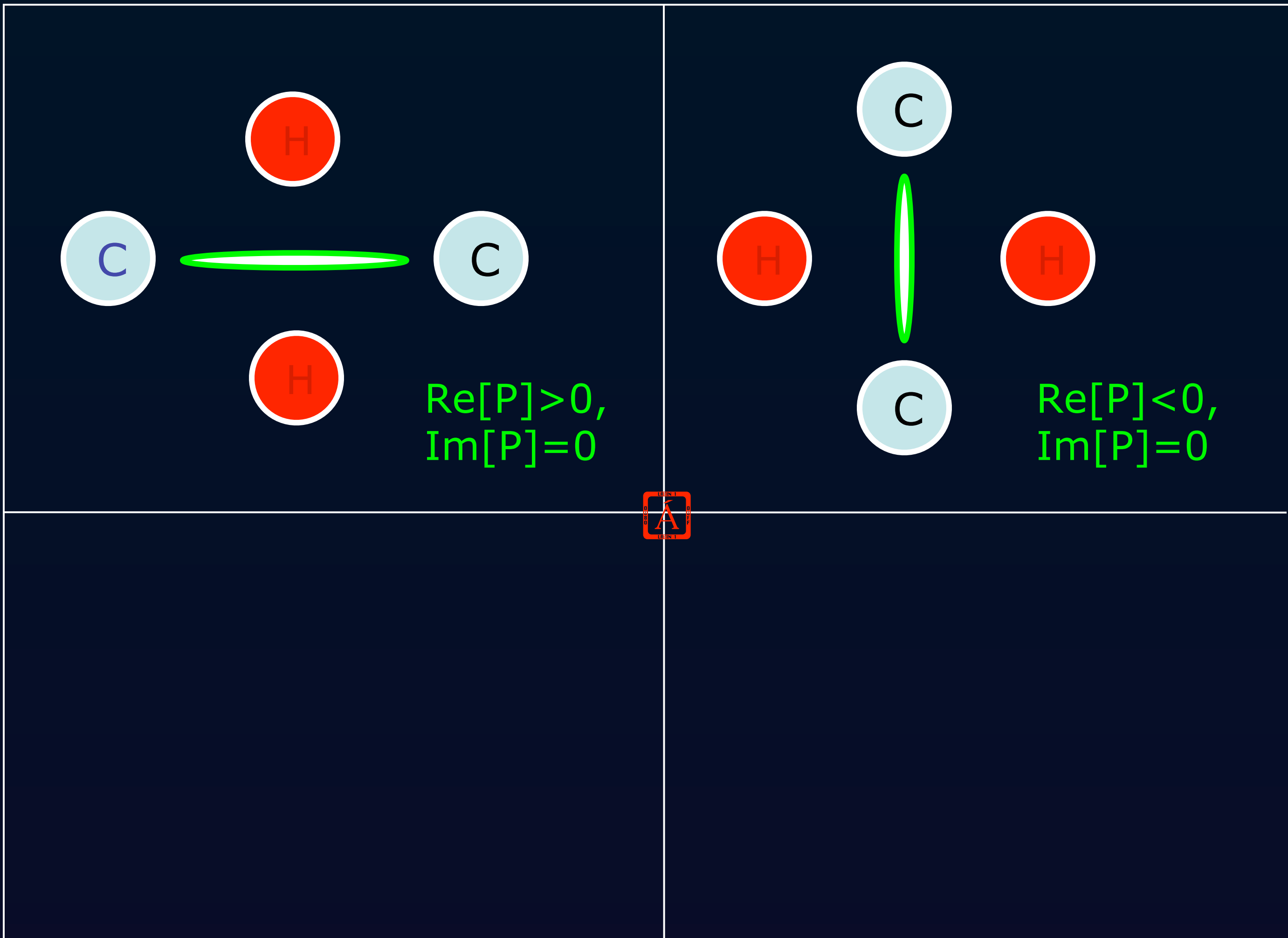
$$P = Q - iU = \frac{3\sigma_T}{4\pi}\sqrt{\frac{2\pi}{15}}\, a_{22} \quad , \quad I_i(\theta,\varphi) = \sum_{lm} a_{lm}\, Y_{lm}(\theta,\varphi)$$



Cortesia Raul Abramo

- É natural representar a polarização através da função complexa ***P*** :

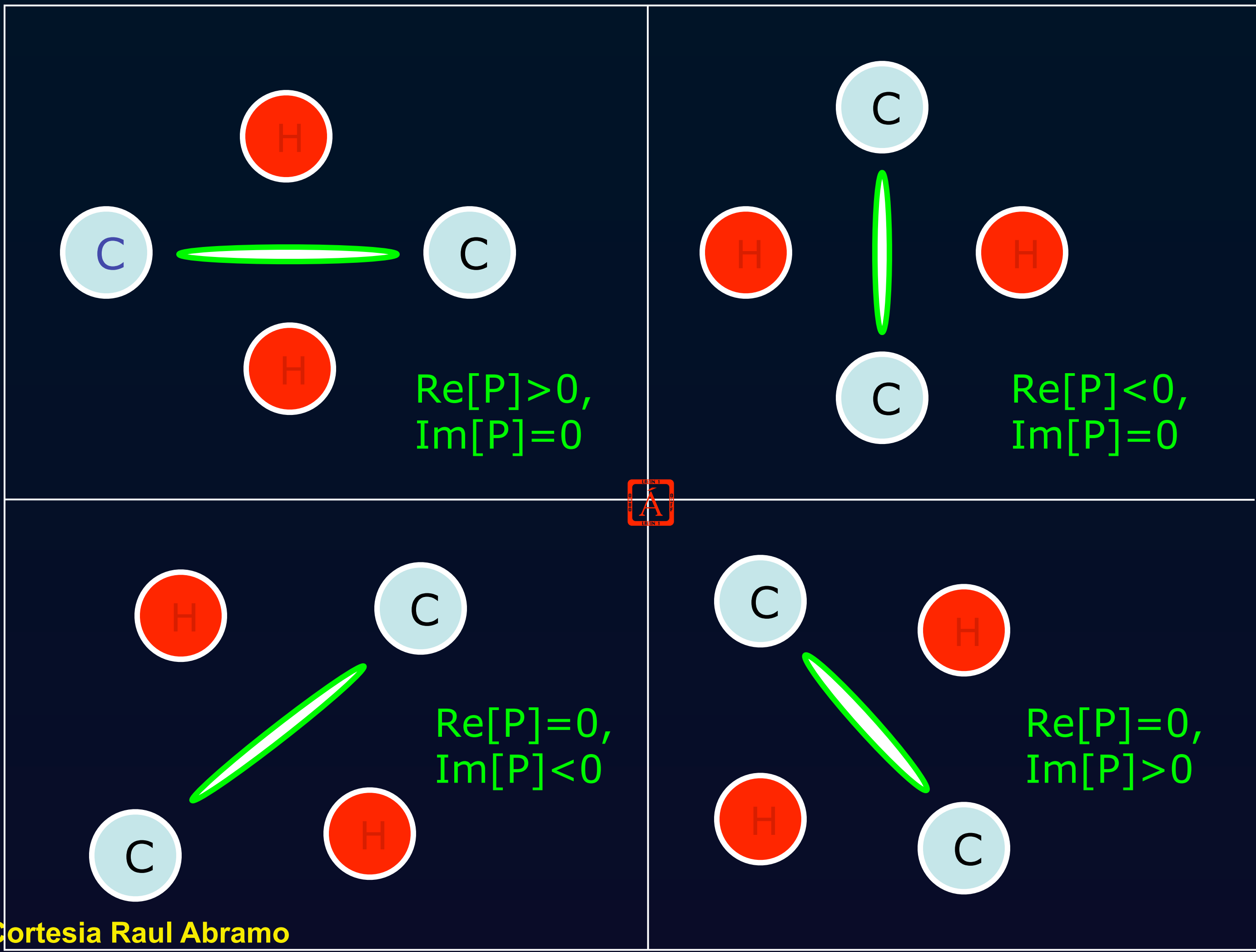
$$P = Q - iU = \frac{3\sigma_T}{4\pi}\sqrt{\frac{2\pi}{15}}\, a_{22} \quad , \quad I_i(\theta,\varphi) = \sum_{lm} a_{lm}\, Y_{lm}(\theta,\varphi)$$



