História da Matemática: Fontes, Pesquisa e Ensino

métodos, temas e historiografia

História da Matemática

uma dentre muitas histórias
um dentre muitos objetos

- história da matemática
- história das ciências / da ciência
- história cultural
- história social
- história política
- microhistória
- história “vista de baixo”

- da matemática, da física, da biologia, da literatura, da pintura, da língua, da leitura, do livro, da mídia, do Brasil, da França, do mundo, da guerra, da comida, do vestuário, do esporte, da sexualidade, da loucura, do poder, do inconsciente, das mulheres, dos negros, dos homossexuais, da infância, da família,do vinho, do carro, do cigarro, do chapéu, da nota de rodapé, ...

Questões de Fundo

O que é história?

Fontes Primárias e Secundárias

- Primárias
  - ex: uma carta de Arquimedes
- Secundárias
  - ex: um artigo sobre a carta de Arquimedes
- Terciárias
  - ex: um livro sobre a matemática grega que fale da carta de Arquimedes somente pelo que está no artigo sobre a carta de Arquimedes
- Quaternárias
  - ex: uma aula de história da matemática que use apenas o livro sobre a matemática grega

Anacronismos e ...

- “Dever ter sido um choque descobrir que há pontos na reta que não correspondem a nenhum número racional. Essa descoberta foi uma das grandes realizações dos pitagóricos. Em particular, os pitagóricos provaram que não há nenhum número racional ao qual corresponda o ponto P da reta no caso em que OP é igual à diagonal de um quadrado cujos lados medem uma unidade.” (EVES)

Anacronismos e ...

- “Novos números tiveram de ser inventados para serem associados a esses pontos; e não sendo racionais, vieram a se chamar números irracionais. A descoberta desses números representa um dos grandes marcos da história da matemática...A descoberta da existência de números irracionais foi surpreendente e perturbadora para os pitagóricos.” (EVES)

... Historicismo

- “Duas grandezas são comensuráveis uma com a outra se têm uma medida comum que divide cada uma delas em um número inteiro exato de vezes...Essa dicotomia de comensurável/incomensurável é o mais próximo que a teoria euclidiana chega da moderna dicotomia de racional/ irracional” (KNORR)

... Historicismo

- “A data e a maneira da primeira descoberta da incomensurabilidade não foram preservadas para nós por nenhuma testemunha confiável. Três autores, 700 anos após o fato, oferecem alguma informação das origens da teoria da incomensurabilidade, mas é difícil julgar o quanto de validade histórica essa informação tem, se é que tem alguma.” (KNORR) α.

Τὸν ἐπιταχθέντα ἀριθμὸν διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς ἐν ὑπεροχῇ τῇ δοθείσῃ.

Ἔστω δὴ ὁ δοθεὶς ἀριθμὸς ὁ ρ̄, ἡ δὲ ὑπεροχὴ Μ̊ μ̄. εὑρεῖν τοὺς ἀριθμούς.

Τετάχθω ὁ ἐλάσσων ς ᾱ· ὁ ἄρα μείζων ἔσται ς ᾱ Μ̊ μ̄· συναμφότεροι ἄρα γίνονται ς β̄ Μ̊ μ̄· δέδονται δὲ Μ̊ ρ̄.

Μ ἄρα ρ̄ ἴσαι εἰσὶν ς β̄ Μ̊ μ̄.

καὶ ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια. ἀφαιρῶ ἀπὸ τῶν ρ̄, Μ̊ μ̄, [καὶ ⟨ἀπὸ⟩ τῶν β̄ ἀριθμῶν καὶ τῶν μ̄ μονάδων ὁμοίως μονάδας μ̄·] λοιποὶ ς β̄ ἴσοι Μ̊ ξ̄. ἕκαστος ἄρα γίνεται ς, Μ̊ λ̄.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν ἐλάσσων Μ̊ λ̄, ὁ δὲ μείζων Μ̊ ο̄, καὶ ἡ ἀπόδειξις φανερά.

I.

Propositum numerum partiri in duos numeros in 1 differentia data.

Sit nempe datus numerus 100, differentia 40. Invenire numeros.

Ponatur minor $= x$, maior igitur erit $x + 40$. Ergo amborum summa fit $2x + 40$: Data est autem $= 100$. Ergo

$$100 = 2x + 40.$$

A similibus similia: a 100 aufero 40 [et a $2x + 40$ similiter 40]; linquitur

$$2x = 60, \quad \text{unde fit } x = 30.$$

Ad positiones: erit minor $= 30$, maior $= 70$, et probatio evidens.

Uma teoria da mudança e da continuidade

- Evoluções ou revoluções?

- Finalidade na história?

- Pode-se emitir juízo de valor sobre uma cultura a partir de sua matemática?

História da Matemática no Ensino

- Abordagem antiga
  - ausência de fontes primárias
  - ausência do ponto de vista dos gregos, dos egípcios, ...
  - abordagem finalista

- Nova abordagem
  - presença de fontes primárias
  - presença do ponto de vista dos gregos, dos egípcios, ...
  - abordagem não finalista

pequenos exemplos

Babilônia, Egito, Grécia

Babilônia

problema em tablete de argila
séc 3 a.C.

Os Babilônios

- 4 é o comprimento e 5 a diagonal. O que é a largura? O tamanho não é conhecido. 4 vezes 4 é 16. E 5 vezes 5 é 25. Aumenta de 16 até 25 e ficou 9. O que vezes o que devo tomar, para conseguir 9? 3 vezes 3 é 9. E 3 é a largura.

Os Egípcios

Problema 9 do Papiro de Rhind

- Multiplicação de $\underline{2}$ $\underline{14}$ por 1 $\underline{2}$ $\underline{4}$

L1	1	$\underline{2}$ $\underline{14}$
L2	$\underline{2}$	$\underline{4}$ $\underline{28}$
L3	$\underline{4}$	$\underline{8}$ $\underline{56}$
L4	1 $\underline{2}$ $\underline{4}$	$\underline{2}$ $\underline{4}$ $\underline{8}$ $\underline{14}$ $\underline{28}$ $\underline{56}$
L5		1

Os Gregos

Diofanto

- *Encontrar dois números tais que sua soma e produto sejam números dados*. Condição necessária: o quadrado da metade da soma deve exceder o produto por um quadrado perfeito. Dados a soma 20 e o produto 96. 2x a diferença dos números. Então os números são 10-x e 10+x. Logo $100-x^2=96$. Portanto x = 2, e os números pedidos são 8 e 12.

