Fundamentos de Transferência Radiativa

Carlos Alexandre Wuensche

Processos Radiativos I

O espectro eletromagnético

- Sabemos que a luz pode ser estudada, a partir de suas características ondulatórias e corpusculares e podemos converter entre as grandezas que descrevem essas características:

$$c = \lambda\nu$$

$$E = h\nu = \kappa T$$

Associação entre o espectro EM e a energia associada à onda EM.

2

O espectro eletromagnético

- Sabemos que a luz pode ser estudada, a partir de suas características ondulatórias e corpusculares e podemos converter entre as grandezas que descrevem essas características:

$c = 2{,}99\times10^{10}$ cm/s
$h = 6{,}625 \times10^{-27}$ erg.s
$k = 1{,}38\times10^{-16}$ erg/K

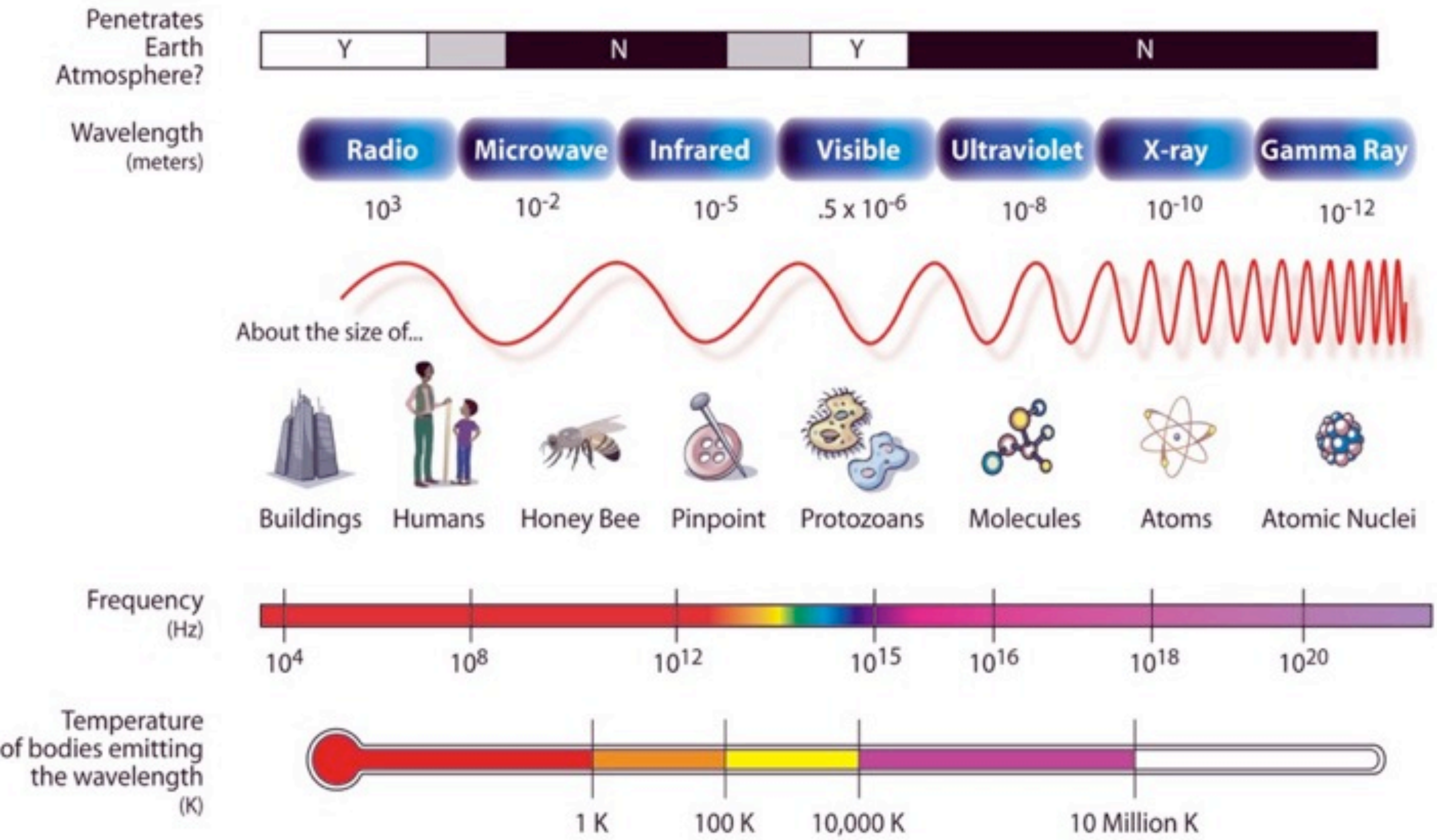
$$c = \lambda\nu$$

$$\updownarrow$$

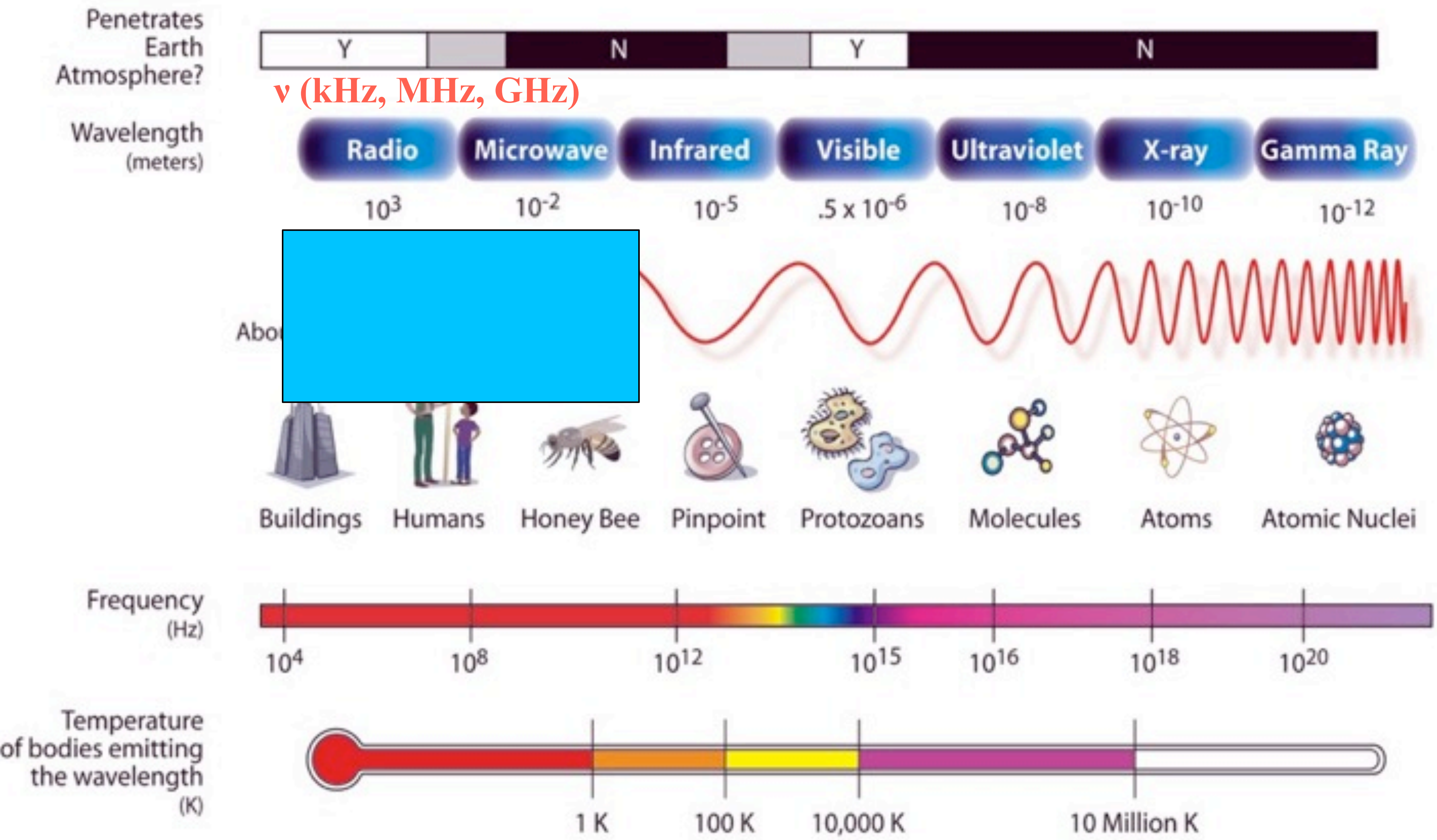
$$E = h\nu = \kappa T$$

Associação entre o espectro EM e a energia associada à onda EM.