Cortesia Raul Abramo

- É natural representar a polarização através da função complexa ***P*** :

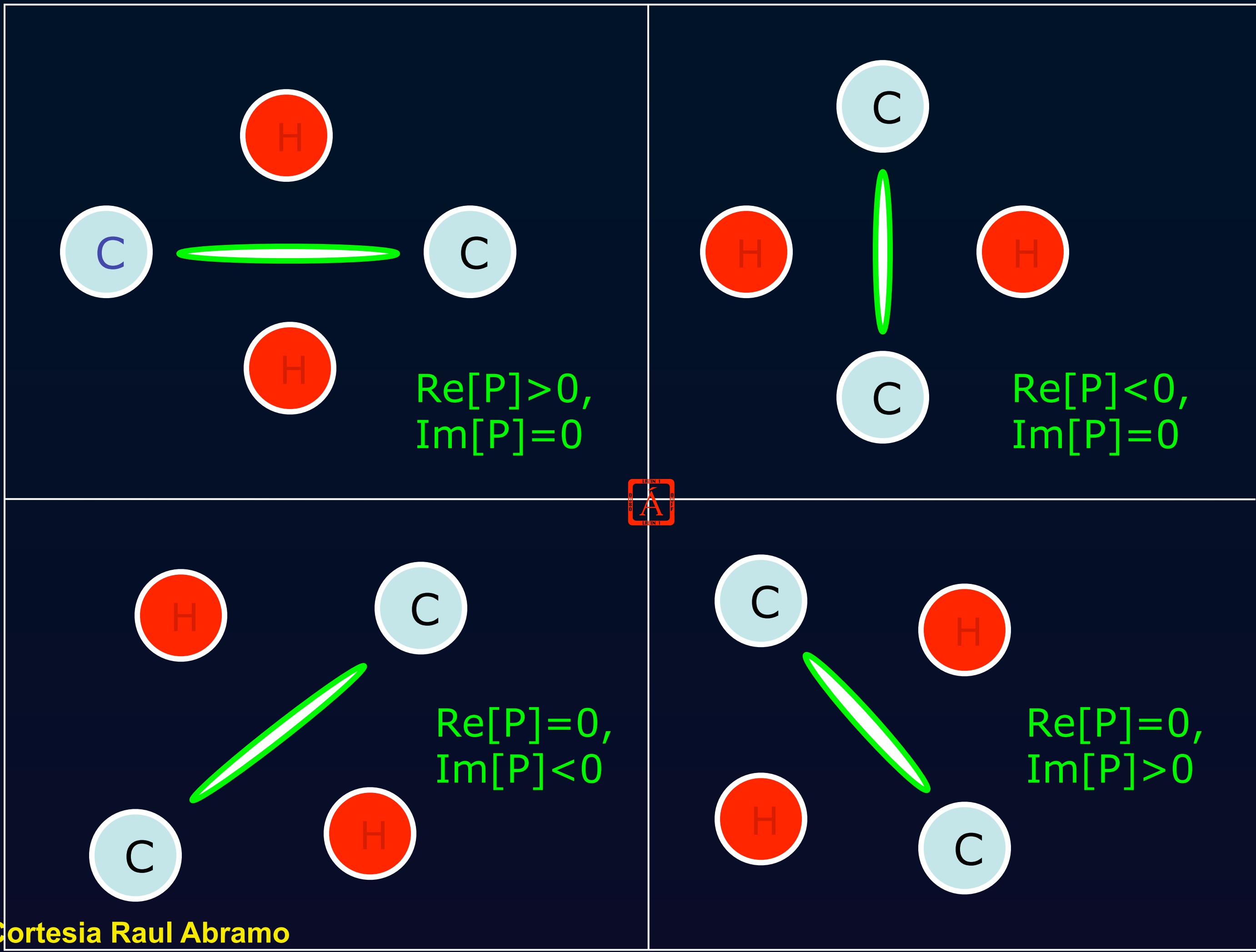
$$P = Q - iU = \frac{3\sigma_T}{4\pi}\sqrt{\frac{2\pi}{15}}\, a_{22} \quad , \quad I_i(\theta,\varphi) = \sum_{1m} a_{1m}\, Y_{1m}(\theta,\varphi)$$



Cortesia Raul Abramo

- É natural representar a polarização através da função complexa ***P*** :

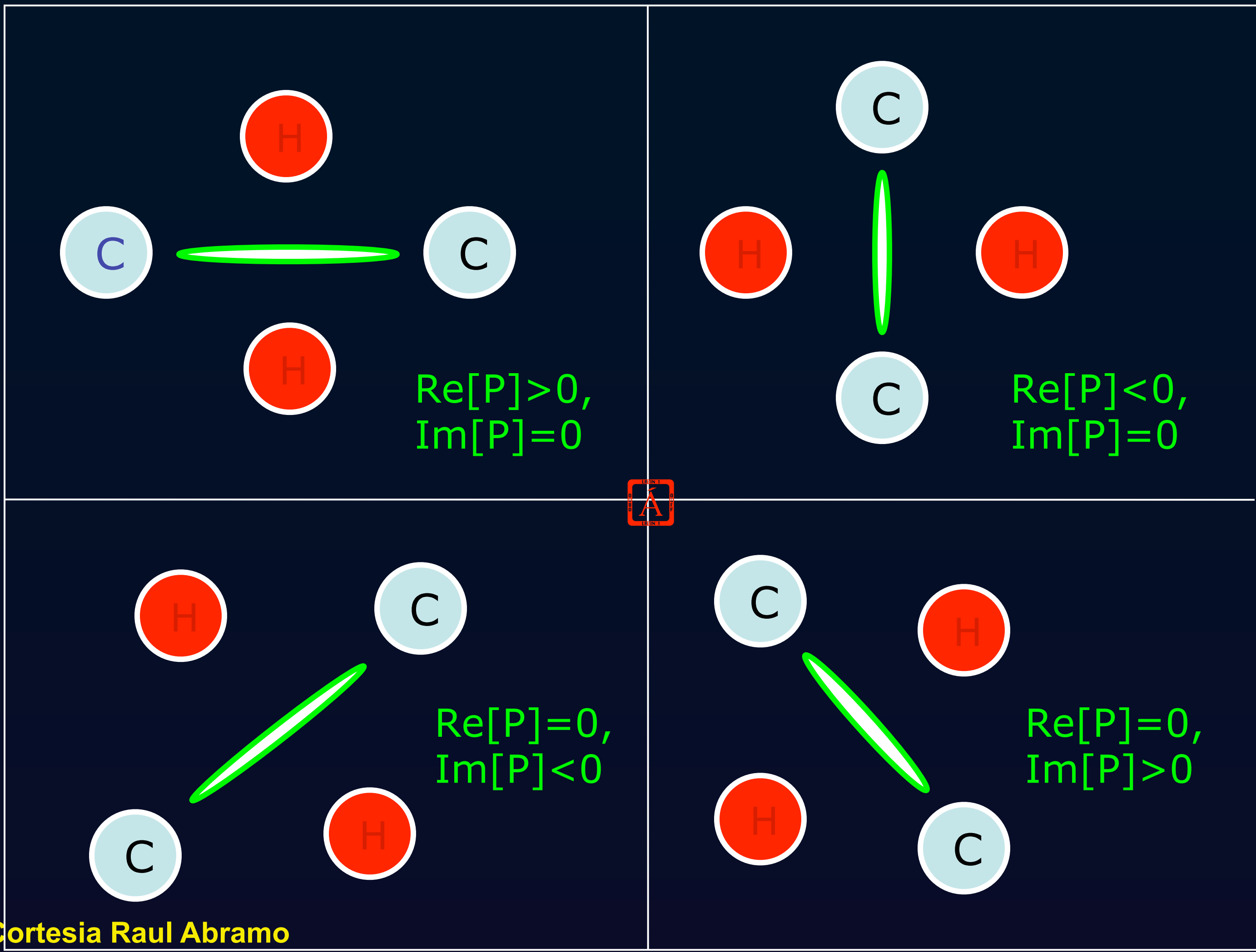
$$P = Q - iU = \frac{3\sigma_T}{4\pi}\sqrt{\frac{2\pi}{15}}\, a_{22} \quad , \quad I_i(\theta,\varphi) = \sum_{lm} a_{lm}\, Y_{lm}(\theta,\varphi)$$