História da Matemática

- fontes primárias
- historicista
- não finalista

Para onde mais?

História da Matemática

uma abordagem cultural

Internalismo e Externalismo

- A matemática desenvolve-se somente a partir dos problemas que ela mesma se põe?

- Os desenvolvimentos da matemática são resultado do contexto social, econômico e político?

Abordagem Cultural

- modelo de sociedade (consensual? conflituosa?) e uma teoria da mudança social
- culturas e subculturas
- tradições, com transmissões e recepções
- conjugação de aspectos estruturais e históricos
- ampliação das fontes

História da Matemática no Ensino

Coleção de fontes

Antiga Grécia

- Periodização
  - Primeira Matemática Grega – até a época de Platão
  - Período Helenístico– Euclides, Arquimedes e Apolônios
  - Período Greco-Romano – até Vitruvius, Hero e o Corpus Agrimensorum
  - Período Tardio – Diofanto, Papus e Eutócio

- Tributo das ilhas / Paros 30 talentos / Naxos 15 talentos / Andros 15 talentos / [...] Thera 5 talentos / Ceos 10 talentos/ [...] Pholegandros 2000 dracmas / Belbina 300 dracmas / [...] Myrina em Lemnos 4 talentos / Imbros 1 talento / Total de tributos das ilhas 163 talentos e 413 dracmas / Tributo da região da Jônia / [...]

- *IG* I^3 71 Lista de tributos anuais das cidades sujeitas a Atenas, ano 425 a.e.c., apud [CUOMO 2001]

- Os contadores calcularam os seguintes débitos nos quatro anos de Panatheneae a Panatheneae; os tesoureiros entregaram o seguinte, Androcles de Phyleus no comando com os secretários de finanças ... e no comando com os chefes Hippocrates de Cholargus e com Cecropis sendo o prítane pela segunda vez, o conselho trabalhou por quatro dias, Megakleides foi secretário primeiro, sob o arconte Euthunos, 20 talentos; o juro sobre esses produziram 5695 talentos e um dracma. A segunda doação sob o segundo prítane Cecropis, o restante foi, sete dias como prítane, 50 talentos, juro de 2 talentos e 1970 dracmas. [...]
- *IG* I^3 369 Registro de empréstimos dos tesoureiros do templo de Atenas e outros deuses, ano 426/5 até 423/2 a.e.c., apud [CUOMO 2001]

- Para o estucador Antiphilos, pelos modelos, 60 dracmas. Dinheiro de viagem para Ariston, 10 dr. Para Isodamos, por pregos e cerca, 7 dr. 3 ob. Para Aristonos pelos tijolos, 1 dr. Para o arauto para Tebas, 2 ob. Para Aristaios, pela colocação das portas da oficina, 2 dr. 5 ob. [...] Por uma tranca e chave, para Isodamos, 15 dr.

- *IG* IV 1484 B II 250-4, Despesas de construção em Epidaurus, em 370 a.e.c., apud [CUOMO 2001]