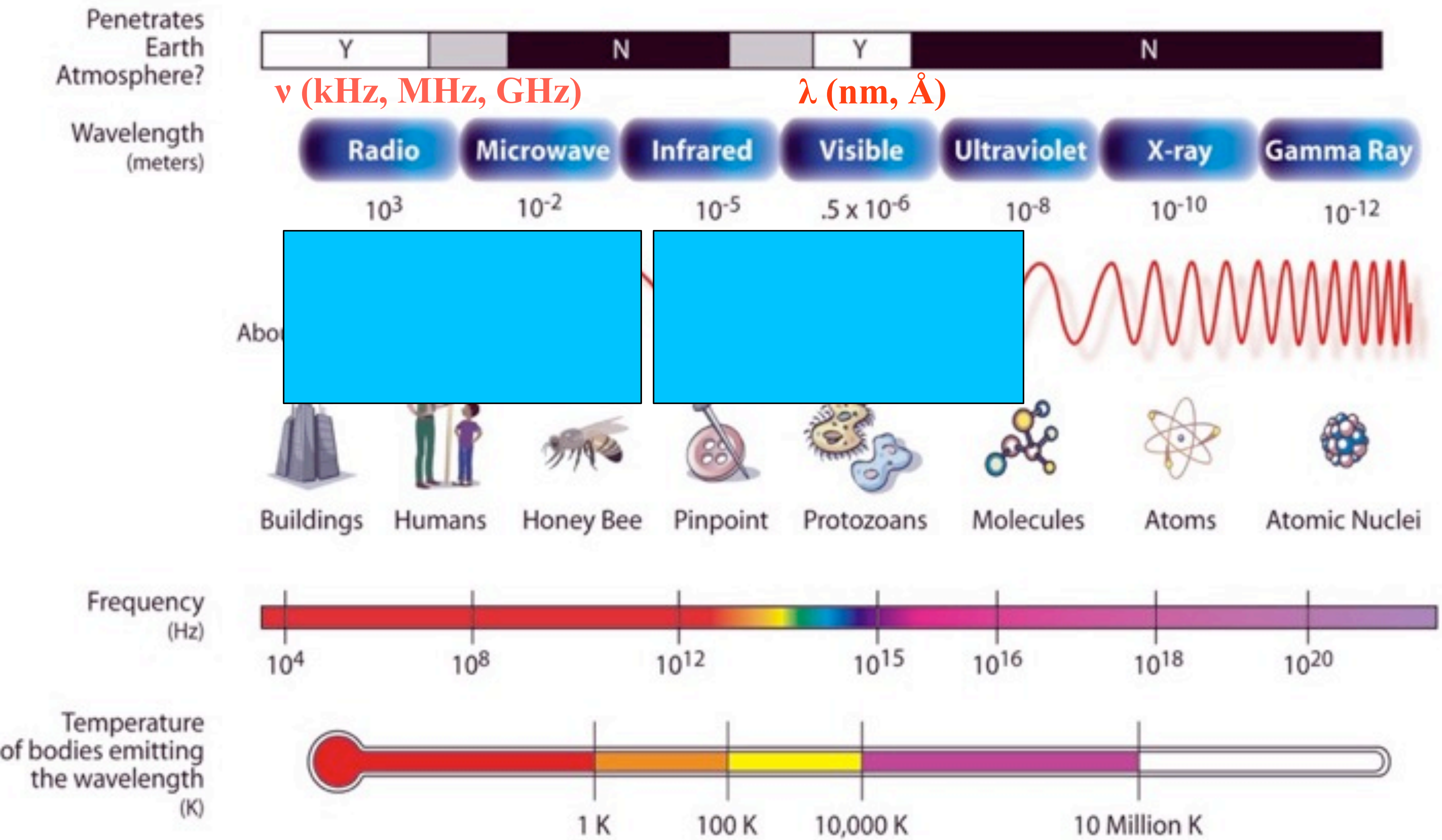
THE ELECTROMAGNETIC SPECTRUM



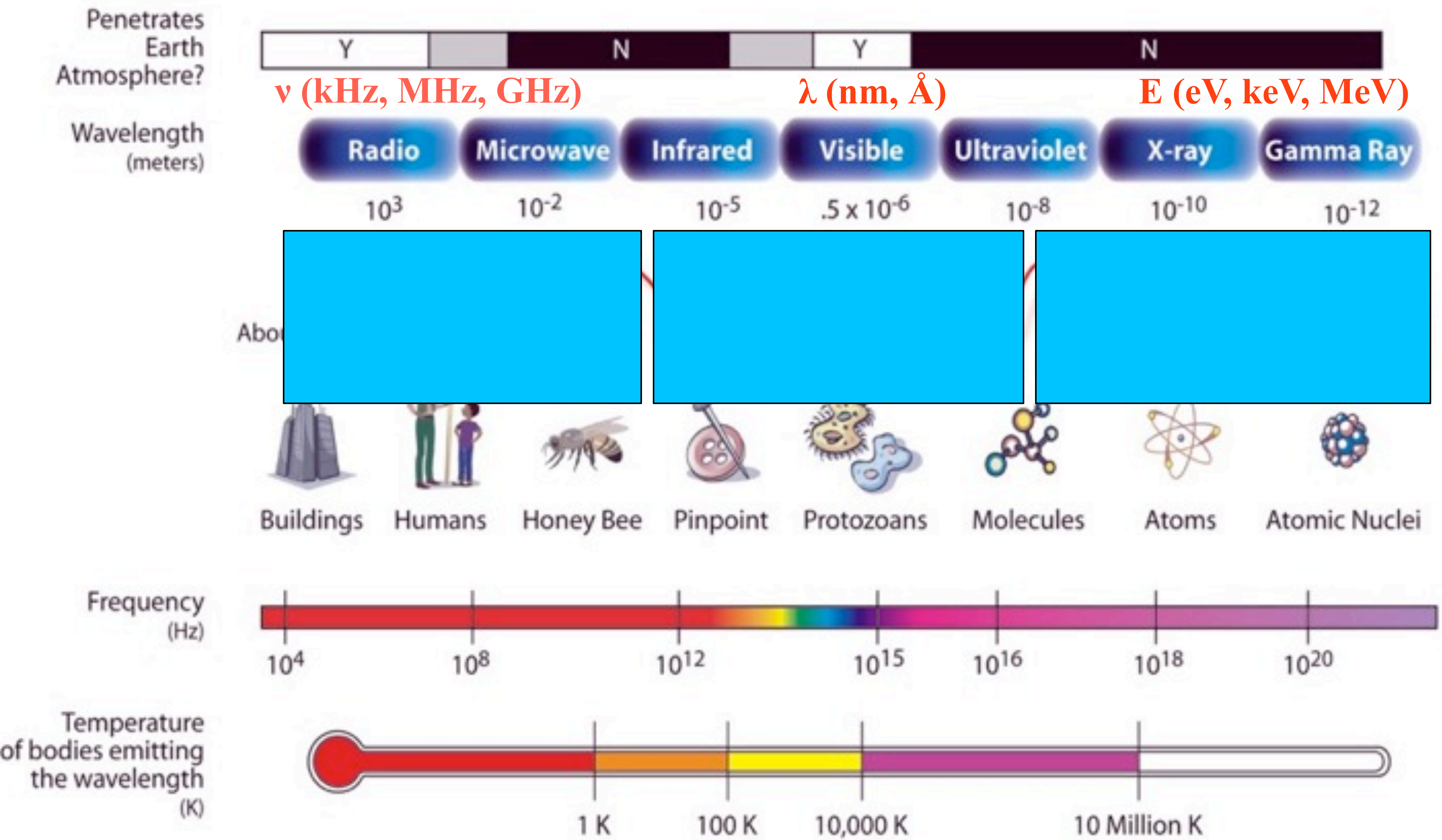
THE ELECTROMAGNETIC SPECTRUM



THE ELECTROMAGNETIC SPECTRUM



THE ELECTROMAGNETIC SPECTRUM



Conceitos fundamentais

"Quantidades radiativas"

- Fluxo

$$dE = F.dA.dt$$

- Intensidade específica

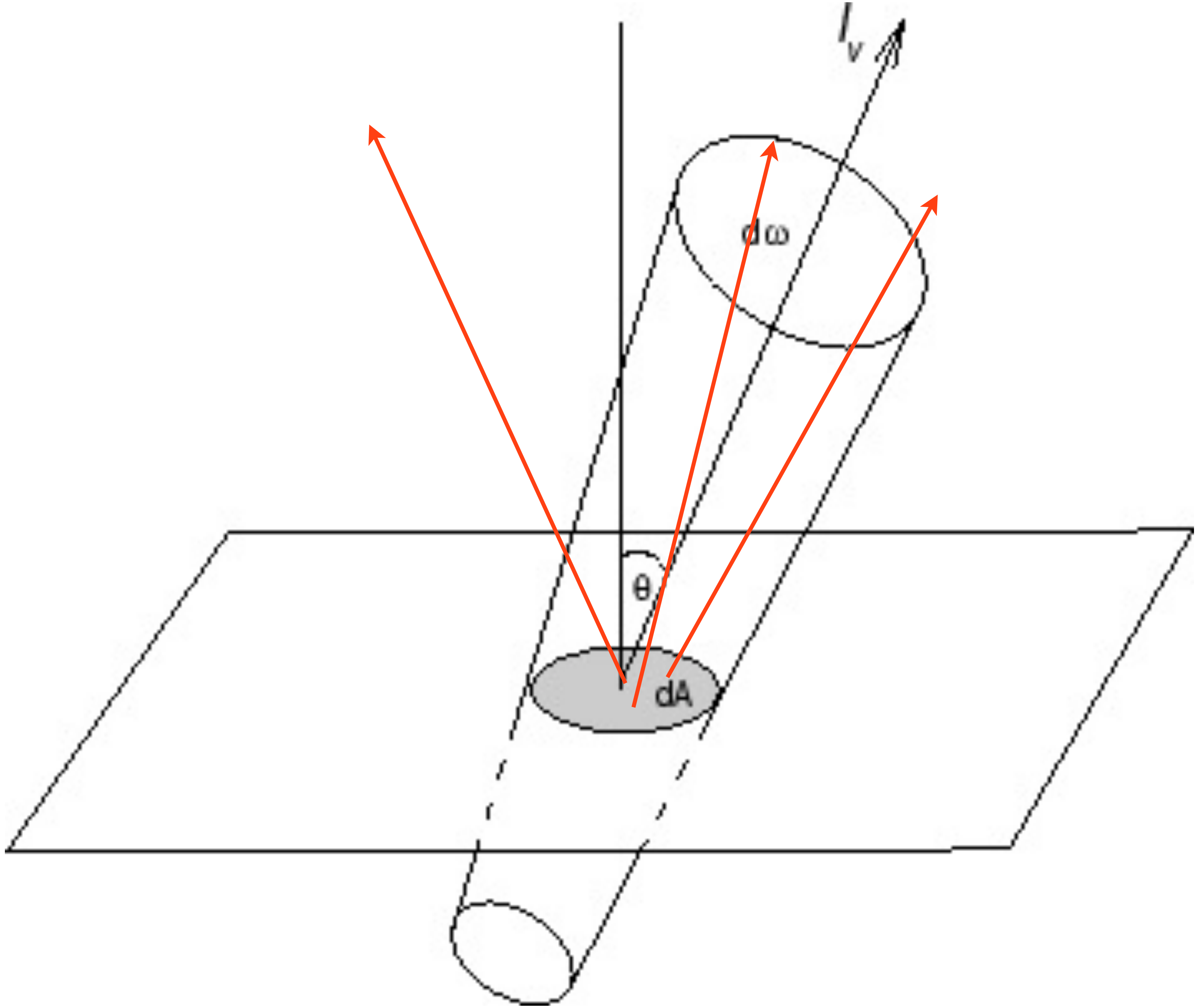
$$dE = I_\nu \; dA \; dt \; d\Omega \; d\nu$$

- Densidade de energia

$$dE = u_\nu \; dV \; d\Omega \; d\nu$$

Fluxo Radiativo

- Grandeza básica, define a energia por unidade de área emitida por uma fonte por unidade de tempo.
- Dimensão da fonte >> $\lambda \Rightarrow$ emissão como raios de luz, base para criar uma teoria de transferência radiativa
- Ignoramos características ondulatórias/ corpusculares
- Isotropia: emissão igual em todas as direções (mesmas propriedades)



I_ν
dω
θ
dA

Fluxo....