Sob rotação de φ em torno de z:

- É natural representar a polarização através da função complexa ***P*** :

$$P = Q - iU = \frac{3\sigma_T}{4\pi}\sqrt{\frac{2\pi}{15}}\, a_{22} \quad , \quad I_i(\theta,\varphi) = \sum_{lm} a_{lm}\, Y_{lm}(\theta,\varphi)$$



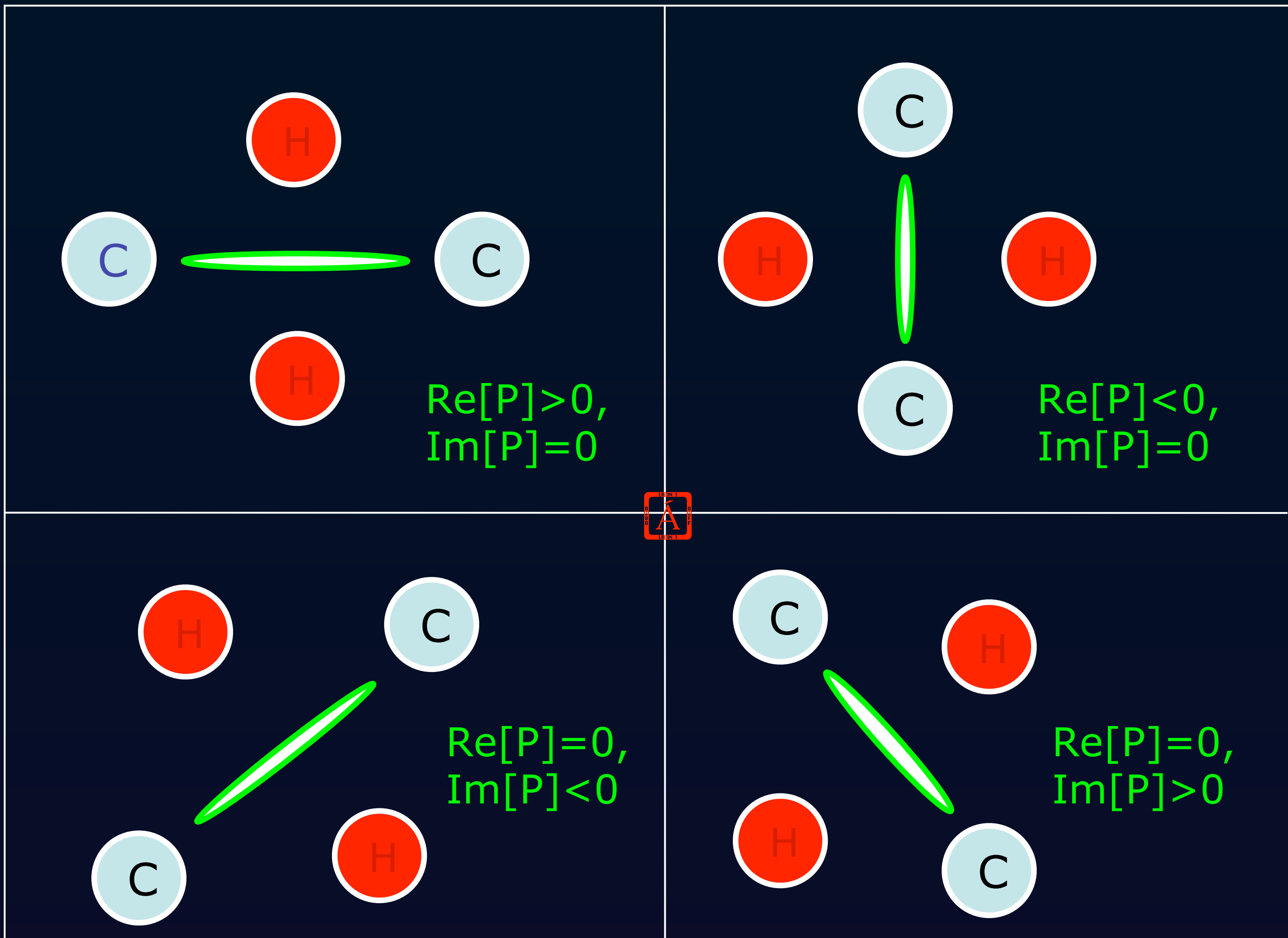
Cortesia Raul Abramo

Sob rotação de φ em torno de z:

$$P \text{ ® } P' = e^{-2i\varphi} P$$

- É natural representar a polarização através da função complexa ***P*** :

$$P = Q - iU = \frac{3\sigma_T}{4\pi}\sqrt{\frac{2\pi}{15}}\, a_{22} \quad , \quad I_i(\theta,\varphi) = \sum_{lm} a_{lm}\, Y_{lm}(\theta,\varphi)$$



Cortesia Raul Abramo

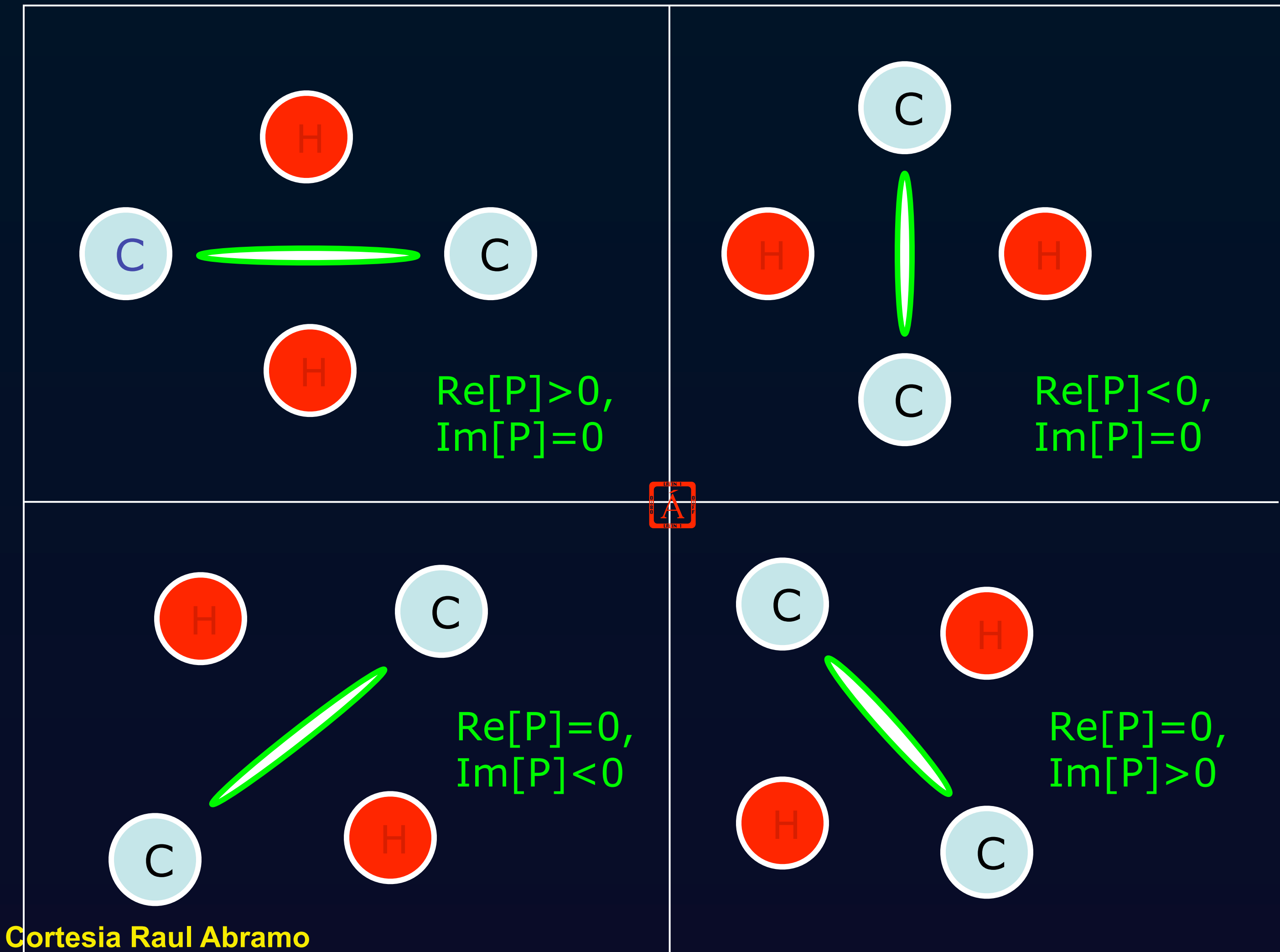
Sob rotação de φ em torno de z:

$$P \text{ ® } P' = e^{-2i\varphi} P$$

$$\Downarrow$$

- É natural representar a polarização através da função complexa ***P*** :

$$P = Q - iU = \frac{3\sigma_T}{4\pi}\sqrt{\frac{2\pi}{15}}\, a_{22} \quad , \quad I_i(\theta,\varphi) = \sum_{lm} a_{lm}\, Y_{lm}(\theta,\varphi)$$