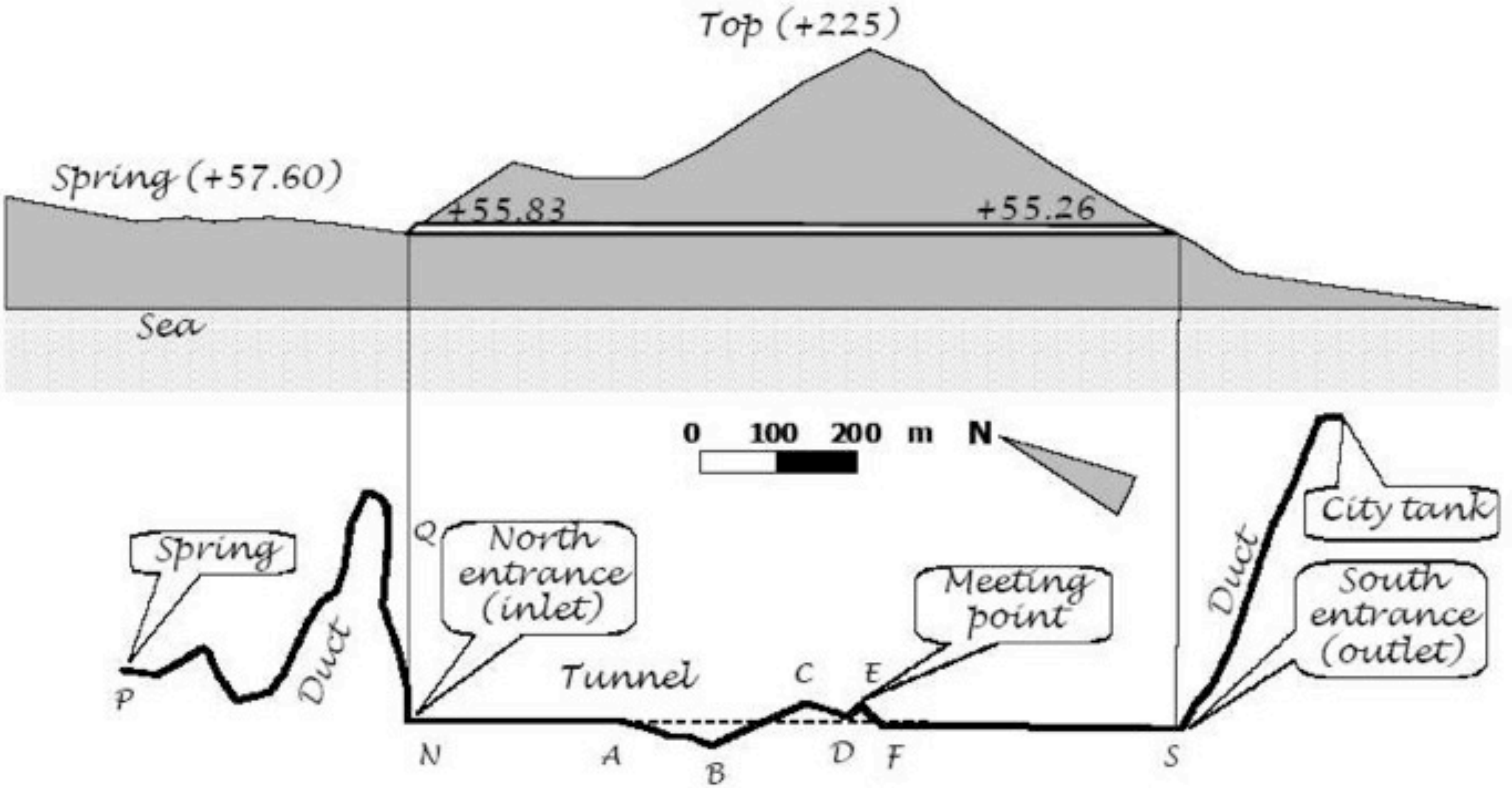
Historiadores

- O rei egípcio Sesostris dividiu o país entre todos os egípcios dando a cada um uma parte igual de terra, e fez disso sua fonte de renda, determinando o pagamento de uma taxa anual. E qualquer homem que fosse roubado pelo rio de uma parte de sua terra iria a Sesostris e declararia o que lhe acontecera; o rei então enviaria homens para examinar o assunto e medir o espaço pelo que a terra fora diminuída, de forma que em seguida se pagasse em proporção com a taxa originalmente imposta. Disso, como penso, os gregos aprenderam a arte de medir terra (geometria).
- Heródoto (484 – c. 425 a.e.c.), História II 109, in [CUOMO 2001]

- E incitou-os a ser corajosos, pois em média seis mil talentos de tributo chegavam anualmente dos aliados para a cidade, sem contar as fontes de renda, e havia naquele tempo ainda disponíveis na Acrópolis seis mil talentos de prata cunhada (a quantidade máxima fora sete mil talentos, dos quais despesas foram feitas...)... A cavalaria chegava a doze mil, incluindo arqueiros montados, os arqueiros dezesseis mil, e as trieras que podiam ir ao mar trezentas...

- Tucídides (entre 460 e 455 – c. 400 a.e.c.), Guerra do Peloponeso, in [CUOMO 2001]

Uma fonte arqueológica: O Túnel de Eupalinos



http://www.mlahanas.de/Greeks/Eupalinos.htm

“o maior de todos os estratagemas” e o teatro

- PROMETEU: ...ouça que vida desgraçada as pessoas costumavam levar, ou o quão primitivas eram – até que lhes dei inteligência, e tornei-as mestres de seus próprios pensamentos...Todo seu trabalho era trabalho sem pensamento, até que lhes ensinei a ver o que fora difícil de ver: quando e onde as estrelas surgem e põem-se. O que é mais, eu lhes dei o número, o maior de todos os estratagemas.
- Ésquilo (525 – 456 a.e.c), Prometeu Acorrentado, in [CUOMO 2001]

- E não com pedregulhos precisamente colocados, mas grosseiramente com seus dedos conte o tributo pago pelos estados sujeitos, e considere o total; então, em adição, compute os muitos impostos e uns-por-cento, e taxas e multas, e as minas de prata, os mercados e portos e vendas e alugueres. Se você tirar o resultado total do lote, atingirá dois mil talentos ou perto. E em seguida escreva o pagamento dos Juízes, e calcule as somas que recebem por ano: seis mil Juízes, conte completamente, não sobra mais nada, 150 talentos por ano eu acho que você encontrará que é o que eles obtém.
- Aristófanes (c. 448 – 380 a.e.c.), Vespas, in [CUOMO 2001]

- METON: Com a régua reta eu meço completamente, de forma que o círculo possa ser quadrado; e no centro um mercado; as ruas levando a ele direto ao próprio centro; como de uma estrela, embora circular, raios retos piscam em todas as direções.
- PEISTETAIROS: Uau, o homem é um Tales!

- Aristófanes, Aves, in [CUOMO 2001]

- STREPSIADES: E o que é isso?
- ESTUDANTE: Geometria
- S: Então para que isso é útil?
- E: Para medir terras.
- S: Você se refere a terras para os donos de terra?
- E: Não, terras em geral.
- S: Fascinante noção! Um dispositivo útil e democrático.
- Aristófanes, Nuvens, in [CUOMO 2001]

As cortes legais

- ...Aristofanes adquirira uma casa com terra por mais de cinco talentos, produziu *dramas* por sua própria conta e de seu pai, com o custo de cinco mil dracmas, e gastou 80 minas equipando navios de guerra; e em relação aos quais, não menos do que 40 minas foram contribuições para cobranças especiais; para a expedição siciliana gastou 100 minas, e para o sustento dos navios de guerra ... providenciou 30 mil dracmas para pagar a infantaria leve e comprar suas armas. O total de todas essas somas chega a pouco menos do que 15 talentos.
- Lísias (c. 440 – c. 380 a.e.c.), Sobre a Propriedade de Aristófanes, in [CUOMO 2001]

Atitudes

- SÓCRATES: Se alguém lhe perguntasse quanto é três vezes setecentos, você poderia mentir suficientemente bem, sempre dizer falsidades consistentes sobre isso, caso você não quisesse dizer a verdade? [...] Então devemos aceitar também isto, Hípias, que existe um mentiroso em relação a cálculos e números. [...] Quem seria essa pessoa? Não deveria ter ele o poder de mentir, como você acabou de concordar, já que ele é um mentiroso? [...] E você não se mostrou agora há pouco como tendo o maior poder para mentir sobre cálculos? [...] Tem você, portanto, o maior poder de mentir sobre cálculos? [...] Então a mesma pessoa tem o maior poder de dizer falsidades e de dizer verdades sobre cálculos. E é essa pessoa aquele que é bom em relação a essas coisas, o calculador?
- HÍPIAS: Sim.

- Platão (427 – 347 a.e.c.), Hípias Menor, in [CUOMO 2001]

- [O próprio Sócrates] disse que o estudo da geometria deve ser seguido até que o estudante seja competente para medir um lote de terra acuradamente caso ele deseje tomá-lo, entregá-lo ou dividi-lo, ou computar sua produção [...] Ele era contra a levar o estudo da geometria a ponto de incluir figuras mais complicadas, justificando que ela não podia ver uso para elas.