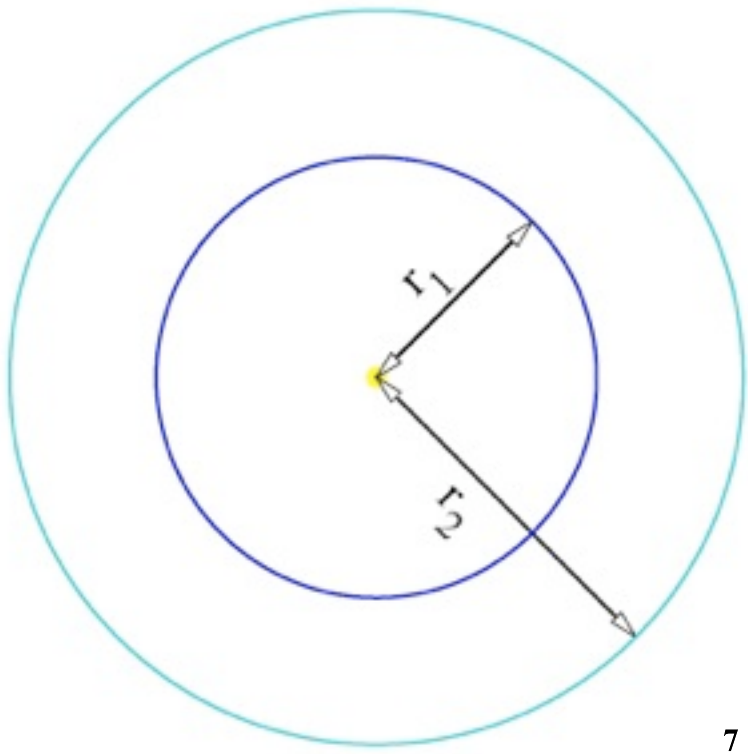
- Conservação de energia: o fluxo que passa pelas 2 superfícies tem que se conservar.

$$F(r_1)\ 4\pi r_1^2 \ = \ F(r_2)\ 4\pi r_2^2$$

- Consequentemente:

$$F(r) \ = \ \frac{const}{r^2}$$

- “lei” do inverso quadrado...

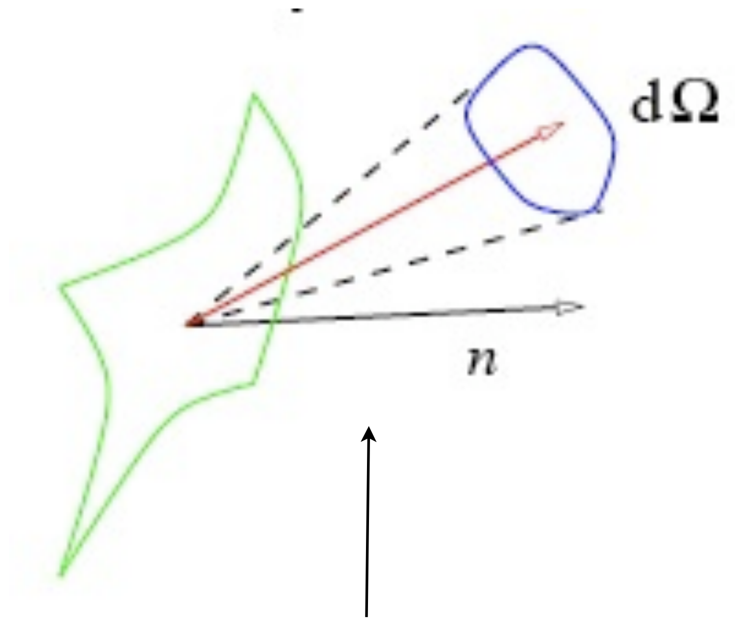


Intensidade específica

- Melhor descrição: energia carregada por raios individuais. Mas raios são infinitamente "finos", LOGO não podem carregar energia.
- Vamos realizar uma integração sobre um número infinito de raios

Intensidade específica

- Melhor descrição: energia carregada por raios individuais. Mas raios são infinitamente "finos", LOGO não podem carregar energia.
- Vamos realizar uma integração sobre um número infinito de raios

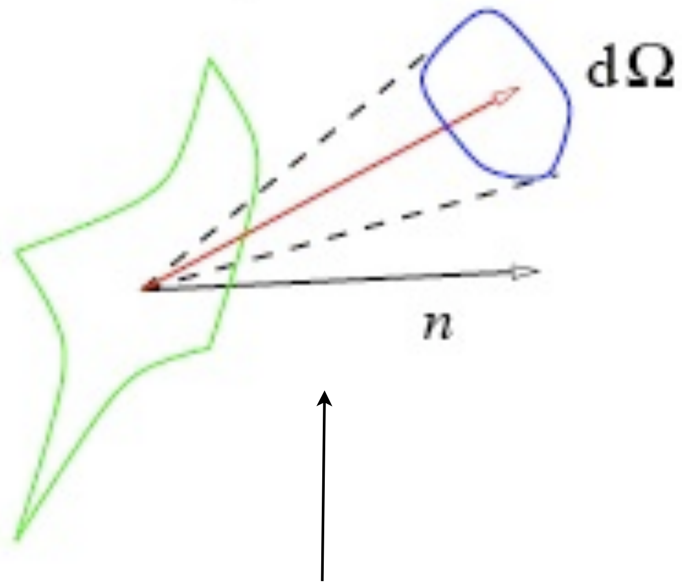


Energia transportada através da área dA, com normal **n** na direção espacial dΩ

Intensidade específica

- Melhor descrição: energia carregada por raios individuais. Mas raios são infinitamente "finos", LOGO não podem carregar energia.
- Vamos realizar uma integração sobre um número infinito de raios

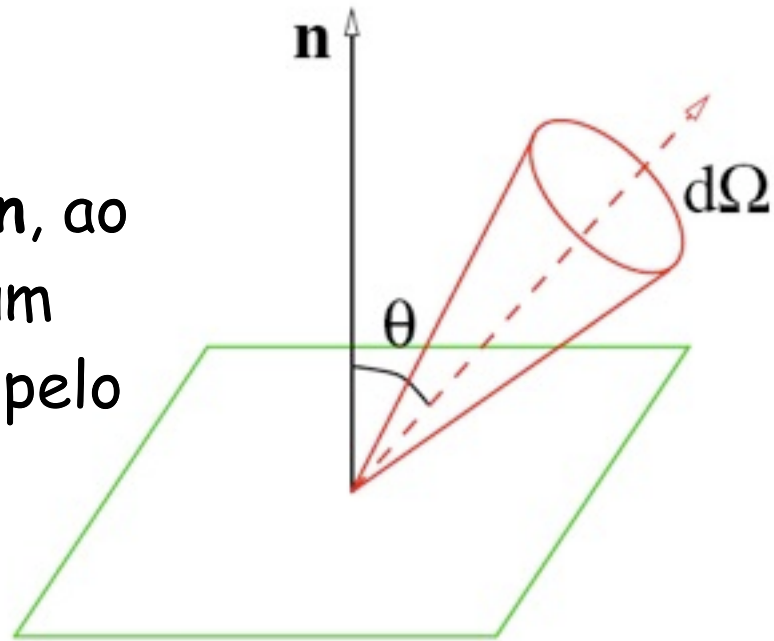
$$dE = I_\nu \, dA \, dt \, d\Omega \, d\nu$$



Energia transportada através da área dA, com normal **n** na direção espacial dΩ

Intensidade Específica

- Um campo de radiação, com raios de direção arbitrária, cujos raios estão direcionados para um elemento de área dA e normal **n**, ao passar por ele, deve produzir um fluxo diferencial dF, passando pelo ângulo sólido dΩ.