Sob rotação de φ em torno de z:

$$P \rightarrow P' = e^{-2i\varphi} P$$

$$\Downarrow$$

$$P \in (l = 2, m = 2)$$

3. Modos Gradiente (*E*) e Rotacional (*B*)

Cortesia Raul Abramo

3. Modos Gradiente (*E*) e Rotacional (*B*)

• A polarização representada por ***P*** não é invariante por rotações em torno da direção de propagação dos fótons:

$$P \rightarrow P' = e^{-2i\varphi} P$$

Cortesia Raul Abramo

3. Modos Gradiente (*E*) e Rotacional (*B*)

• A polarização representada por ***P*** não é invariante por rotações em torno da direção de propagação dos fótons:

$$P \text{ ® } P' = e^{-2i\varphi} P$$

• Vamos construir, a partir de ***P***, uma outra representação da polarização que é ***invariante sob rotações***.

• Para isso, vamos reduzir o "momento angular" de P, de m=2 para m=0.

➔ Os operadores de "subir" e "descer" o momento angular são (2D, "flat sky"):

Cortesia Raul Abramo

3. Modos Gradiente (*E*) e Rotacional (*B*)

• A polarização representada por ***P*** não é invariante por rotações em torno da direção de propagação dos fótons:

$$P \text{ ® } P' = e^{-2i\varphi} P$$

• Vamos construir, a partir de ***P***, uma outra representação da polarização que é ***invariante sob rotações***.

• Para isso, vamos reduzir o "momento angular" de P, de m=2 para m=0.

➔ Os operadores de "subir" e "descer" o momento angular são (2D, "flat sky"):

$$\partial_+ \equiv \partial_x + i\partial_y$$

$$\partial_- \equiv \partial_x - i\partial_y$$

$$\partial_+\partial_- = \nabla^2 = \partial_x{}^2 + \partial_y{}^2$$

Cortesia Raul Abramo

3. Modos Gradiente (*E*) e Rotacional (*B*)

• A polarização representada por ***P*** não é invariante por rotações em torno da direção de propagação dos fótons:

$$P \rightarrow P' = e^{-2i\varphi} P$$

• Vamos construir, a partir de ***P***, uma outra representação da polarização que é ***invariante sob rotações***.

• Para isso, vamos reduzir o "momento angular" de P, de m=2 para m=0.

➔ Os operadores de "subir" e "descer" o momento angular são (2D, "flat sky"):

$$\partial_+ \equiv \partial_x + i\partial_y \qquad \partial_+\partial_- = \nabla^2 = \partial_x^{\;2} + \partial_y^{\;2}$$

$$\partial_- \equiv \partial_x - i\partial_y$$

• Sob rotações de φ em torno de ***z*** os operadores se transformam como m=±1:

3. Modos Gradiente (*E*) e Rotacional (*B*)

• A polarização representada por ***P*** não é invariante por rotações em torno da direção de propagação dos fótons:

$$P \rightarrow P' = e^{-2i\varphi} P$$

• Vamos construir, a partir de ***P***, uma outra representação da polarização que é ***invariante sob rotações***.

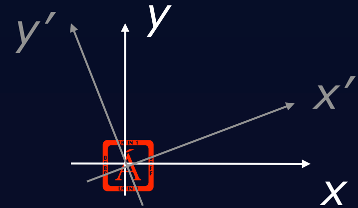
• Para isso, vamos reduzir o "momento angular" de P, de m=2 para m=0.

➔ Os operadores de "subir" e "descer" o momento angular são (2D, "flat sky"):

$$\partial_+ \equiv \partial_x + i\partial_y \qquad \partial_+\partial_- = \nabla^2 = \partial_x^{\,2} + \partial_y^{\,2}$$

$$\partial_- \equiv \partial_x - i\partial_y$$

• Sob rotações de φ em torno de ***z*** os operadores se transformam como m=±1:



Cortesia Raul Abramo

3. Modos Gradiente (*E*) e Rotacional (*B*)

• A polarização representada por ***P*** não é invariante por rotações em torno da direção de propagação dos fótons:

$$P \text{ ® } P' = e^{-2i\varphi} P$$

• Vamos construir, a partir de ***P***, uma outra representação da polarização que é ***invariante sob rotações***.

• Para isso, vamos reduzir o "momento angular" de P, de m=2 para m=0.

➔ Os operadores de "subir" e "descer" o momento angular são (2D, "flat sky"):

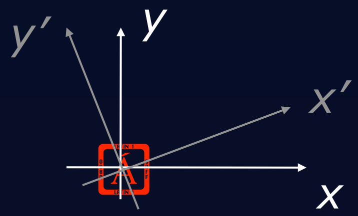
$$\partial_+ \equiv \partial_x + i\partial_y \qquad \partial_+\partial_- = \nabla^2 = \partial_x{}^2 + \partial_y{}^2$$

$$\partial_- \equiv \partial_x - i\partial_y$$

• Sob rotações de φ em torno de ***z*** os operadores se transformam como m=±1:

$$\partial_+' = e^{-i\varphi}\partial_+ \qquad \partial_+'\partial_-' = \nabla'^2 = \nabla^2$$

$$\partial_-' = e^{+i\varphi}\partial_-$$



Cortesia Raul Abramo

Cortesia Raul Abramo

- Para "baixar" o momento angular de P, basta tomar:

$$\partial\_ \times \partial\_ \times P \qquad \leftrightarrow \qquad \partial\_^{2} P = \partial'\_^{2} P'$$

Cortesia Raul Abramo

- Para “baixar” o momento angular de P, basta tomar:

$$\partial_- \times \partial_- \times P \quad \leftrightarrow \quad \partial_-^{\,2} P = \partial'^{\,2}_- P'$$

- Podemos então definir:

$$\partial_-^{\,2} P = \nabla^2 \Pi \quad \leftrightarrow \quad \nabla^2 P = \partial_+^{\,2} \Pi$$

Cortesia Raul Abramo

- Para "baixar" o momento angular de P, basta tomar:

$$\partial_- \times \partial_- \times P \quad \leftrightarrow \quad \partial_-^{\,2} P = \partial'^{\,2}_- P'$$

- Podemos então definir:

$$\partial_-^{\,2} P = \nabla^2 \Pi \quad \leftrightarrow \quad \nabla^2 P = \partial_+^{\,2} \Pi$$

- A polarização representada por Π é ***invariante por rotações*** !

$$\Pi \equiv E + iB$$

Cortesia Raul Abramo

- Para "baixar" o momento angular de P, basta tomar:

$$\partial_- \times \partial_- \times P \qquad \leftrightarrow \qquad \partial_-^{\,2} P = \partial'^{\,2}_- P'$$

- Podemos então definir:

$$\partial_-^{\,2} P = \nabla^2 \Pi \qquad \leftrightarrow \qquad \nabla^2 P = \partial_+^{\,2} \Pi$$

- A polarização representada por Π é ***invariante por rotações*** !

$$\Pi \equiv E + iB$$

- ***E*** (ou ***G***) é o modo-gradiente
→ rotacional zero
→ par sob reflexão

Cortesia Raul Abramo

- Para "baixar" o momento angular de P, basta tomar:

$$\partial_- \times \partial_- \times P \qquad \leftrightarrow \qquad \partial_-^{\,2} P = \partial'^{\,2}_- \, P'$$

- Podemos então definir:

$$\partial_-^{\,2} P = \nabla^2 \Pi \qquad \leftrightarrow \qquad \nabla^2 P = \partial_+^{\,2} \Pi$$