- Xenofonte (427 – 355 a.e.c.), Memorabilia, in [CUOMO 2001]

- Para avançar:
  - Platão
  - Aristóteles
  - Geminus
  - Proclo
  - Teo de Esmirna

Mesopotâmia

os *ummanu*

- Periodização
  - Período Protoliterato (3400 a.e.c. – 3000 a.e.c.)
    - Fase de Uruk IV
    - Fase de Uruk III
  - Primeiro Período Dinástico (3000 a.e.c. – 2350 a.e.c.)
  - Período do Antigo Acádio ou Sardônico (2350a.e.c. – 2200 a.e.c.)
  - Período neo-sumério ou Ur III (século 21 a.e.c.)
  - Período da Antiga Babilônia (2000 a.e.c. – 1600 a.e.c.)
  - Período Kassita
  - Império Assírio (séculos VIII e VII a.e.c.)
  - Período Persa (539 a.e.c. – 331 a.e.c.)
  - Império de Alexandre (331 a.e.c. – 312 a.e.c)
  - Período Selêucida (312 a.e.c. – século I ou II a.e.c.)

Nínive, em torno de 672 a.e.c.

- Ao rei (Esarhaddon), meu senhor, teu servidor, Istar-sum-eres: Boa saúde ao rei, meu senhor! Possam os deuses Nabu e Marduk abençoar o rei, meu senhor! Os *tupsarru*, os *baru*, os *asipu*, os *asu* e os *dagilm-issure*, vivendo no palácio e habitando a cidade (Nínive), entrarão no pacto no 16º de nisannu. Farão o juramento amanhã.

- in [SERRES 1989]

- Marduk, sábio entre os deuses, dispensou-me uma vasta inteligência e uma sábia compreensão; Nabu, o escriba do universo, deu-me como presente os preceitos da sabedoria; Ninurta e Nergal municiaram meu corpo de uma força heróica e de uma potência inigualada; Os recursos do sábio Adapa, eu os aprendi, a sabedoria oculta, a arte do escriba completa; Eu sei interpretar os presságios do céu e da terra, eu participo do conselhos dos sábios; Eu sei discutir “Se o fígado é o espelho do céu” com os hábeis adivinhos; Eu sei encontrar os inversos difíceis e os produtos que não são acessados facilmente; Eu sei ler os textos complicados, ou o obscuro sumério, o acádio difícil de interpretar; Eu sei decifrar as inscrições sobre pedra que datam de antes do dilúvio...

- Hino em forma de autopanegírico sobre Assurbanipal, in [SERRES 1989]

- *dagil-issure* faziam observações de pássaros para predizer o futuro
- asu e wasipu eram chamados para os casos de doenças e para os casos de feridas; o wasipum também é chamado para afastar um presságio ruim
- barum é um adivinho, pela exame das entranhas de animais sacrificados, pela observação dos desenhos que o óleo faz sobre a água ou da direção que toma a fumaça de um incenso
- tupsarru são escribas no sentido geral; ou astrólogos

- Uma casa com as fundações com o céu; uma casa que, como uma vasilha-*pisan* foi recoberta de linho; uma casa que, como um ganso, repousa sobre uma base (sólida). Lá entramos de olhos fechados; de lá saímos de olhos abertos. Solução: a escola.

- enigma da Velha Babilônia, in [SERRES 1989]

Problema 2: BM34568 - Período Selêucida

A diagonal e o comprimento de um retângulo somam 9. A largura é 3. Qual é o tamanho do comprimento e da diagonal? 9 vezes 9 é 1,21 e 3 vezes 3 é 9. Você subtrai 9 de 1,21 e fica 1,12. Você toma 1,12 vezes 0;30. Isso é 36. O que multiplicado por 9 devo tomar para conseguir 36? 9 vezes 4 é 36. O comprimento é 4. Você tira 4 de 9 e fica 5. A diagonal é 5.

O texto afirma que 9 vezes 9 é 1,21. Diz também que 1,12 vezes 0;30 é 36. Há aqui uma oportunidade para treinar a aritmética sexagesimal. Observe:

$$1,21 = 1 \cdot 60^1 + 21 = 81 = 9^2$$

$$1,12 \cdot 0;30 = (1 \cdot 60^1 + 12) \cdot (30 \cdot 60^{-1}) = 72 \cdot 0,5 = 36$$

Triângulos Pitagóricos – Fontes Escritas

- Plimpton 322 – Dinastia de Hamurábi

?	y	z	
59,0,15	1,59	2,49	1
56,56,58,14,50,06,15	56,07	1,20,25	2
55,07,41,15,33,45	1,16,41	1,50,49	3
...	...	...	...
23,13,46,40	28	53	15

Havia pelo menos 3 outras colunas?