$$dF_\nu = I_\nu cos\theta d\Omega$$

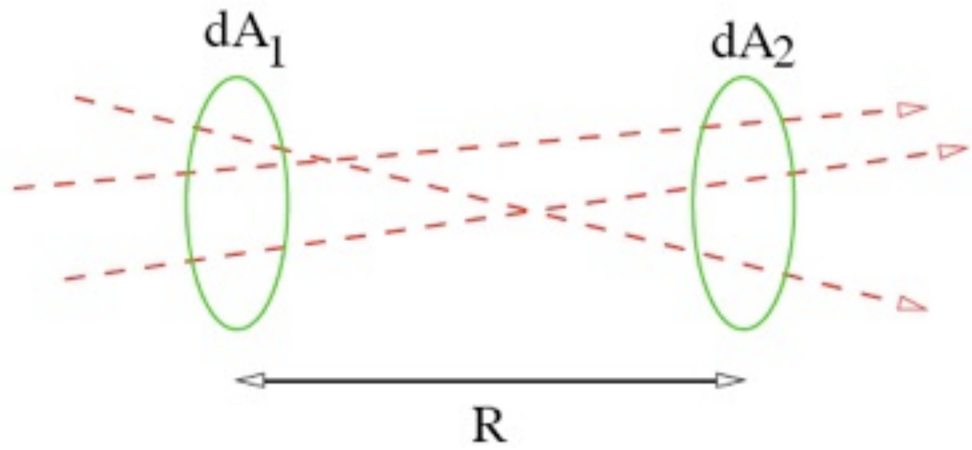
$$F_\nu = \int I_\nu cos\theta d\Omega$$

$$= \int_0^\pi \int_0^{2\pi} I(\nu,\theta) cos\theta d\Omega$$

Se I_ν é isotrópica, o fluxo é NULO

Intensidade específica

- Como a energia é conservada, os raios que passam por dA_1 e dA_2 devem expressar esse fato. Assim, devemos ter



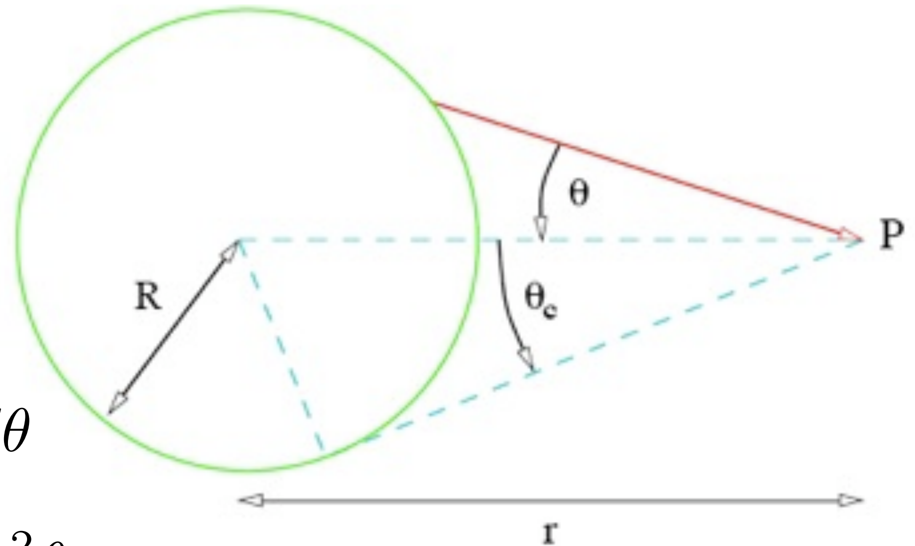
Text

- $dE_1 = I_{\nu 1} dA_1 dt d\Omega_1 d\nu_1 = dE_2 = I_{\nu 2} dA_2 dt d\Omega_2 d\nu_2$
- Como $d\Omega_1 = dA_2/R^2$ e $d\Omega_2 = dA_1/R^2$ e $d\nu_1 = d\nu_2$, devemos ter I_ν iguais, logo **a intensidade específica é constante ao longo do raio**

Como mostrar a lei de R^{-2}?

- Qual deve ser o fluxo em P, produzido por uma esfera de brilho uniforme B? Essa esfera é uma fonte ISOTRÓPICA...
- Se o raio que sai da esfera chega em P, o fluxo é B. Caso contrário, é nulo.

$$
\begin{aligned}
F &= \int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} I cos\theta d\Omega \\
&= B\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\theta_c} sen\theta cos\theta d\theta \\
&= \pi B(1 - cos^2\theta_c) = \pi B sen^2\theta_c \\
F &= \pi B(\frac{R}{r})^2
\end{aligned}
$$



Na superfície, F = πB

Densidade de energia

- A última das quantidades radiativas fundamentais a ser discutida é a densidade de energia, u_ν, definida para uma direção $d\Omega$ e um elemento de volume dV

- $$dE = u_\nu(\Omega)\, dV\, d\nu$$

No caso de raios de luz, o elemento de volume pode ser escrito

$$dV = c\, dt \cdot dA$$

tal que

$$dE = c u_\nu(\Omega)\, dt\, dA\, d\Omega\, d\nu$$

Comparando com a definição de intensidade temos:

$$dE = I_\nu\, dA\, dt\, d\Omega\, d\nu$$

Logo,

$$u_\nu(\Omega) = I_\nu / c$$

12

Transferência radiativa

Essencialmente, transporte de radiação!

- Emissão
- Absorção
- Espalhamento (pode ser tratado como uma combinação dos processos acima, falaremos sobre ele mais tarde).
- Para uma mudança de intensidade ao longo da linha de visada, é possível definir um termo de ganho e um termo de perda ($dI_{\nu+}$ e $dI_{\nu-}$)

Para chegar a uma equação...

- $dI_{\nu+} = \varepsilon_\nu ds$
- $dI_{\nu-} = -\kappa_\nu I_\nu ds$
- De forma que definimos a mudança de intensidade em uma forma de espessura ds como sendo:

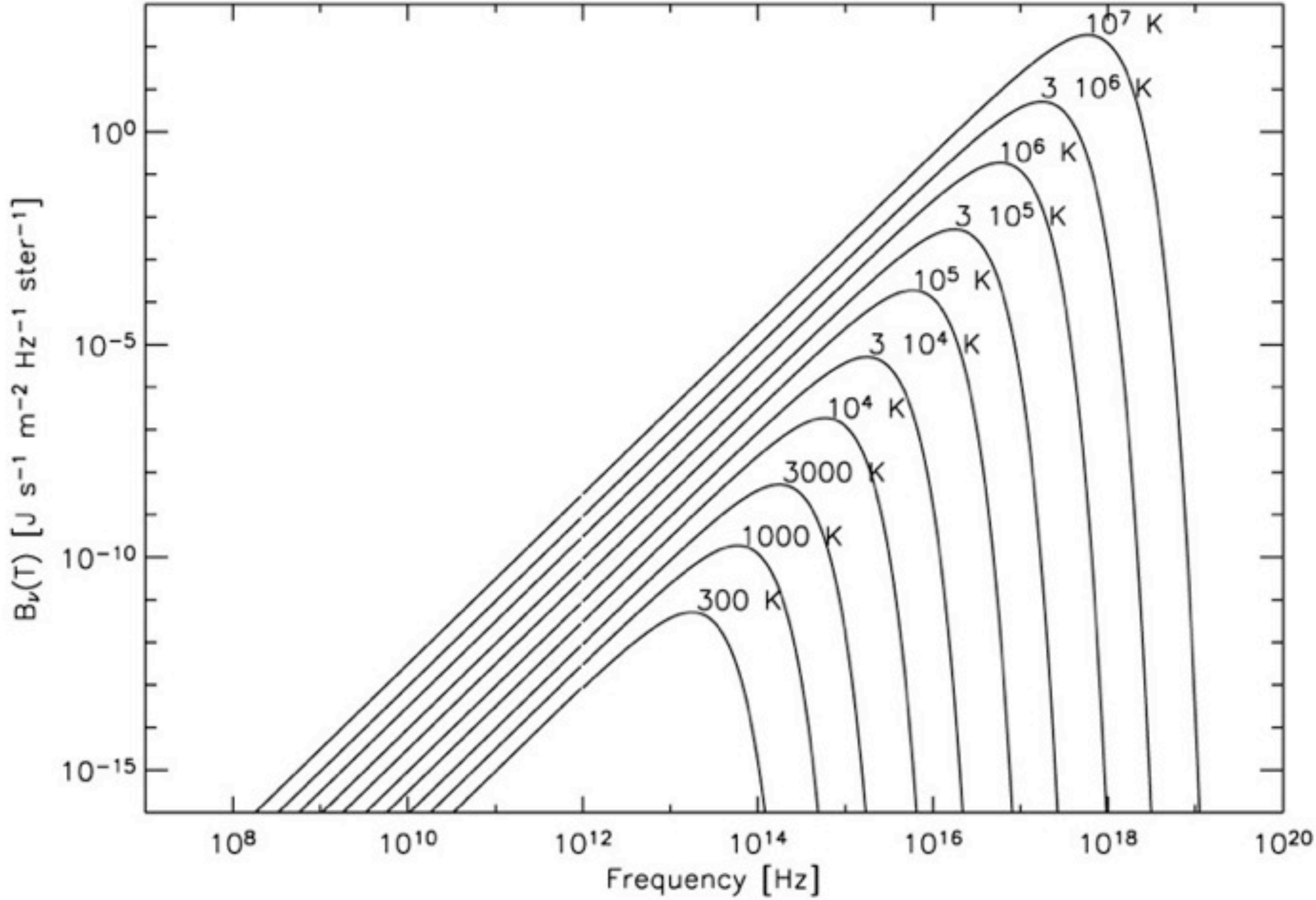
$$[I_\nu(s+ds) - I_\nu(s)]d\sigma d\Omega d\nu = [-\kappa I_\nu + \epsilon_\nu]d\sigma d\Omega d\nu$$

Eq. de transferênca radiativa $\longrightarrow$ $$\frac{dI_\nu}{ds} = -\kappa_\nu I_\nu + \epsilon_\nu$$

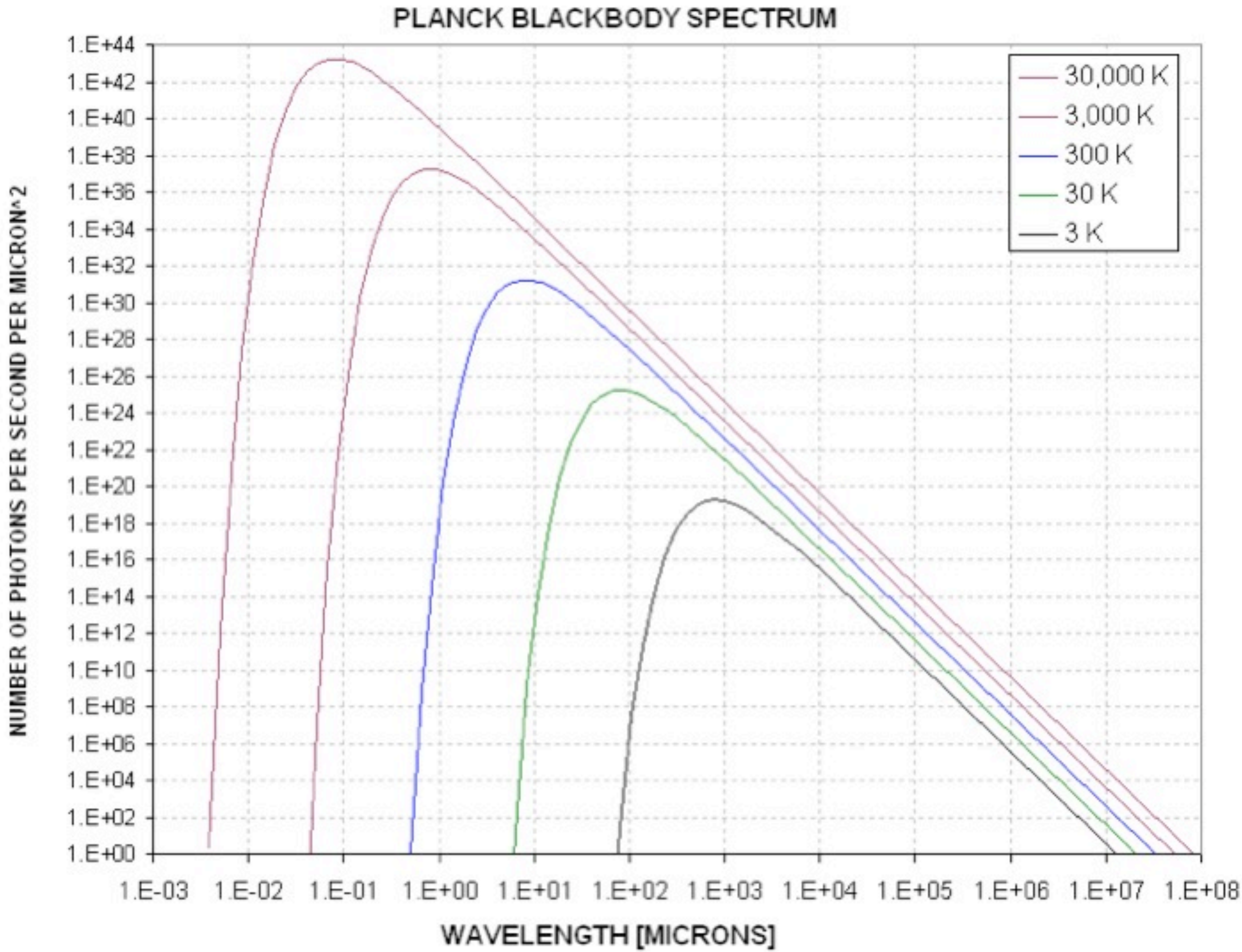
-
- Em geral, κ e ε são independentes de I_ν, e temos alguns casos limites:

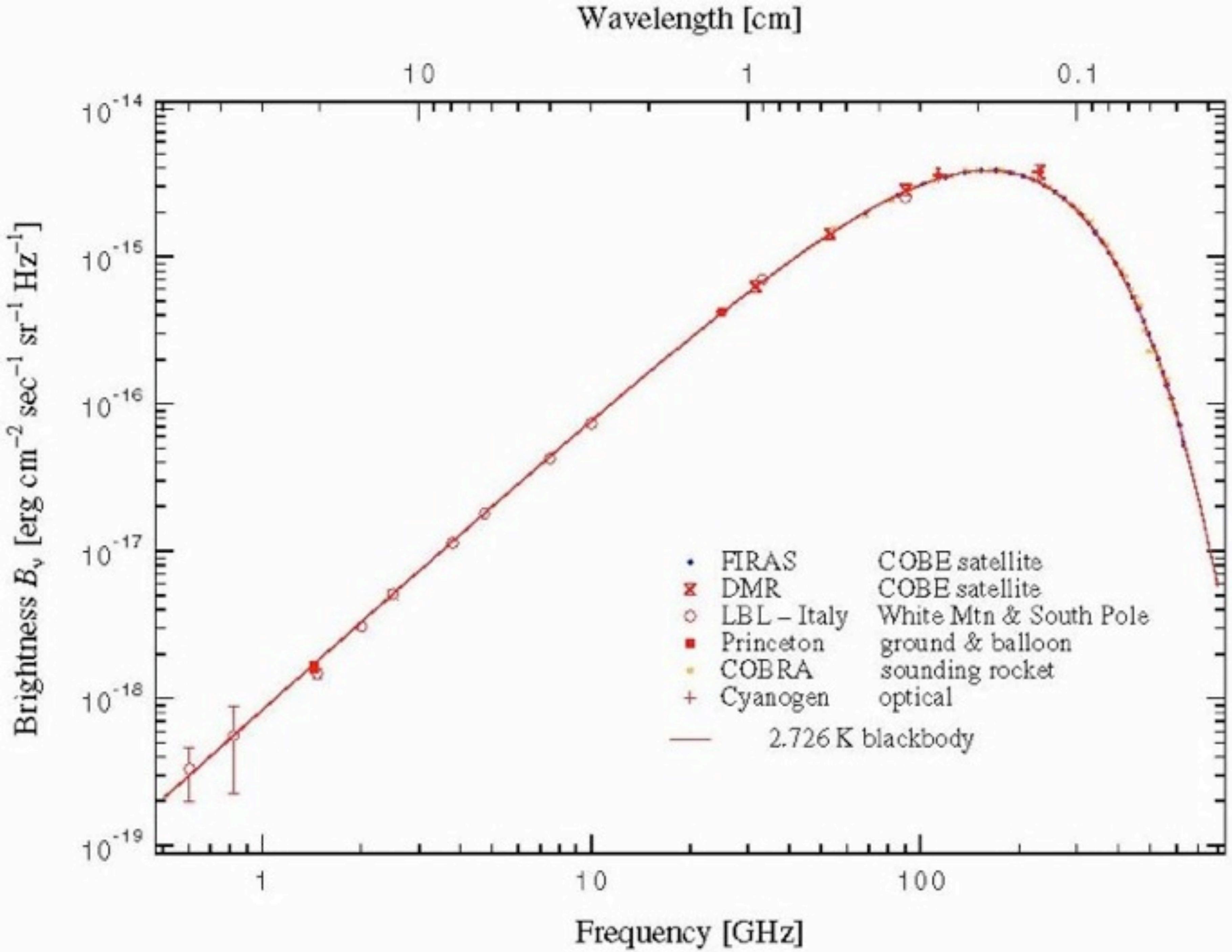
Eq. de transferência radiativa

- Casos limite:
  - Somente absorção ($\varepsilon_\nu = 0$)
  - Somente emissão ($\kappa_\nu = 0$)
  - Equilíbrio termodinâmico (ET: $I_\nu = B_\nu(T) = \varepsilon_\nu / \kappa_\nu$)
  - Eq. termodinâmico local ($B_\nu(T) = \varepsilon_\nu / \kappa_\nu$)


10^7 K
3 10^6 K
10^6 K
3 10^5 K
10^5 K
3 10^4 K
10^4 K
3000 K
1000 K
300 K
$B_\nu(T)$ [J s^{-1} m^{-2} Hz^{-1} ster^{-1}]
10^0
10^{-5}
10^{-10}
10^{-15}
10^8 10^{10} 10^{12} 10^{14} 10^{16} 10^{18} 10^{20}
Frequency [Hz]

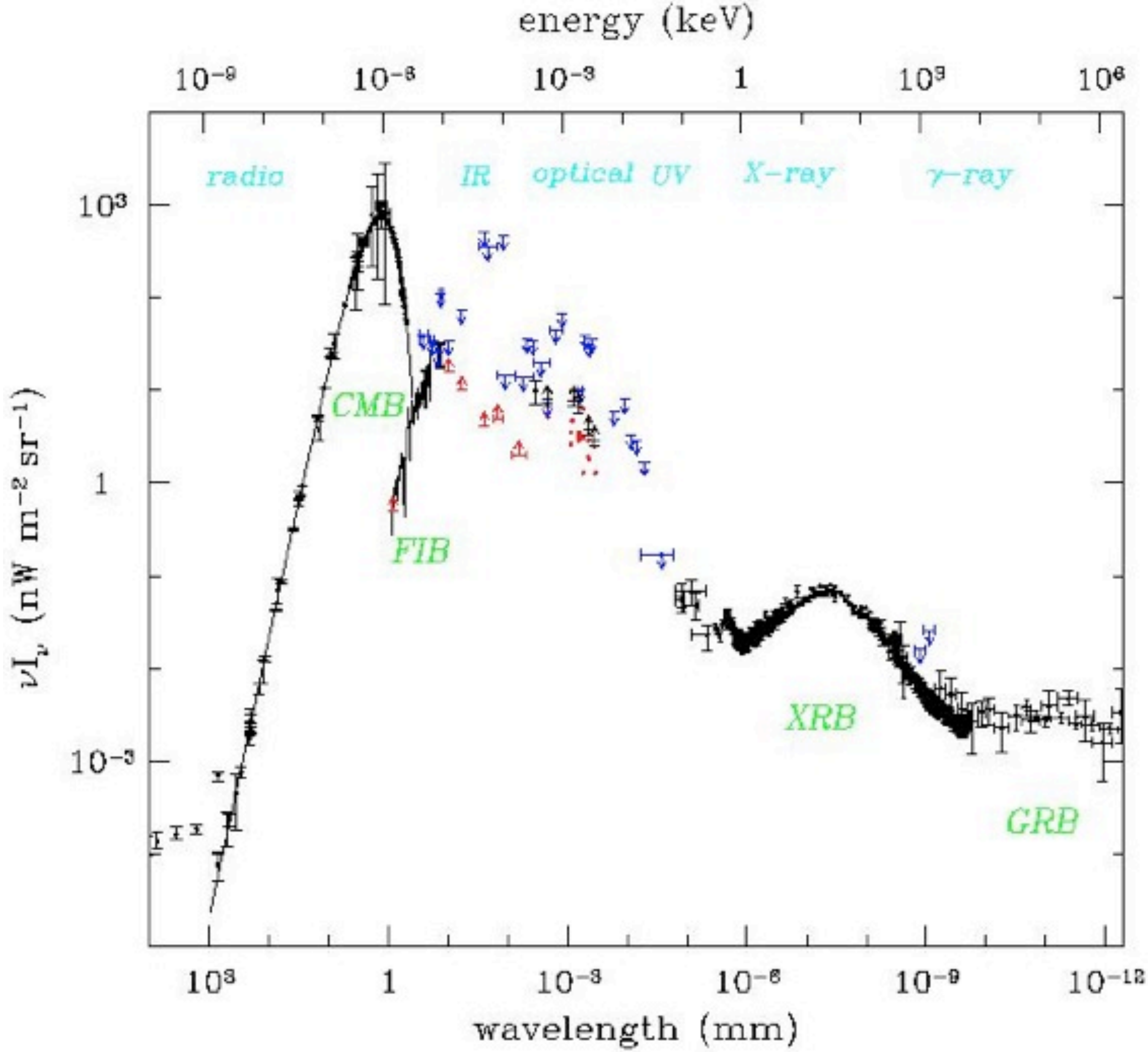
16


PLANCK BLACKBODY SPECTRUM
NUMBER OF PHOTONS PER SECOND PER MICRON^2
1.E+44
1.E+42
1.E+40
1.E+38
1.E+36
1.E+34
1.E+32
1.E+30
1.E+28
1.E+26
1.E+24
1.E+22
1.E+20
1.E+18
1.E+16
1.E+14
1.E+12
1.E+10
1.E+08
1.E+06
1.E+04
1.E+02
1.E+00
1.E-03
1.E-02
1.E-01
1.E+00
1.E+01
1.E+02
1.E+03
1.E+04
1.E+05
1.E+06
1.E+07
1.E+08
WAVELENGTH [MICRONS]
30,000 K
3,000 K
300 K
30 K
3 K