- A polarização representada por Π é ***invariante por rotações*** !

$$\Pi \equiv E + iB$$

- ***E*** (ou ***G***) é o modo-gradiente
→ rotacional zero
→ par sob reflexão

Cortesia Raul Abramo

- Para "baixar" o momento angular de P, basta tomar:

$$\partial_- \times \partial_- \times P \qquad \leftrightarrow \qquad \partial_-^{\,2} P = \partial'_-{}^{2} P'$$

- Podemos então definir:

$$\partial_-^{\,2} P = \nabla^2 \Pi \qquad \leftrightarrow \qquad \nabla^2 P = \partial_+^{\,2} \Pi$$

- A polarização representada por Π é ***invariante por rotações*** !

$$\Pi \equiv E + iB$$

- ***E*** (ou ***G***) é o modo-gradiente
→ rotacional zero
→ par sob reflexão

- ***B*** (ou ***C***) é o modo-rotacional
→ gradiente zero
→ ímpar sob reflexão

Cortesia Raul Abramo

- Para "baixar" o momento angular de P, basta tomar:

$$\partial_- \times \partial_- \times P \qquad \leftrightarrow \qquad \partial_-^{\,2} P = \partial'^{\,2}_- P'$$

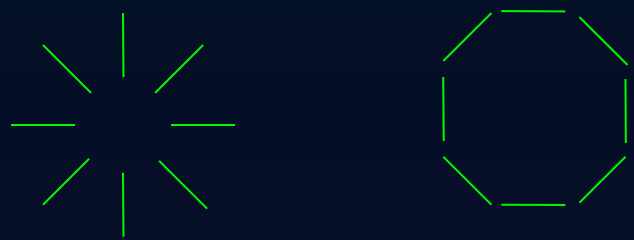
- Podemos então definir:

$$\partial_-^{\,2} P = \nabla^2 \Pi \qquad \leftrightarrow \qquad \nabla^2 P = \partial_+^{\,2} \Pi$$

- A polarização representada por Π é ***invariante por rotações*** !

$$\Pi \equiv E + iB$$

- ***E*** (ou ***G***) é o modo-gradiente
→ rotacional zero
→ par sob reflexão



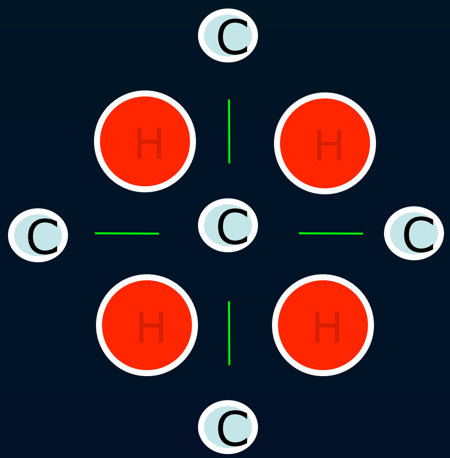
- ***B*** (ou ***C***) é o modo-rotacional
→ gradiente zero
→ ímpar sob reflexão

Cortesia Raul Abramo

- As **perturbações de densidade adiabáticas** só produzem modos ***E***:

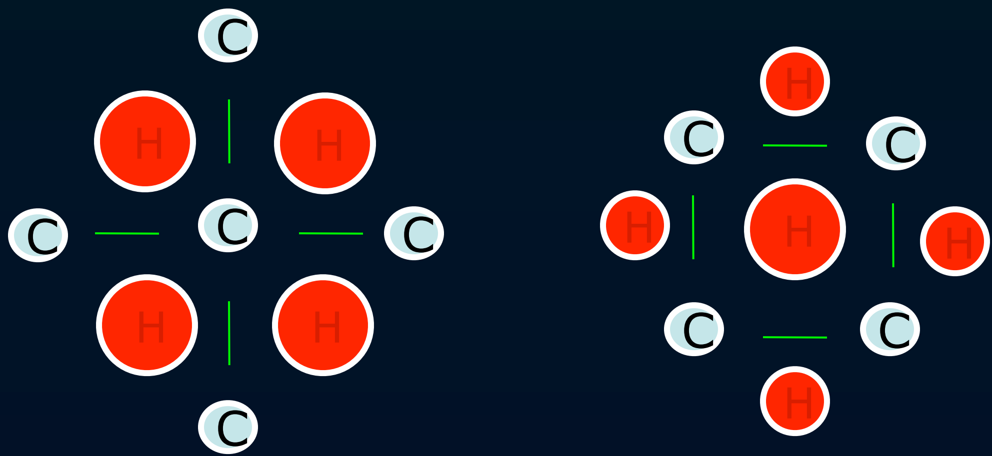
Cortesia Raul Abramo

- As **perturbações de densidade adiabáticas** só produzem modos ***E***:



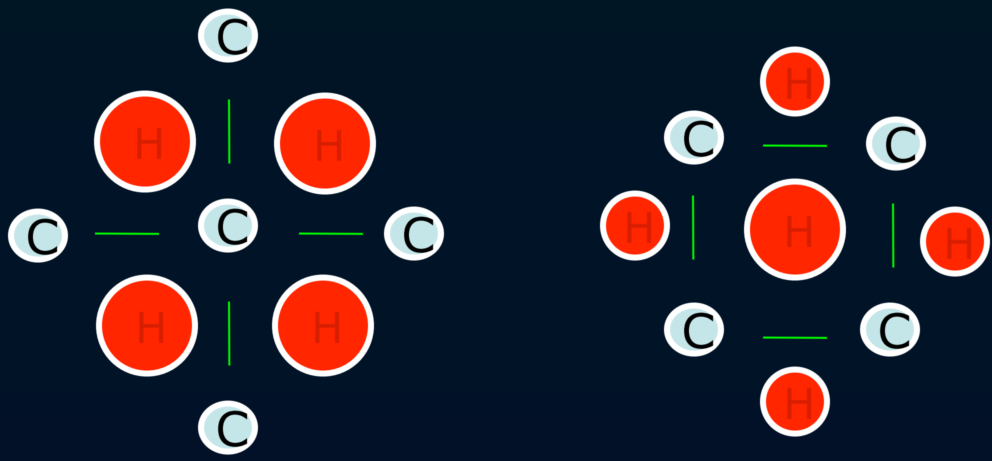
Cortesia Raul Abramo

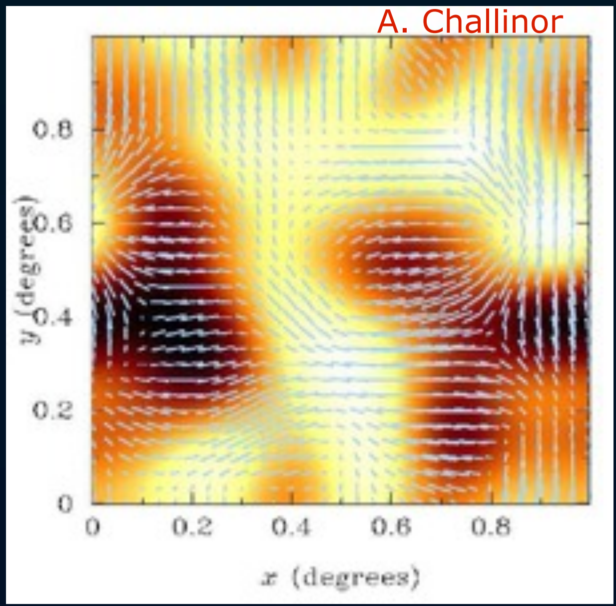
- As **perturbações de densidade adiabáticas** só produzem modos ***E***:



Cortesia Raul Abramo

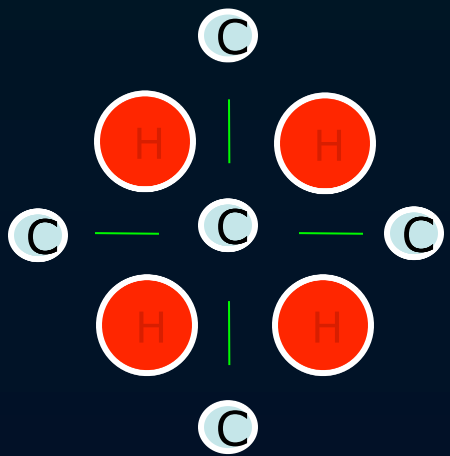
- As **perturbações de densidade adiabáticas** só produzem modos ***E***:

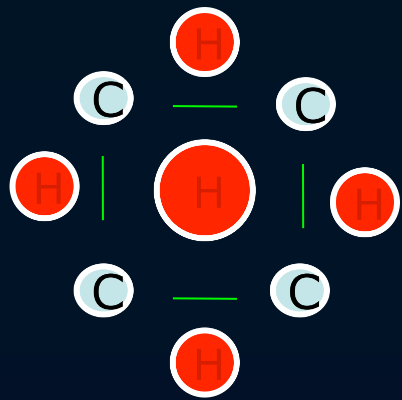


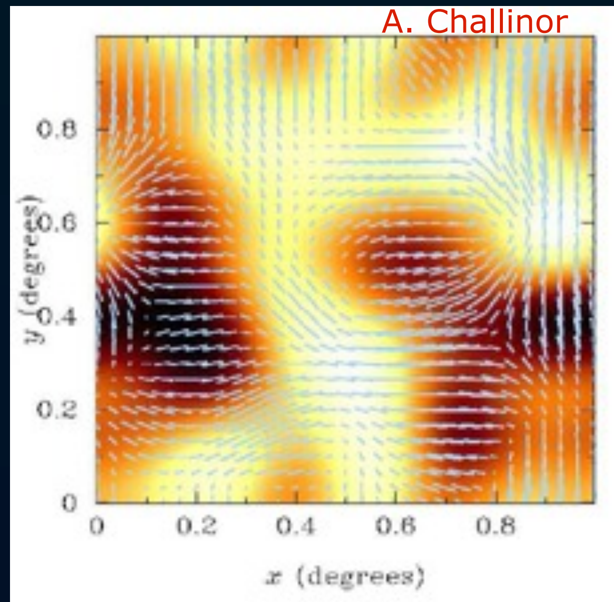


Cortesia Raul Abramo

- As **perturbações de densidade adiabáticas** só produzem modos ***E***:



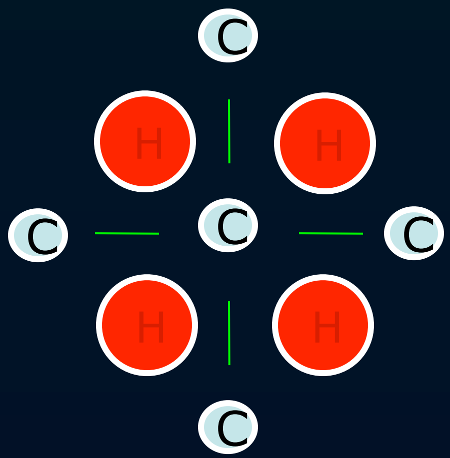


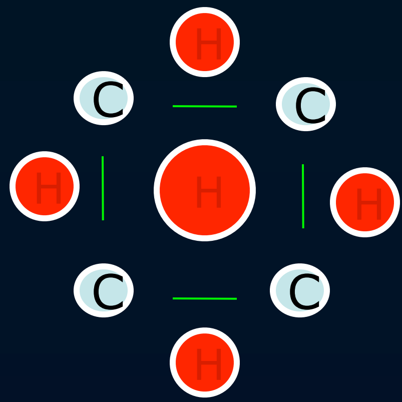


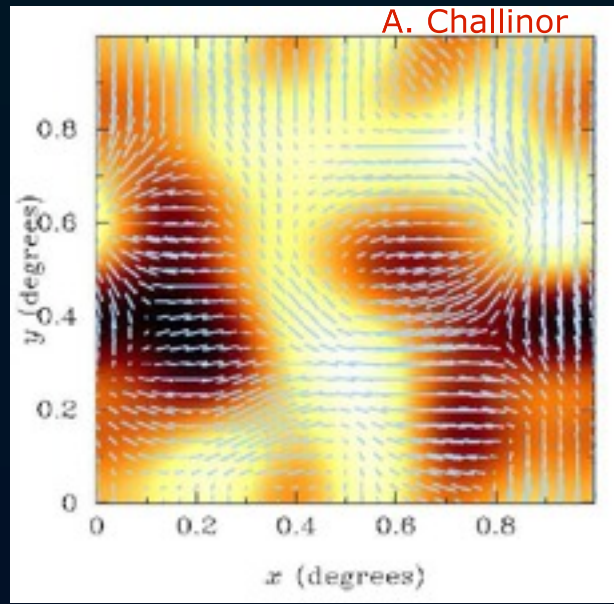
- Já as **ondas gravitacionais** produzem tanto modos ***E*** como modos ***B***

Cortesia Raul Abramo

- As **perturbações de densidade adiabáticas** só produzem modos ***E***:

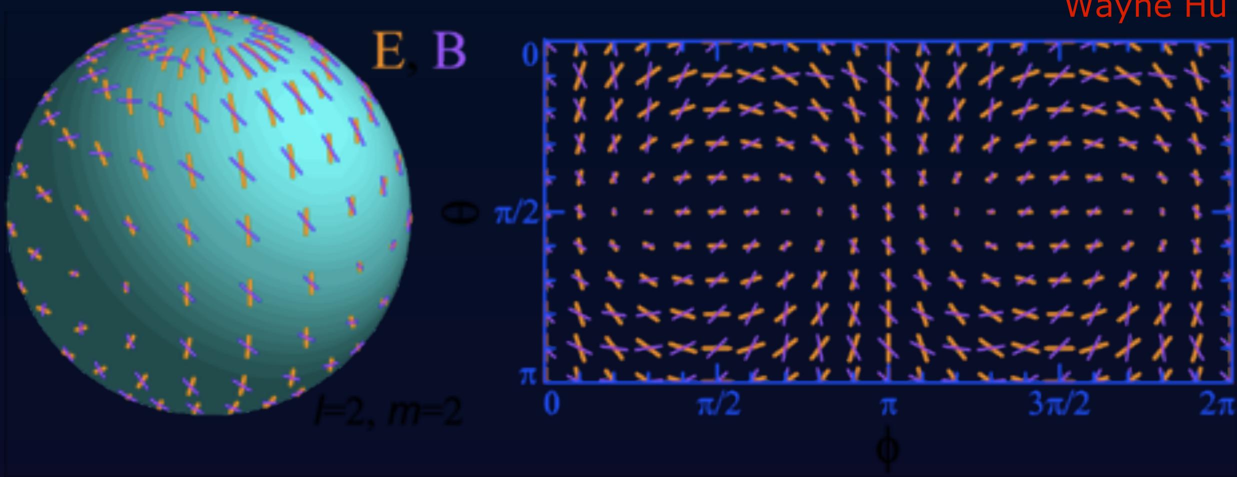






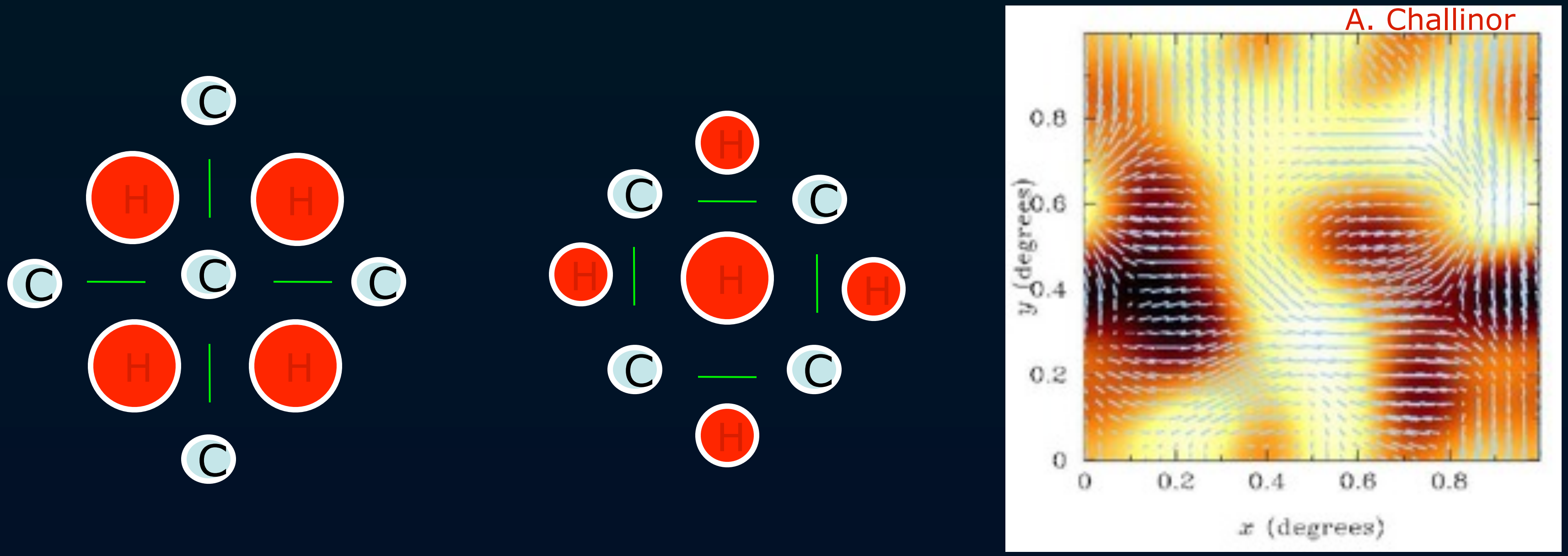
- Já as **ondas gravitacionais** produzem tanto modos ***E*** como modos ***B***