v = y/x, w=z/x e x

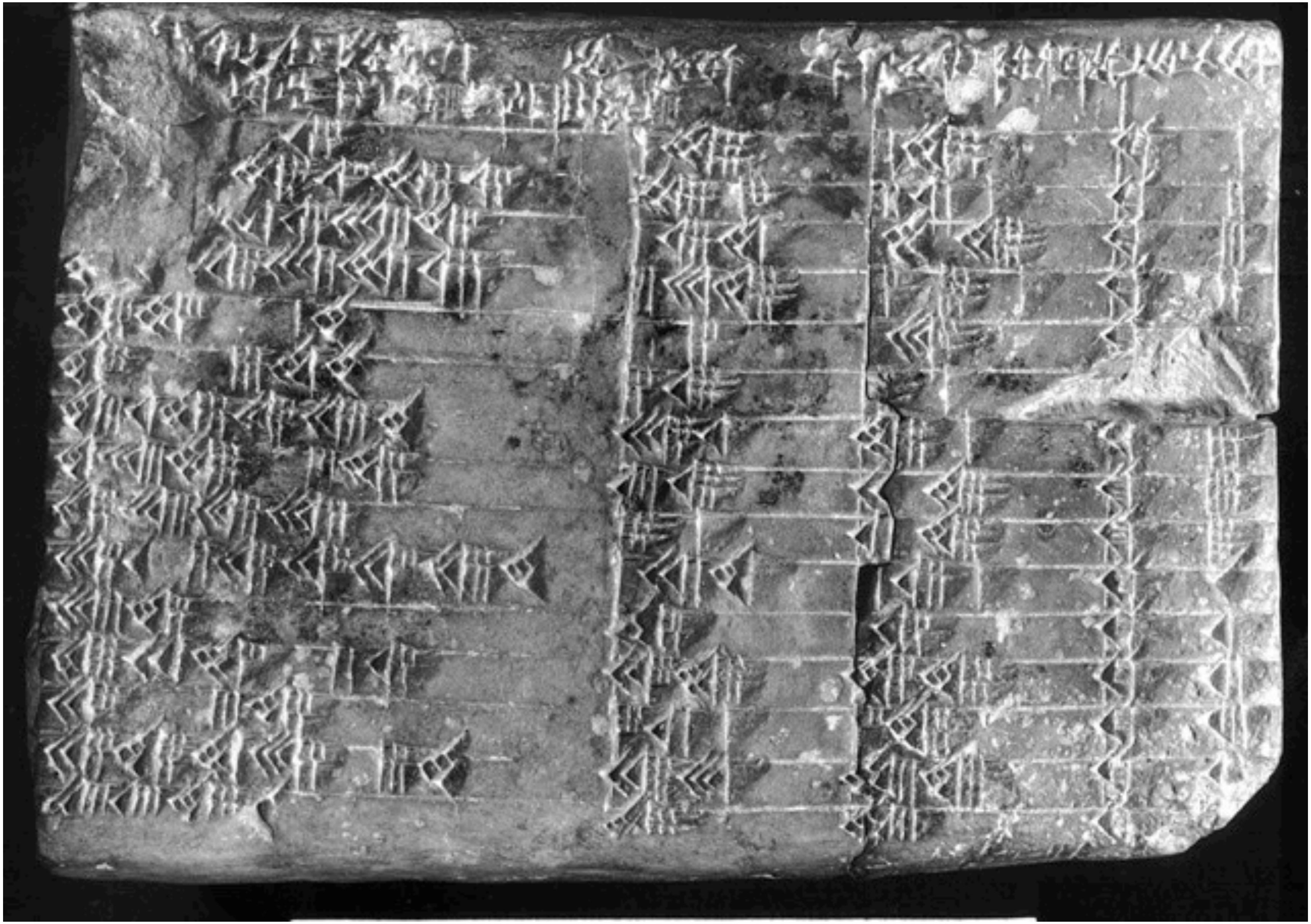
z: diagonal de um retângulo

y: largura

?: $A=(y/x)^2$ ou 1+A

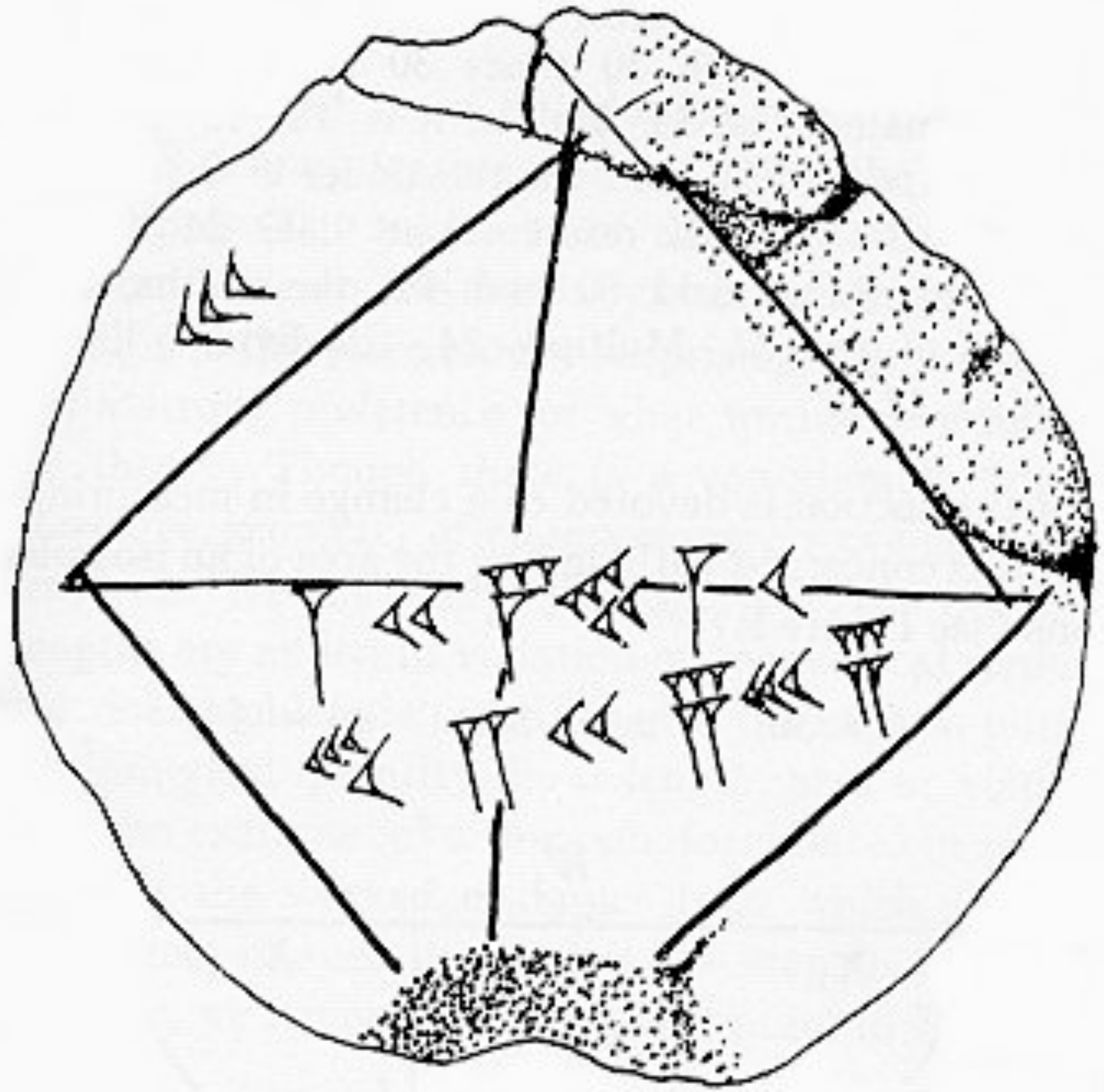
x: comprimento, apenas com divisores 2, 3 e 5 (1/x é fração sexagesimal finita)

Plimpton 322



Leitura de Originais – YBC 7289

Leitura de Originais – YBC 7289



Copyright: A. Aaboe

YBC 7289 no Contexto

[Fowler & Robson 1998] acreditam que YBC 7289 era um exercício escolar de um aprendiz de escriba, que obteve a aproximação para r2 diretamente de uma tabela de coeficientes.