Wavelength [cm]
10
1
0.1
Brightness B_ν [erg cm^{-2} sec^{-1} sr^{-1} Hz^{-1}]
10^{-14}
10^{-15}
10^{-16}
10^{-17}
10^{-18}
10^{-19}
FIRAS COBE satellite
DMR COBE satellite
LBL – Italy White Mtn & South Pole
Princeton ground & balloon
COBRA sounding rocket
Cyanogen optical
2.726 K blackbody
1
10
100
Frequency [GHz]

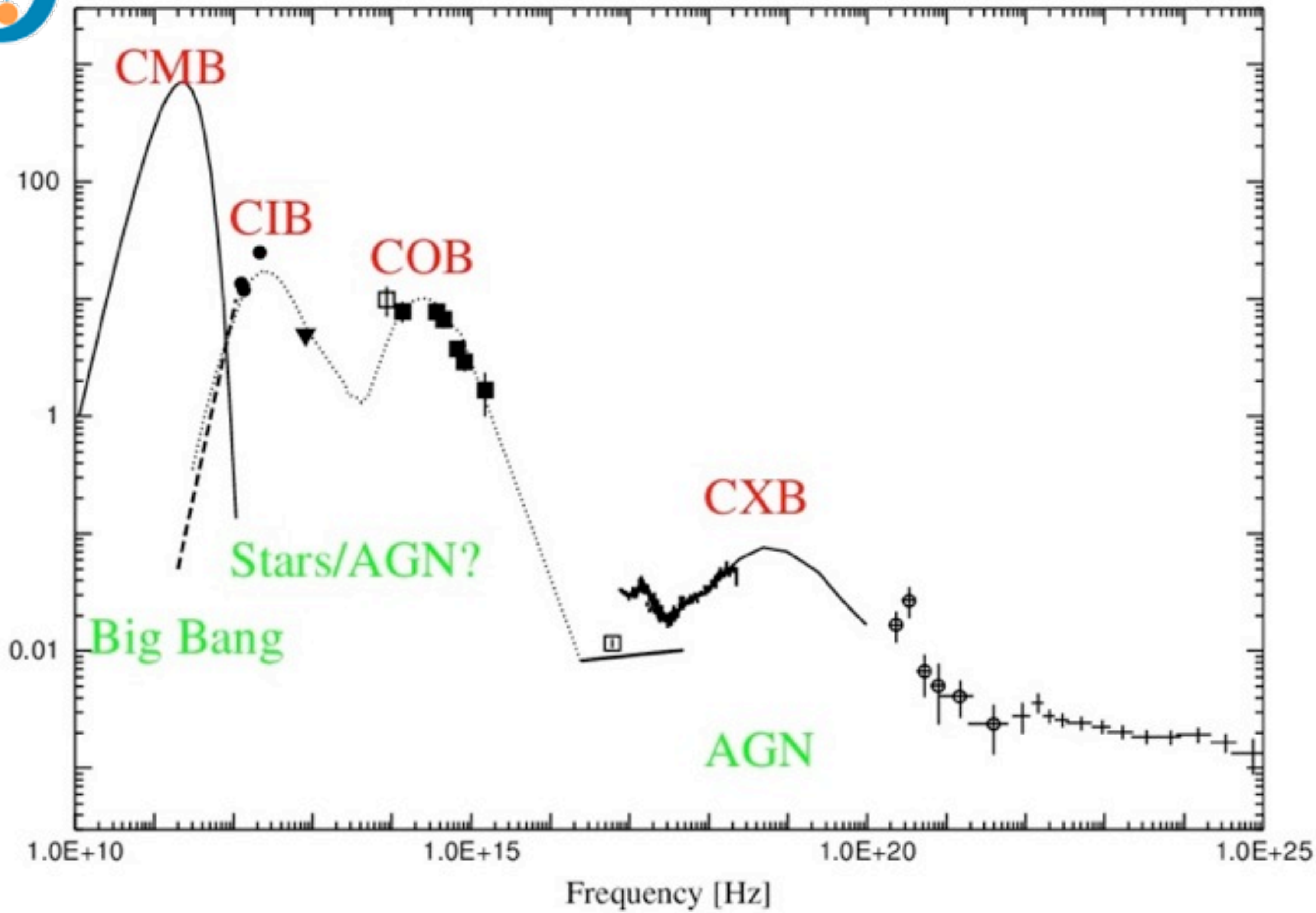
18



energy (keV)
10^{-9}
10^{-6}
10^{-3}
1
10^{3}
10^{6}
radio
IR
optical
UV
X-ray
γ-ray
10^{3}
1
10^{-3}
νI_ν (nW m^{-2} sr^{-1})
CMB
FIB
XRB
GRB
10^{3}
1
10^{-3}
10^{-6}
10^{-9}
10^{-12}
wavelength (mm)

19

The Cosmic Energy Density Spectrum



20

Profundidade Óptica

- Além da definição original, que sai da solução da equação de transferência radiativa para absorção, podemos considerar também o efeito do número de absorvedores (n) e da seção de choque (σ).

$$\begin{aligned} d\tau_\nu &= \alpha_\nu ds \\ &= n\sigma_\nu ds \end{aligned}$$

- Essencial para a descrição da maioria dos efeitos em transferência radiativa.

  $\tau > 1$ ➽ meio **opticamente espesso** ou **opaco**
  $\tau < 1$ ➽ meio **opticamente fino** ou **transparente**

21

- Absorção exponencial... logo, a probabilidade de um fóton percorrer uma distância maior do que $\tau \propto e^{-\tau}$!
- Caminho óptico médio percorrido por um fóton é

$$< \tau_\nu >= \int_0^\infty \tau_\nu e^{-\tau_\nu} d\tau_\nu = 1$$

- O caminho óptico que corresponde a τ = 1 é o chamado **caminho livre médio**.

$$\tau_\nu = n l_\nu \sigma_\nu \quad \rightarrow \quad < l >= \frac{1}{n \tau_\nu \sigma_\nu}$$

Ex: No centro do Sol, $\rho \sim 150$ g.cm^{-3}. Supondo (erroneamente!) que exista somente H, devemos ter n ~ 9×10^{25} cm^{-3}. Se σ é da ordem de 10^{-25} cm^2, logo **$<l_{Sol}> \sim$ 1 mm**. Compare com o raio do Sol: **7×10^{10} cm**...

$$
\begin{aligned}
\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} &= S_\nu - I_\nu \\
e^{\tau_\nu}\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} &= e^{\tau_\nu}(S_\nu - I_\nu) \\
e^{\tau_\nu}[\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} + I_\nu] &= e^{\tau_\nu} S_\nu \\
\frac{d}{d\tau_\nu}(e_\nu^\tau I_\nu) &= e^{\tau_\nu} S_\nu
\end{aligned}
$$

23