Wayne Hu

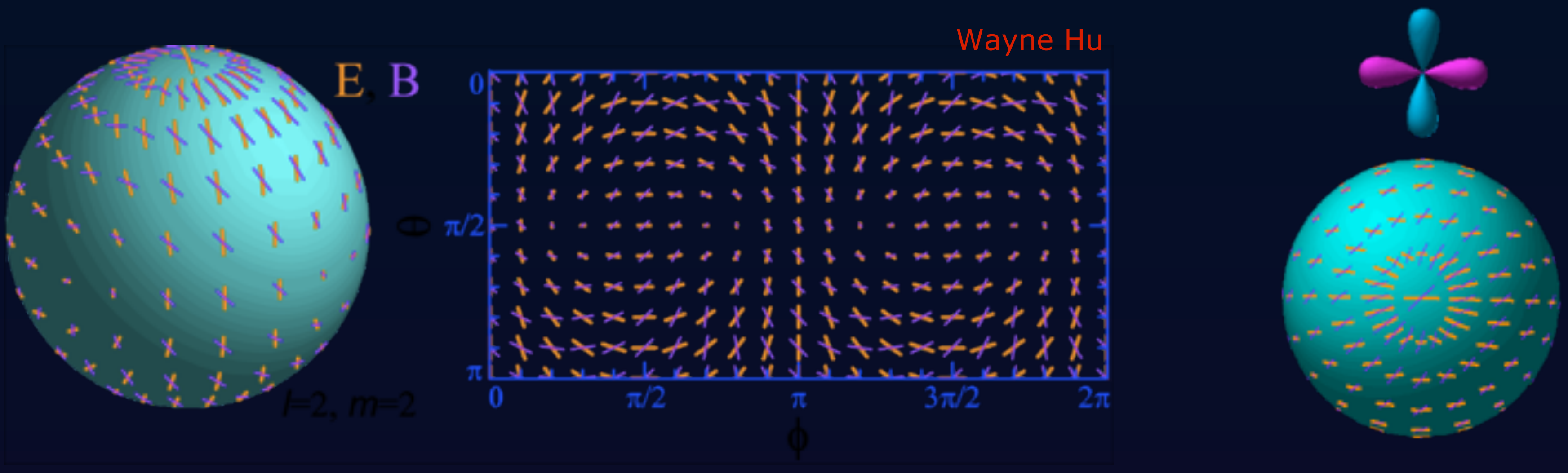


Cortesia Raul Abramo

- As **perturbações de densidade adiabáticas** só produzem modos ***E***:



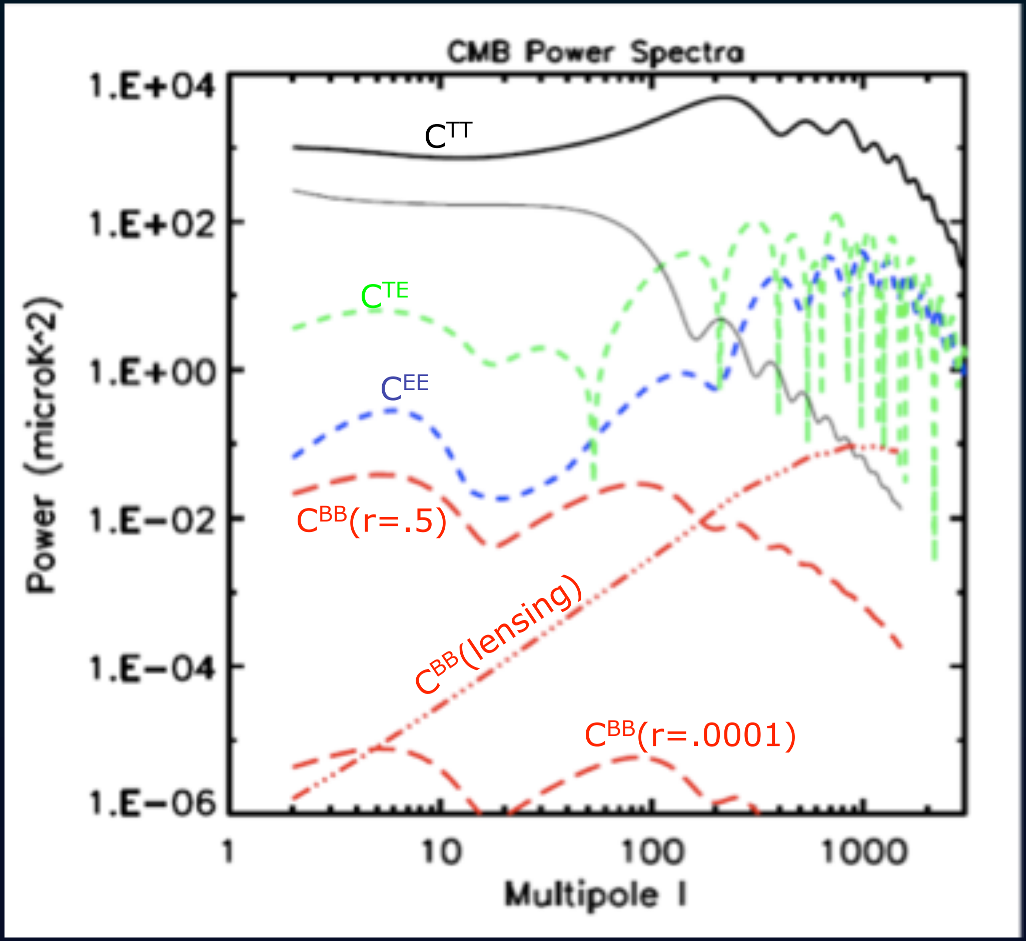
- Já as **ondas gravitacionais** produzem tanto modos ***E*** como modos ***B***