- Sobrevivem 49 coeficientes em 8 listas. Ex: 1;25 51 10, a diagonal de um quadrado
- procedimento babilônio para raiz quadrada: sempre apenas um passo (dificuldade de cálculo?)

Egito

Periodização

- 3500 – 3000 – dois reinos
  - Alto e baixo Egito
- 3100 – unificação (F. Menes)
- 1350 – territórios (Vale do Nilo, Israel e Síria)

Administração e Agricultura

- levantamentos populacionais
- coleta de impostos
- exércitos
- drenagem, irrigação e controle de enchentes
- divisão da terra arável entre o campesinato
- construção de silos
- sistema de pesos e medidas
- calendários

Fontes Maiores

- Papiro Ahmes (ou Ahmose) (1650 a.C.)
- Papiro de Moscou (1850 a.C.)

São as fontes mais importantes, descobertas no século XIX.

Fontes Menores

- clava: espólio de guerra (3000 a.C.)
- Rolo de couro matemático (séc. XVII a.C.)
- Papiro de Berlim
- Papiro de Raisner (1800 a.C.)
- Papiro de Kahun (1800 a.C.)

Papiro Ahmes

- a fonte mais abrangente
- cópia de documento do Médio Império (2000 – 1800 a.C.)
- pode remontar a Imhotep (2650 a.C.)
- 87 problemas com soluções

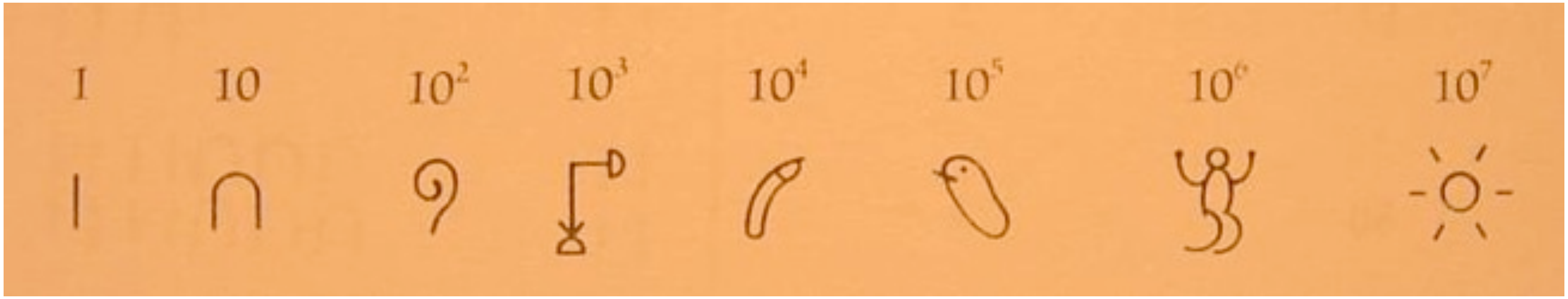
Papiro de Moscou

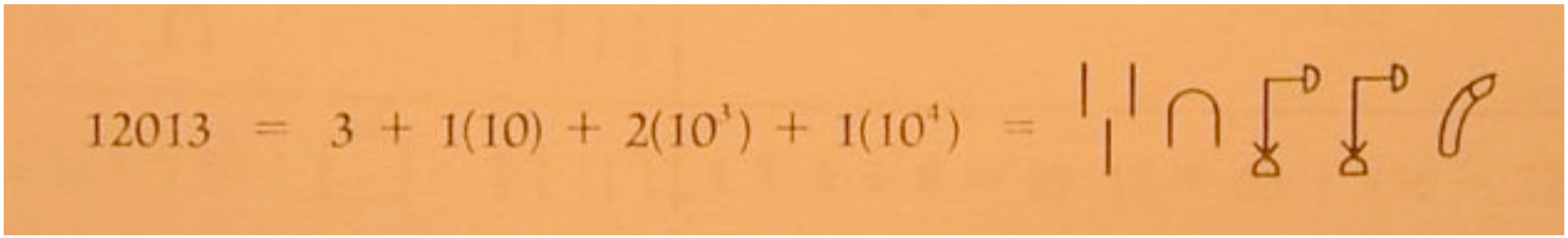
- 25 problemas
- tronco de pirâmide quadrada
- área do hemisfério ?

Sistemas numéricos

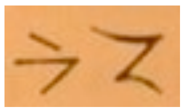
- hieroglífico
- hierático (Papiros Ahmes e de Moscou)
- demótico