Cortesia Raul Abramo

4. Observações

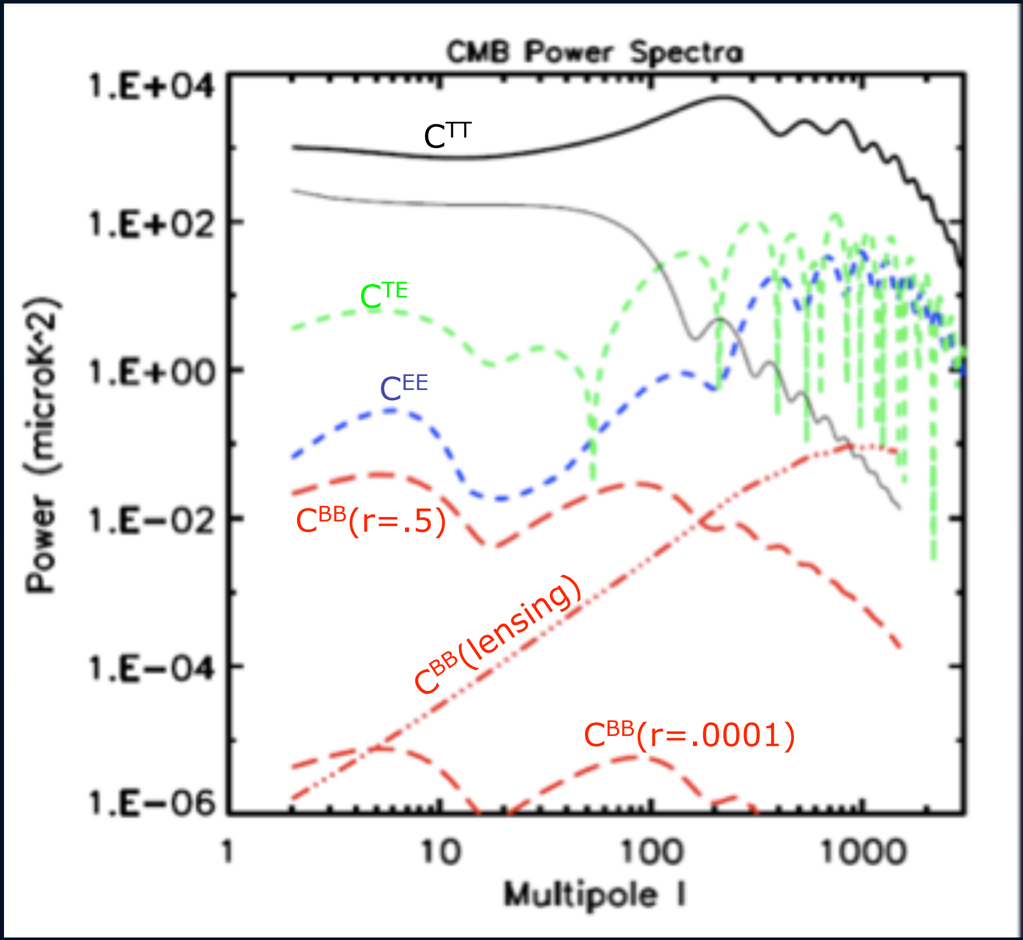
Teoria:



Cortesia Raul Abramo

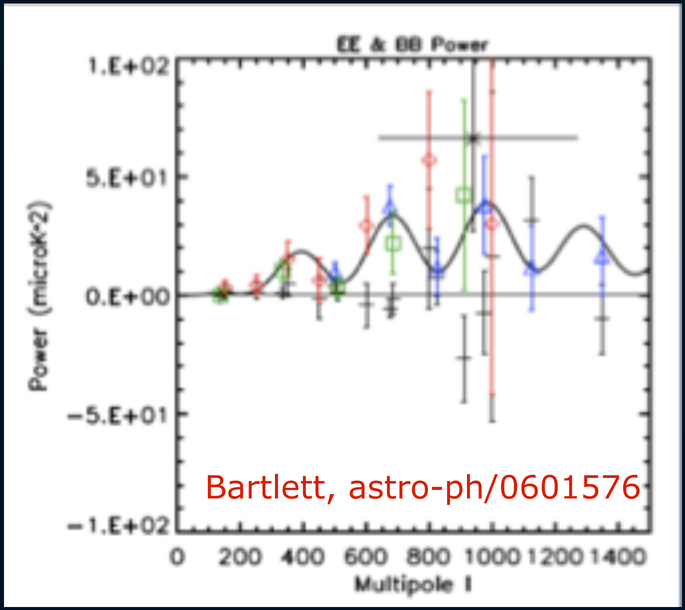
4. Observações

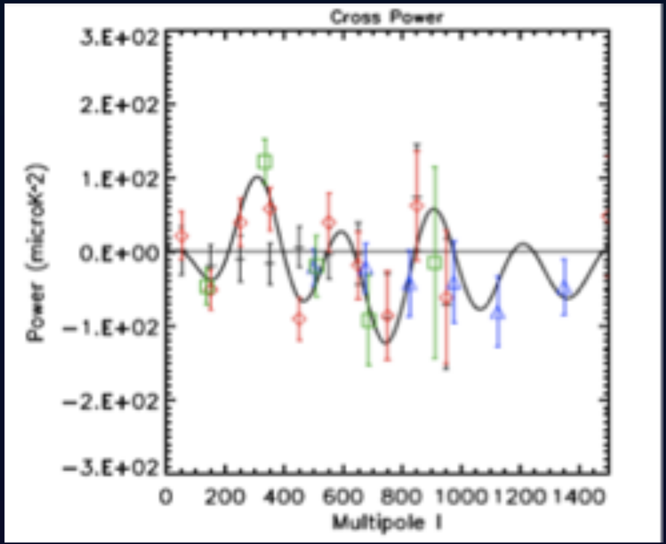
Teoria:



Dados:

BOOMERanG, DASI, CBI

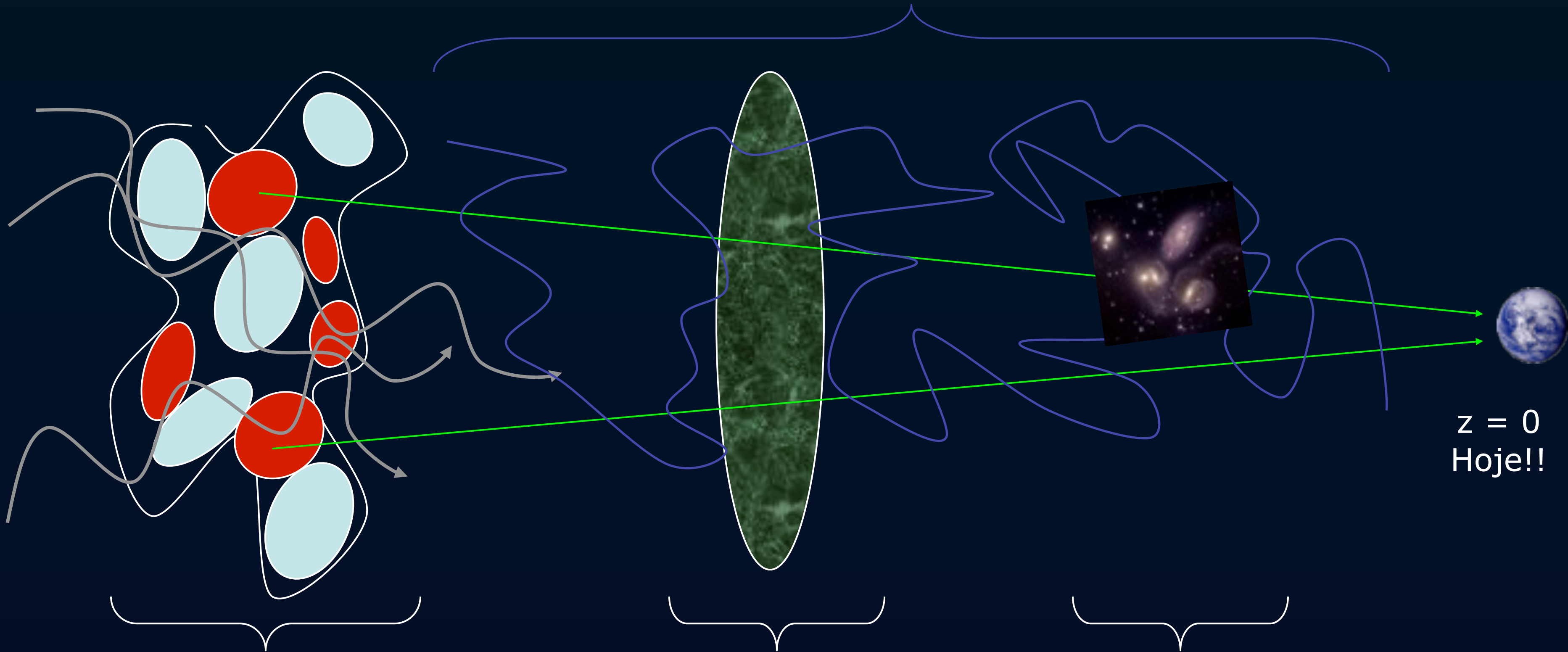




Cortesia Raul Abramo

- Fontes de polarização

z < 1100
Estrutura em larga
escala → weak lensing



z ~ 1100
SUE: flutuações de
densidade/temperatura,
ondas gravitacionais

z ~ 15-30
Reionização

z < 3
Aglomerados (SZ)

Campos magnéticos
(Rotação Faraday)

Cortesia Raul Abramo