Hieróglifos



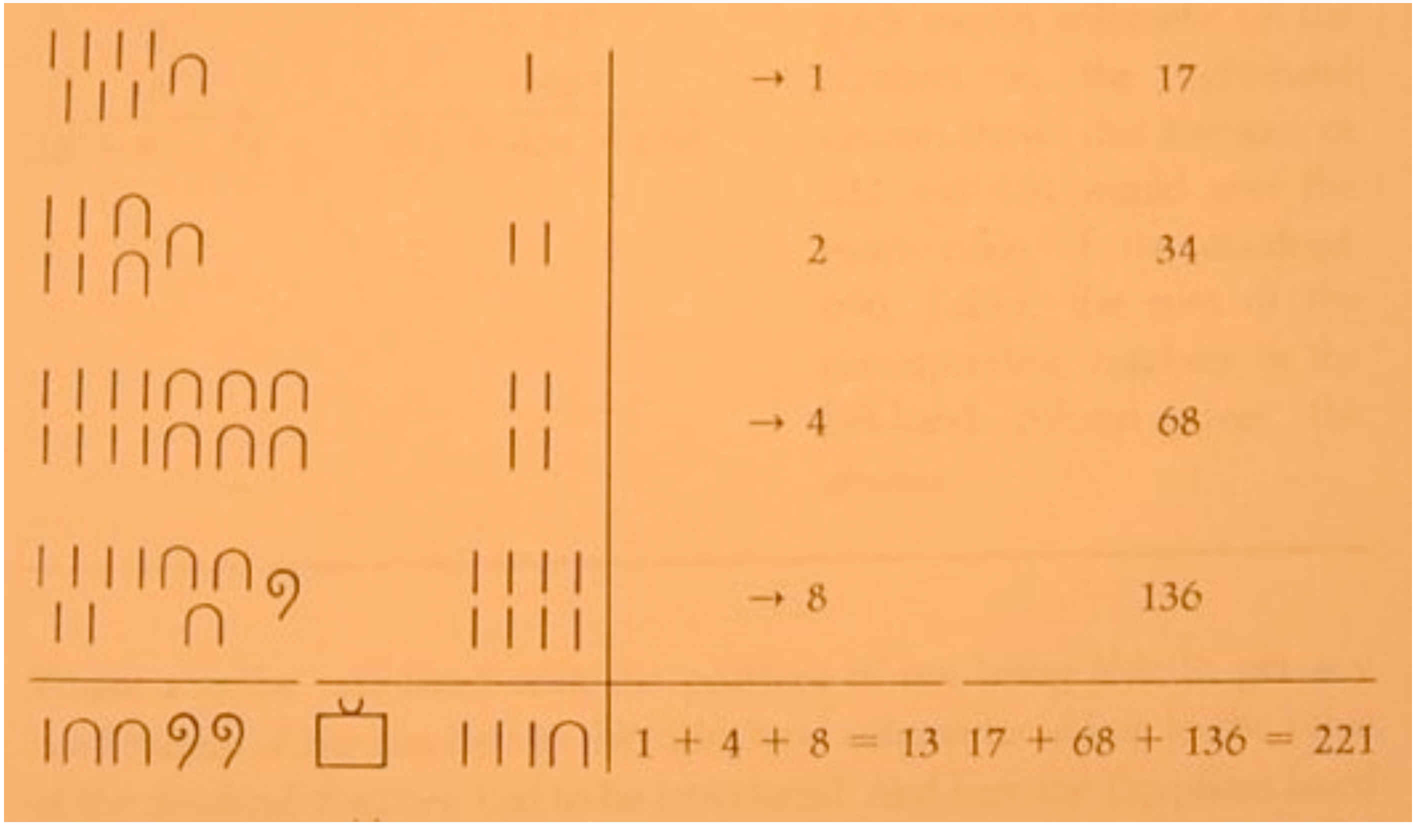


Hierático



ARITMÉTICA

Exemplo de Multiplicação: 17 por 13



Observações

- todo inteiro é soma de potências de 2
- o método está presente entre os gregos e na Idade Média
- ocorre, em variações, na Rússia, Etiópia e Oriente Médio

Exemplo de Divisão

- dividir 696 por 29
- quantas vezes devo somar 29 para obter 696?

1	29
2	58
4	116
8	→ 232
16	→ 464
16 + 8 = 24	232 + 464 = 696

Dividir 16 por 3

1	$\rightarrow$	3
2		6
4	$\rightarrow$	12
2/3		2
1/3	$\rightarrow$	1
$1 + 4 + \frac{1}{3} = 5 + \frac{1}{3}$		16

Tabela 2/n no papiro Ahmes

- problema de duplicar frações
- um terço
- denominador par (imediato)
- denominador ímpar (tabela)

exemplo: $2/5 = 1/3 + 1/15$

2/5	1/3 + 1/15
2/7	1/4 + 1/28
2/9	1/6 + 1/18
2/15	1/10 + 1/30
2/17	1/12 + 1/51 + 1/68
2/47	1/30 + 1/141 + 1/470
2/49	1/28 + 1/196
2/51	1/34 + 1/102
2/55	1/30 + 1/330
2/57	1/38 + 1/114
2/59	1/36 + 1/236 + 1/531
2/97	1/56 + 1/679 + 1/776
2/99	1/66 + 1/198
2/101	1/101 + 1/202 + 1/303 + 1/606

Multiplicação com frações

- 1 e 8/15 (ou 1 + 1/3 + 1/5 por 30 + 1/3)

1	1+1/3+1/5
→ 2	2+2/3+2/5=2+2/3+1/3+1/15=3+1/15
→ 4	6+2/15=6+1/10+1/30
→ 8	12+1/5+1/15
→ 16	24+2/5+2/15=24+1/3+1/15+1/10+1/30
2/3	2/3+2/9+2/15=2/3+1/6+1/18+1/10+1/30
→1/3	1/3+1/12+1/36+1/20+1/60
2+4+8+16+1/3=30+1/3	46+1/5+1/10+1/12+1/15+1/30+1/36

Divisão com frações

- A soma de uma certa quantidade com seus dois terços, sua metade e seu sétimo é 37. Qual é a quantidade? (Ahmes 33)

dividir 37 por 1 + 2/3 + ½ + 1/7

1	1 + 2/3 + 1/2 + 1/7
2	4 + 1/3 + 1/4 + 1/28 (2/7 = 1/4 + 1/28
4	8 + 2/3 + 1/2 + 1/14
8	18 + 1/3 + 1/7
→ 16	36 + 2/3 + 1/4 + 1/28

Os Auxiliares Vermelhos

- complete 2/3 + 1/15 até 1 (Ahmes 21)
- complete ¼ + 1/8 + 1/10 + 1/35 + 1/45 até 3 (Ahmes 23)

Complete $2/3 + 1/4 + 1/28$ até 1

- $2/3 \quad + \quad 1/4 \quad + \quad 1/28 \quad +$ fração $= 1$
- $28 \quad + (10 + 1/2) + (1 + 1/2) + \quad 2 \quad = 42$

- 2 é 1/21 de 42
- a resposta é 1/21

Dividir 1/21 por 1 + 2/3

→ 1	21
→ 2/3	14
→ 1/2	10 + 1/2
→ 1/7	3
1 + 2/3 + 1/2 + 1/7	48 + 1/2

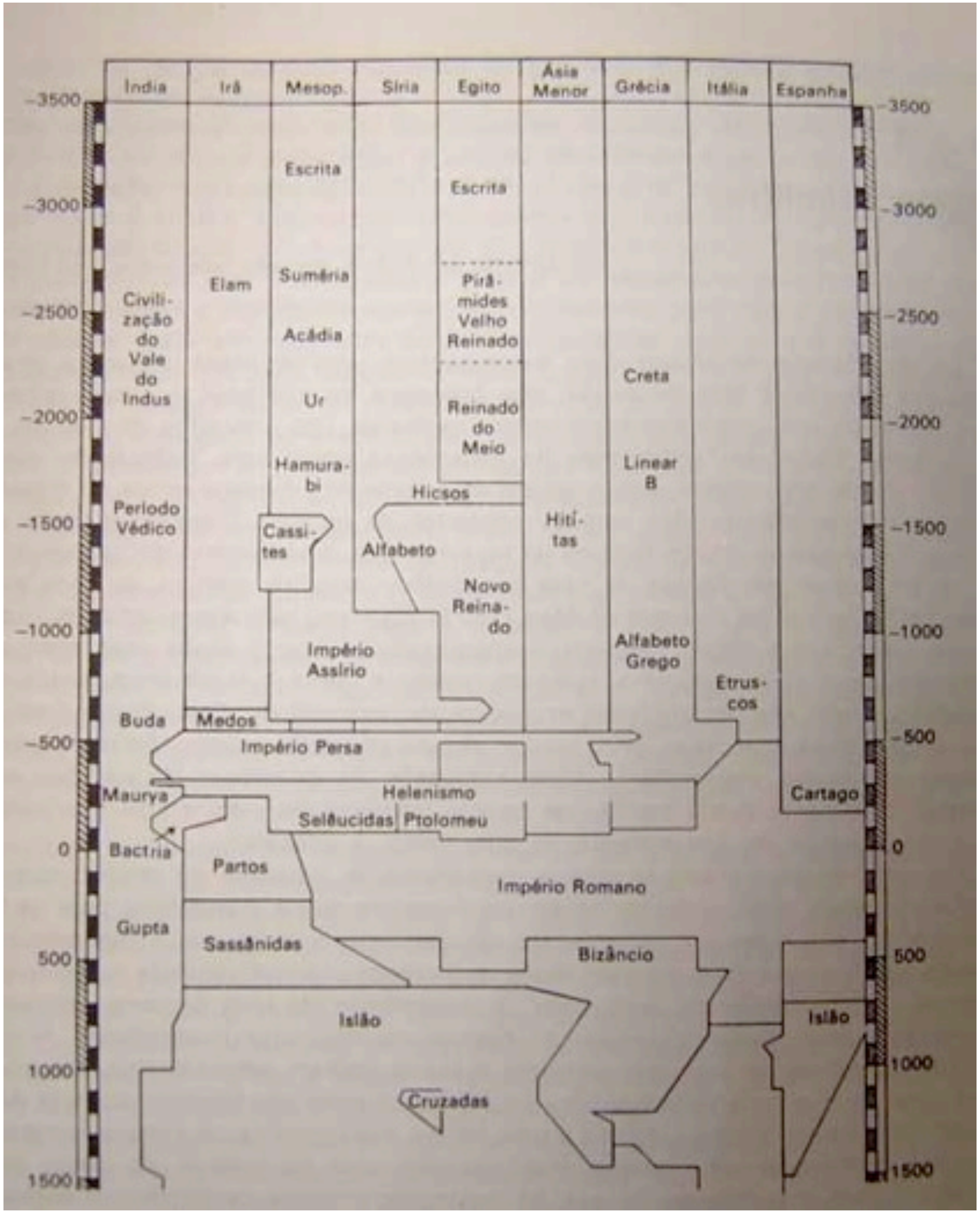
- $1 \;/\; (48 + \frac{1}{2}) = 2/97$
- da tabela, $2/97 = 1/56 + 1/679 + 1/776$

dividir 37 por 1 + 2/3 + ½ + 1/7

1	1 + 2/3 + 1/2 + 1/7
2	4 + 1/3 + 1/4 + 1/28 (2/7 = 1/4 + 1/28
4	8 + 2/3 + 1/2 + 1/14
8	18 + 1/3 + 1/7
→ 16	36 + 2/3 + 1/4 + 1/28

- solução: 16 + 1/56 + 1/679 + 1/776

Quadro Comparativo


Índia
Irã
Mesop.
Síria
Egito
Ásia Menor
Grécia
Itália
Espanha
-3500
-3000
-2500
-2000
-1500
-1000
-500
0
500
1000
1500
Escrita
Escrita
Elam
Suméria
Pirâmides Velho Reinado
Civilização do Vale do Indus
Acádia
Creta
Ur
Reinado do Meio
Hamurabi
Linear B
Hicsos
Período Védico
Cassites
Alfabeto
Hititas
Novo Reinado
Império Assírio
Alfabeto Grego
Etruscos
Buda
Medos
Império Persa
Helenismo
Maurya
Cartago
Selêucidas
Ptolomeu
Bactria
Partos
Império Romano
Gupta
Sassânidas
Bizâncio
Islão
Islão
Cruzadas

- *Sugestões de Leitura:*
- *Grécia*
  - Cuomo, Serafina. Ancient Mathematics. New York: Routledge, 2001.
- *Mesopotâmia*
  - Neugebauer & Sachs. Mathematical Cuneiform Texts. American Oriental Society, 1945
- *Egito*
  - Gillings, Richard J. Mathematics in the Time of the Pharaohs. Dover, 1982

- *Sugestões de Leitura:*
- *Texto Geral de História da Ciência:*
  - Serres, Michel (org.) Éléments d'histoire des sciences. 1989.

- *Internet:*
  - wikipedia.org
  - www.malhatlantica.pt/mathis/Babilonia/Babilonia.htm